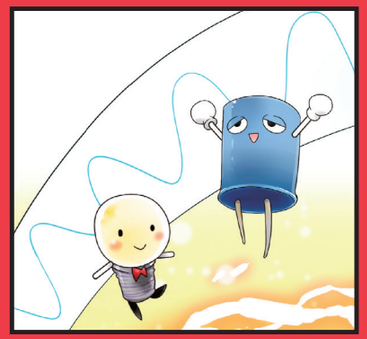
ОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ МАНГА



МАТЕМАТИКА И ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

СТУДЕНТ АОНУМА УЧИТСЯ В УНИВЕРСИТЕТЕ НА ИНЖЕНЕРА, НО ОСВАИВАТЬ ПРЕМУДРОСТИ НАУКИ ЕМУ ТЯЖЕЛО. ВСЁ МЕНЯЕТСЯ В ЕГО ЖИЗНИ, КОГДА ОН ЗНАКОМИТСЯ С СОТРУДНИЦЕЙ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ КОМПАНИИ ТАТИБАНОЙ. ОНА ОБЪЯСНИТ НЕРАДИВОМУ СТУДЕНТУ, ЧТО ТАКОЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ, ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЕ И ПАРАЛЛЕЛЬНОЕ СОЕДИНЕНИЕ, ПЕРЕМЕННЫЙ И ПОСТОЯННЫЙ ТОК, А ПОТОМ ПЕРЕЙДЁТ И К БОЛЕЕ СЛОЖНЫМ ТЕМАМ: ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИМ ФУНКЦИЯМ, КОМПЛЕКСНЫМ ЧИСЛАМ И ДР. ПОД РУКОВОДСТВОМ ТАТИБАНЫ АОНУМА ПОГРУЖАЕТСЯ В МИР ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ, УЧИТСЯ РЕШАТЬ ЗАДАЧИ И ПОНЕМНОГУ МЕНЯЕТ СВОЁ ОТНОШЕНИЕ К НЕЛЮБИМОМУ ПРЕДМЕТУ.

МАНГА БУДЕТ ПОЛЕЗНА ВСЕМ ЧИТАТЕЛЯМ, КТО ИНТЕРЕСУЕТСЯ ФИЗИКОЙ, ЭЛЕКТРИЧЕСТВОМ И МАТЕМАТИКОЙ.

Интернет-магазин:
www.dmkpress.com

Оптовая продажа:
КТК «Галактика»
books@alians-kniga.ru

ДМК ПРЕСС издательство
www.дмк.рф

ISBN 978-5-97060-777-0
9 785970 607770 >

ЗАНИМАТЕЛЬНАЯ МАНГА

ЗАНИМАТЕЛЬНАЯ МАНГА
МАТЕМАТИКА И ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

Танака Кэнъити
Мацусита Маи
Office SAWA, Ltd.

МАТЕМАТИКА И ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

Танака Кэнъити
Мацусита Маи

ДМК ПРЕСС издательство
Ohmsha

Занимательная электротехника

Математика и электричество

Манга

マンガでわかる

電気数学

田中　賢一／著　　松下　マイ／作画　　オフィスsawa　制作

Ohmsha

ОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ МАНГА

занимательная электротехника

МАТЕМАТИКА И ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

Кэнъити Танака

Художник Маи Мацусита

Перевод
Е. Т. Хузиятова
Научный редактор
А.Н. Рабодзей

ДМК ПРЕСС
издательство

Москва
ДМК Пресс, 2020

УДК 510, 537
ББК 22.1, 22.3
Т18

Танака К.

Т18 Занимательная электротехника. Математика и электричество / Кэнъити Танака (автор), Маи Мацусита (худ.); пер. с яп. Е. Т. Хузиятовой. — М.: ДМК Пресс, 2019. — 268 с.: ил. — (Серия «Образовательная манга»). — Доп. тит. л. яп.

ISBN 978-5-97060-777-0

Студент Аонума учится в университете на электроинженера, но осваивать премудрости науки ему тяжело. Всё меняется в его жизни, когда он знакомится с сотрудницей энергетической компании Татибаной. Она объяснит нерадивому студенту, что такое электрические цепи, последовательное и параллельное соединение, переменный и постоянный ток, а потом перейдёт и к более сложным темам: тригонометрическим функциям, комплексным числам и др. Под руководством Татибаны Аонума погружается в мир прикладной математики, учится решать задачи и понемногу меняет своё отношение к нелюбимому предмету.

Манга адресована студентам технических вузов, а также широкому кругу читателей.

УДК 510, 537
ББК 22.1, 22.3

Manga de Wakaru Denki Suugaku (Manga Guide: Mathematics for Electrical Engineering)
By Kenichi Tanaka (Author),
Illustration by Mai Matsushita (Illustrator),
and Office sawa, Ltd. (Producer).
Published by Ohmsha, Ltd.
Russian language edition copyright © 2020 by DMK Press.

Все права защищены. Никакая часть этого издания не может быть воспроизведена в любой форме или любыми средствами, электронными или механическими, включая фотографирование, ксерокопирование или иные средства копирования или сохранения информации, без письменного разрешения издательства.

ISBN 978-4-274-06819-5 (яп.) Copyright © 2011 by and Office sawa, Ltd.

ISBN 978-5-97060-777-0 (рус.) © Перевод, оформление, издание, ДМК Пресс, 2019

ВСТУПЛЕНИЕ

Данное издание предназначено для того, чтобы в доступной форме комикса – форме манги – дать читателям представление о тех областях математики, которые необходимы изучающим электротехнику и электронику. Его цель – углубить познания в математике путем решения задач на составление электрических схем и разъяснения сложных для понимания моментов.

Таким образом, издание может использоваться в качестве относительно несложного пособия по математике как теми, кто осваивает электротехнику и электронику, так и широким кругом старшеклассников и других учащихся.

Изучение электротехники и электроники невозможно без овладения математикой. Математическое знание является их интегральной частью, их научным фундаментом.

Для тех, кто совсем незнаком с математикой, университетские курсы, посвященные электросхемам и электромагнетизму, или курс «основы электричества» в профессиональном училище, вероятно, окажутся непосильной задачей. Именно поэтому в последнее время появилось большое количество пособий по математике для электроинженеров. Подобные пособия успешно используются в том числе и при подготовке к сдаче квалификационных экзаменов.

Данное издание является одним из таких пособий, однако выделяется из этого ряда тем, что, во-первых, объясняет математику и основы электричества в форме манги, а во-вторых, насыщено диалогами, в которых внимательно исследуются вопросы, возникающие при изучении электрических цепей, и даются на них ответы. При составлении данной книги мы старались не слишком отклоняться от темы, но сохранить повествование понятным и информативным. Мы считаем, что именно таким образом читателю будет легче всего овладеть базовыми знаниями.

Надеемся, что, дочитав это пособие, читатель сможет перейти к более сложным материалам для продвинутого уровня обучения (для университета таковыми будут пособия по электрическим схемам и электромагнетизму, для профессионального училища – электрическая теория и электроника), что послужит дальнейшему профессиональному росту.

Благодарим за участие в подготовке данного издания всех сотрудников отдела разработки издательской компании «Ом», ответственного художника Мацусита Маи, сотрудников «Офис sawa», а также всех читателей. Надеемся, что наше пособие поможет вам в изучении электрических схем и электроники.

Ноябрь 2011 г. ТАНАКА Кэнъити

СОДЕРЖАНИЕ

Пролог
ТЕРПЕТЬ НЕ МОГУ ИЛЛЮМИНАЦИЮ!
— 1 —

Глава 1
ЧТО ТАКОЕ
МАТЕМАТИКА И ЭЛЕКТРИЧЕСТВО?
— 15 —

1. Основные знания об электричестве 16

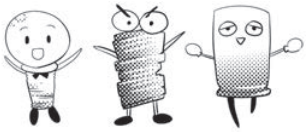
Термины, связанные с электричеством 18
Характеристики электричества,
условные обозначения и единицы измерения 18
Электрические цепи: основные понятия 20
Катушка индуктивности и конденсатор 22
Закон Ома. 22
Последовательное и параллельное соединения 23

2. Что такое переменный ток? 24

Постоянный ток и переменный ток 24
Посмотрим на колесо обозрения 27
Колесо обозрения и график синуса 28
Единичная окружность и график синуса 30
Кривая синуса и переменный ток. 32
Частота переменного тока 33
Максимальное, действующее и мгновенное значения
переменного тока 35
Выражаем значение переменного тока формулой
с использованием sin. 36

3. Какие знания по математике нужны для электротехники? 38

Обзор необходимых математических знаний 38
Система уравнений 40
Тригонометрические функции 41



Векторы и фазы 41
Мнимая единица i – воображаемое число 45
Основы комплексных чисел 46
Строим комплексный вектор 48
Взаимосвязь комплексных чисел и векторов 50
Классификация чисел. Что такое действительные числа? 54

Глава 2
РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ НА ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ С ПОМОЩЬЮ РАВЕНСТВ И НЕРАВЕНСТВ
(Часть 1. Постоянный ток)
– 55 –

1. Что нужно обязательно знать, чтобы решать задачи 56

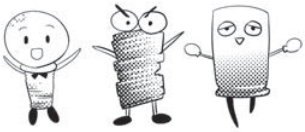
1-е правило Кирхгофа 58
Что такое падение напряжения? 60
2-е правило Кирхгофа 62
1-е правило Кирхгофа: сумма токов равна нулю! 66
2-е правило Кирхгофа: сумма напряжений равна нулю! 67
Суммарное сопротивление 70
Задача. Найдем совокупности источников постоянного тока и сопротивлений! 72

2. Задачи на цепь постоянного тока, в которых используется система уравнений 76

Системы уравнений и матрицы 76
Матрица и определитель 78
Что такое определитель матрицы? 79
Решение системы из двух уравнений матричным методом 81
Решение системы из трех уравнений матричным методом 85
Измерительный мост (мост Уитстона) 88
Задача. Выведем систему уравнений для замкнутого контура 90
Условие равновесие в цепи измерительного моста 94

3. Задачи с неравенствами 96

Свойства неравенств 96



Задача. Найдите диапазон, пользуясь неравенствами 98
Неравенство первой степени 100

Глава 3
ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ И ВЕКТОР
– 103 –

1. Основные сведения о переменном токе 106

Переменный ток – это сложно?. 106
Векторы, выражающие сдвиг фаз 108
Новый способ выразить значение угла 110
Радианная мера. 112
Омега – угловая скорость и угловая частота 114

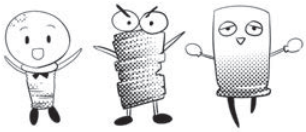
2. Использование векторов для переменного тока 116

Какова причина возникновения сдвига фаз?. 116
Свойства катушки индуктивности 118
Свойства конденсатора 121
Свойства резистора (сопротивления) 123
Элементы цепи переменного тока: подытожим изученное 124
Что такое импеданс? 125
Использование векторов с учетом сдвига фаз 126
То, без чего не будет бытовых электроприборов. 130
Коэффициент мощности 132
Механизм возникновения реактивной мощности 137
Формулы соотношения сторон треугольника
и тригонометрических функций 140

Глава 4
КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА
– 143–

1. Свойства комплексных чисел 146

Мнимые числа – наши друзья! 146
Умножение мнимого числа 147
Взаимоотношение между мнимой единицей и сдвигом фаз. 150



Дополнение, касающееся формул 153
Как возникла мнимая единица? 154

2. Важные формулы, которые можно выразить через комплексные числа 156

Формула Эйлера 156
Выразим формулы переменного тока через комплексные числа . . 160
Разные способы векторного представления комплексных чисел . . . 162
Дополнительно о векторном представлении 165
Способы вычислений с комплексными числами 169

3. Задачи с комплексными числами. 172

Задача. Посмотрим, за что нам нужно благодарить комплексные числа 172
Преобразуем интегродифференциальные уравнения. 175
Мы незаметно овладели дифференциалами и интегралами 178

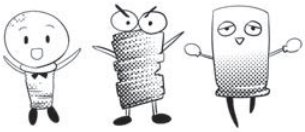
4. Трехфазная цепь переменного тока 180

Обратите внимание на линии электропередач 180
Однофазный и трехфазный переменный ток 181
Схемы трехфазных цепей переменного тока. 183
Задача. Докажем, что сила тока будет равна нулю! 186
Почему воробьев не бьет током? 188

Глава 5
РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ НА ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ С ПОМОЩЬЮ РАВЕНСТВ И НЕРАВЕНСТВ
(Часть 2. Переменный ток)
– 195 –

1. Решение квадратных уравнений и неравенств 198

Квадратные уравнения и неравенства. 198
Формула для решения. 200
Разложение многочлена на множители 202
Решение системы неравенств 204



Решение квадратного неравенства 205

2. Задачи по электротехнической математике, касающиеся радио. . 206

Что такое настройка?. 206
Резонансная частота. 209
Задача. Найдем резонансную частоту! 212
Усиление и транзистор 214
Эквивалентная схема. 217
Задача. Найдем диапазон емкости
для конденсатора переменной емкости 220

3. Электротехнические задачи на коэффициент мощности 224

Два способа увеличить коэффициент мощности. 224
Контроль реактивной мощности 226
Инверторное управление. 231
Задача. Найдем диапазон частот!. 234
Тепловой насос 237

Эпилог
– 242 –

Предметный указатель. 258

Пролог

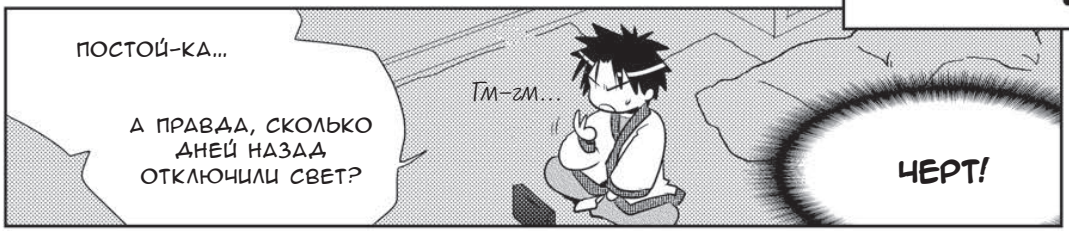
ТЕРПЕТЬ НЕ МОГУ ИЛЛЮМИНАЦИЮ!

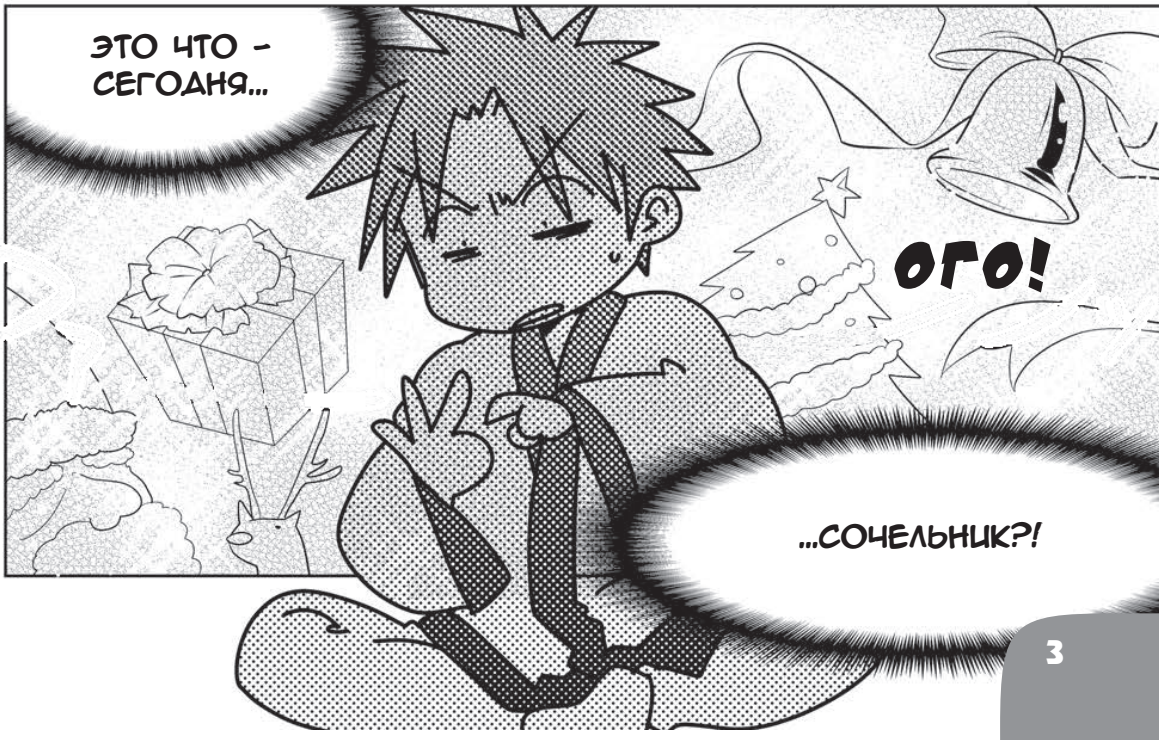
ЗИМА, ГДЕ-ТО В ТОКИО
С наступлением холодного фронта...
З-З-З... Д-Д-Д...
...температура опустилась до рекордно низких значений.
Рекомендуется воздержаться от прогулок на свежем воздухе...
КАКИЕ УЖ ТУТ ПРОГУЛКИ!
БР-Р-Р
ДАЖЕ В КОМНАТЕ ТОГО И ГЛЯДИ ОТ ХОЛОДА ОКОЛЕЕШЬ.
12/19
СКОЛЬКО ДНЕЙ УЖЕ НЕТ ЭЛЕКТРИЧЕСТВА?
ДАЖЕ НЕ МОГУ СЕБЯ ЗАСТАВИТЬ ПЕРЕВЕРНУТЬ СТРАНИЦУ В КАЛЕНДАРЕ.

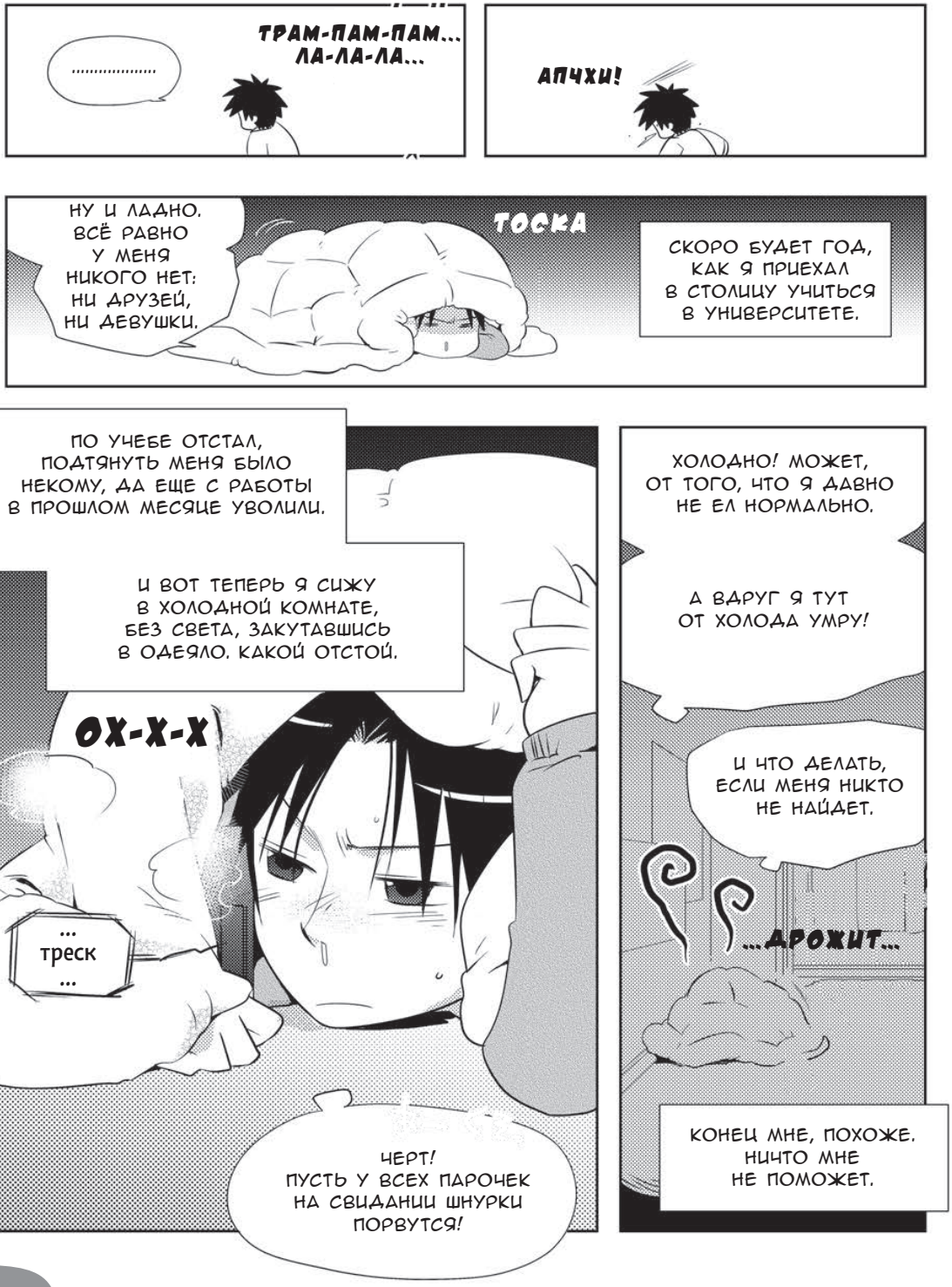
МОЛЧАНИЕ
СТОЙ!
ЭЙ! РАДИО! ПОЧЕМУ ТЫ ВДРУГ ЗАМОЛЧАЛО?

БАТАРЕЙКИ СЕЛИ? СЕЙЧАС ПОМЕНЯЮ!
ТЫ ВЕДЬ МОЙ ЕДИНСТВЕННЫЙ СОБЕСЕДНИК!
А-А-А-А-А!
ВЖУХ!

ЗНАЧИТ, НАДО БЫЛО ПРОСТО БАТАРЕЙКИ ЗАМЕНИТЬ.
ТРА-ЛА-ЛА, ТРА-ЛА-ЛА..
И ЧЕГО ТЫ ТЕПЕРЬ РАСПЕЛОСЬ, КАК НИ В ЧЕМ НЕ БЫВАЛО?
?


ПОСТОЙ-КА...
А ПРАВДА, СКОЛЬКО ДНЕЙ НАЗАД ОТКЛЮЧИЛИ СВЕТ?
Гм-гм...
ЧЕРТ!

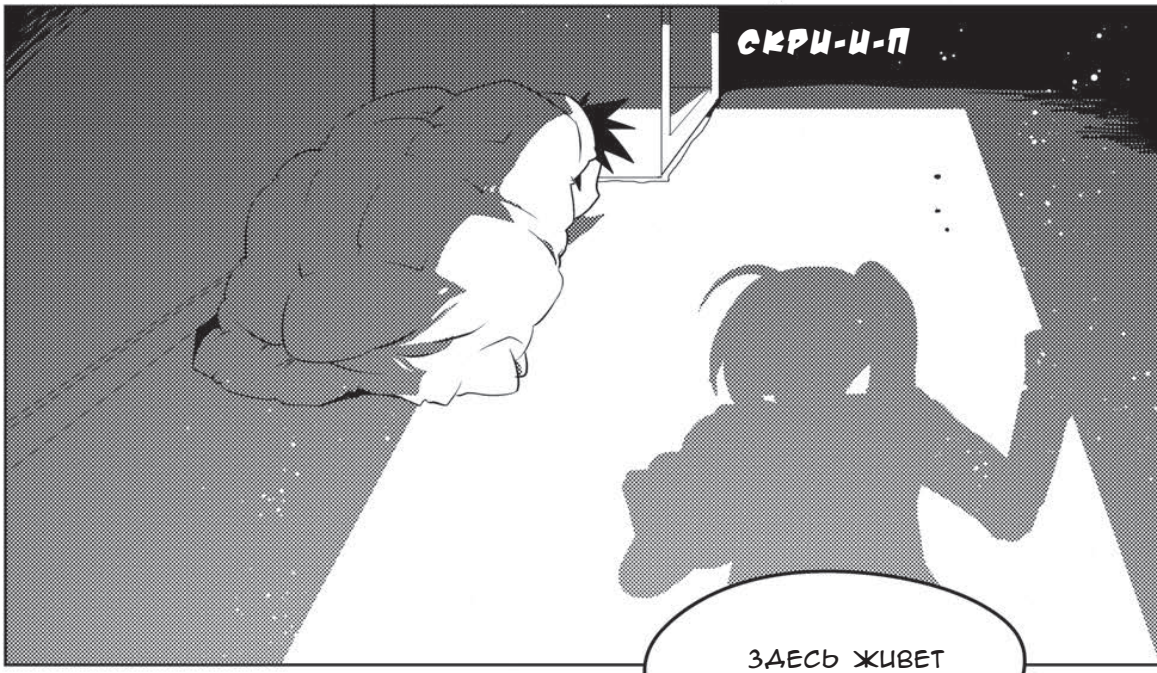

ЭТО ЧТО - СЕГОДНЯ...
ОГО!
...СОЧЕЛЬНИК?!


.....
ТРАМ-ПАМ-ПАМ... ЛА-ЛА-ЛА...
АПЧХИ!
НУ И ЛАДНО. ВСЁ РАВНО У МЕНЯ НИКОГО НЕТ: НИ ДРУЗЕЙ, НИ ДЕВУШКИ.
ТОСКА
СКОРО БУДЕТ ГОД, КАК Я ПРИЕХАЛ В СТОЛИЦУ УЧИТЬСЯ В УНИВЕРСИТЕТЕ.
ПО УЧЕБЕ ОТСТАЛ, ПОДТЯНУТЬ МЕНЯ БЫЛО НЕКОМУ, ДА ЕЩЕ С РАБОТЫ В ПРОШЛОМ МЕСЯЦЕ УВОЛИЛИ.
И ВОТ ТЕПЕРЬ Я СИЖУ В ХОЛОДНОЙ КОМНАТЕ, БЕЗ СВЕТА, ЗАКУТАВШИСЬ В ОДЕЯЛО. КАКОЙ ОТСТОЙ.
ОХ-Х-Х
... треск ...
ЧЕРТ! ПУСТЬ У ВСЕХ ПАРОЧЕК НА СВИДАНИИ ШНУРКИ ПОРВУТСЯ!
ХОЛОДНО! МОЖЕТ, ОТ ТОГО, ЧТО Я ДАВНО НЕ ЕЛ НОРМАЛЬНО.
А ВДРУГ Я ТУТ ОТ ХОЛОДА УМРУ!
И ЧТО ДЕЛАТЬ, ЕСЛИ МЕНЯ НИКТО НЕ НАЙДЕТ.
...ДРОЖИТ...
КОНЕЦ МНЕ, ПОХОЖЕ. НИЧТО МНЕ НЕ ПОМОЖЕТ.

НЕТ, ТАК НЕ ПОЙДЕТ. МНЕ ВЕЗДЕ ВИДЯТСЯ ОДНИ МИНУСЫ.
ЭТО ИЗ-ЗА ХОЛОДА! ТАК НЕЛЬЗЯ!
ХОЧУ СВЕТА!

ХОЧУ ОГНЯ! ХОЧУ ТЕПЛА!
ХОЧУ ЭЛЕКТРИЧЕСТВА!
СВЕТ, ПРИДИ!

ОСВЕТИ МОЕ БУДУЩЕЕ!


СКРИ-И-П

ЗДЕСЬ ЖИВЕТ АОНУМА-САН?

Я ИЗ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ КОМПАНИИ!

электро

GOGO'S

GOGO'S

Значит, так!

ИЗ-ЗА АНОМАЛЬНЫХ ХОЛОДОВ ПРАВИТЕЛЬСТВО ПОРУЧИЛО ВОЗОБНОВИТЬ ПОДАЧУ ЭЛЕКТРОЭНЕРГИИ ДОЛЖНИКАМ.

МЫ ОБХОДИМ ВСЕХ, У КОГО ЕСТЬ ЗАДОЛЖЕННОСТИ, И СООБЩАЕМ, ЧТО ЭЛЕКТРИЧЕСТВО СНОВА ПОДКЛЮЧЕНО.

ЧАВК-ЧАВК... НЯМ-НЯМ...

ИЗВИНИТЕ, Я СРАЗУ НЕ ПРЕДСТАВИЛАСЬ. МОЯ ФАМИЛИЯ ТАТИБАНА, Я ПРЕДСТАВЛЯЮ КОМПАНИЮ "ДЭНКАВА ЭЛЕКТРИК".

БУДЕМ ЗНАКОМЫ!

ЧАВК-ЧАВК... НЯМ-НЯМ...

Визитная карточка

Очень глубокий поклон

Я, конечно, очень удивилась, вдруг услышав ваш голос: "Помогите!"
Давится
Водичка вот, пожалуйста!
Кушайте, пожалуйста, набирайтесь сил – они вам понадобятся, чтобы хорошо работать и заплатить по счетам за электроэнергию.

Жадно пьет

А вы, сотрудница энергетической компании, любите свою работу?
Щелк
Что?

Ну, то есть вот сегодня – сочельник, а вы работаете.
Хм-м

Ой-й-й-й
Я какую-то ерунду говорю, да?!

И при этом улыбаетесь и веселая такая.

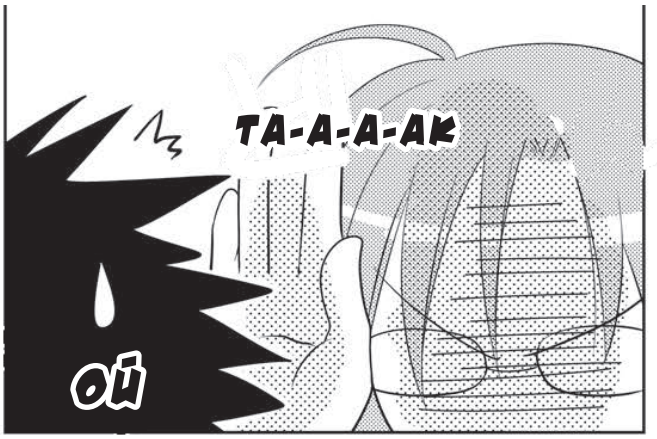
Я... ДА НЕ ХОЧУ Я СЕЙЧАС РАБОТАТЬ! Я ХОЧУ ИЛЛЮМИНАЦИЮ ПОСМОТРЕТЬ!
ДА Я ПРО СЕБЯ ЖЕЛАЮ КАЖДОЙ ПАРОЧКЕ, КОТОРАЯ СЕЙЧАС НА СВИДАНИИ, О КАМЕНЬ СПОТКНУТЬСЯ!
А-А-Ы-Ы-Ы-Ы
ВОТ ОНО ЧТО...
КАЖЕТСЯ, МЫ С НЕЙ ПОХОЖИ.
То есть
ИНОГДА Я ТАК ДУМАЮ, НО В ЦЕЛОМ – НУ И ПУСТЬ ГУЛЯЮТ!
МНОЖЕСТВО ЛЮДЕЙ ЗАВИСИТ ОТ ЭЛЕКТРИЧЕСТВА, ТАК ВЕДЬ?
БЛАГОДАРЯ МОЕЙ РАБОТЕ ИХ ЖИЗНЬ СТАНОВИТСЯ ЛУЧШЕ И КОМФОРТНЕЕ.
Я ЭТИМ ОЧЕНЬ ГОРЖУСЬ.
ВОТ! ВЕДЬ И ВЫ, ДОНУМА-САН, НАВЕРНОЕ, ТЕПЕРЬ НА СОБСТВЕННОМ ОПЫТЕ ОСОЗНАЛИ, КАК ВАЖНО В НАШЕЙ ЖИЗНИ ЭЛЕКТРИЧЕСТВО.
РАБОТАТЬ НА ТАКОЙ РАБОТЕ – СЧАСТЬЕ! Я ЛЮБЛЮ ЭЛЕКТРИЧЕСТВО!
У нее во всём сплошные плюсы.
ЭЛЕКТРИЧЕСТВО?
?

У ВАС ЧТО-ТО ЛИЧНОЕ ПРОТИВ ЭЛЕКТРИЧЕСТВА?
ТОКОМ КОГО-ТО УБИЛО?
ТОКОМ НЕ УБИЛО.
Я УЧУСЬ В УНИВЕРСИТЕТЕ НА ЭЛЕКТРОИНЖЕНЕРА.

АГА! ЗНАЧИТ, ВСЁ ДЕЛО В МАТЕМАТИКЕ!
Я ЕЕ ПРОСТО ОБОЖАЮ! МАТЕМАТИКУ ДЛЯ ЭЛЕКТРОИНЖЕНЕРОВ!
А МНЕ ОНА КАК-ТО НЕ ОЧЕНЬ.

АБРАКА ДАБРА
R (Ω)
L (H)
I (A)
VR (V)
VL (V)
C (F)
VC (V)
V (V)
АБРАКА ДАБРА
Начертите схему, в которой...
МАТЕМАТИКА ДЛЯ ЭЛЕКТРОИНЖЕНЕРОВ – ЭТО ЧТОБЫ РЕШАТЬ ЗАДАЧИ ПО СОСТАВЛЕНИЮ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СХЕМ, ДА?
Я ВСЕГДА В МАТЕМАТИКЕ ПЛОХО СООБРАЖАЛ... И ЗАЧЕМ Я ТОЛЬКО ПОШЕЛ НА ЭТОТ ФАКУЛЬТЕТ!

НЕТ, Я И ПРАВДА ХОТЕЛ ЗАНИМАТЬСЯ ТЕМ, ЧТО СВЯЗАНО С ЭЛЕКТРИЧЕСТВОМ.
В ИТОГЕ ОТСТАЛ В УЧЕБЕ. ТЕПЕРЬ У МЕНЯ В ЖИЗНИ СПЛОШНОЙ МИНУС.


ТА-А-А-АК
ОЙ

В-В-В ЧЕМ ДЕЛО?
ВЫ СОВЕРШАЕТЕ ОШИБКУ, ДОНУМА-САН!

МАТЕМАТИКА ДЛЯ ЭЛЕКТРОИНЖЕНЕРОВ – ЭТО ДЛЯ ТОГО...
...ЧТОБЫ ИСПОЛЬЗОВАТЬ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ СРЕДСТВА ДЛЯ БОЛЕЕ ГЛУБОКОГО ПОНИМАНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСТВА!

ДЛЯ НАЧАЛА ВСПОМНИТЕ ШКОЛЬНЫЙ КУРС МАТЕМАТИКИ.
ПОМНИТЕ ТАКИЕ ПОНЯТИЯ, КАК СИНУС (SIN), КОСИНУС (COS), ТАНГЕНС (TAN)?
А...

БЫЛА КАКАЯ-ТО ТАКАЯ АБРАКАДАБРА.
ЭТО ВРОДЕ БЫ ЧТО-ТО ПРО ТРЕУГОЛЬНИКИ.
ДА-ДА! ЭТО ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ!

Тригонометрические функции

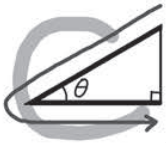
Символом «тета» обозначается угол.

$$\frac{AC}{AB} = \sin\theta$$

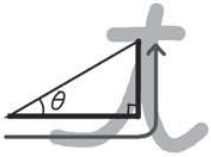
$$\frac{BC}{AB} = \cos\theta$$

$$\frac{AC}{BC} = \tan\theta$$

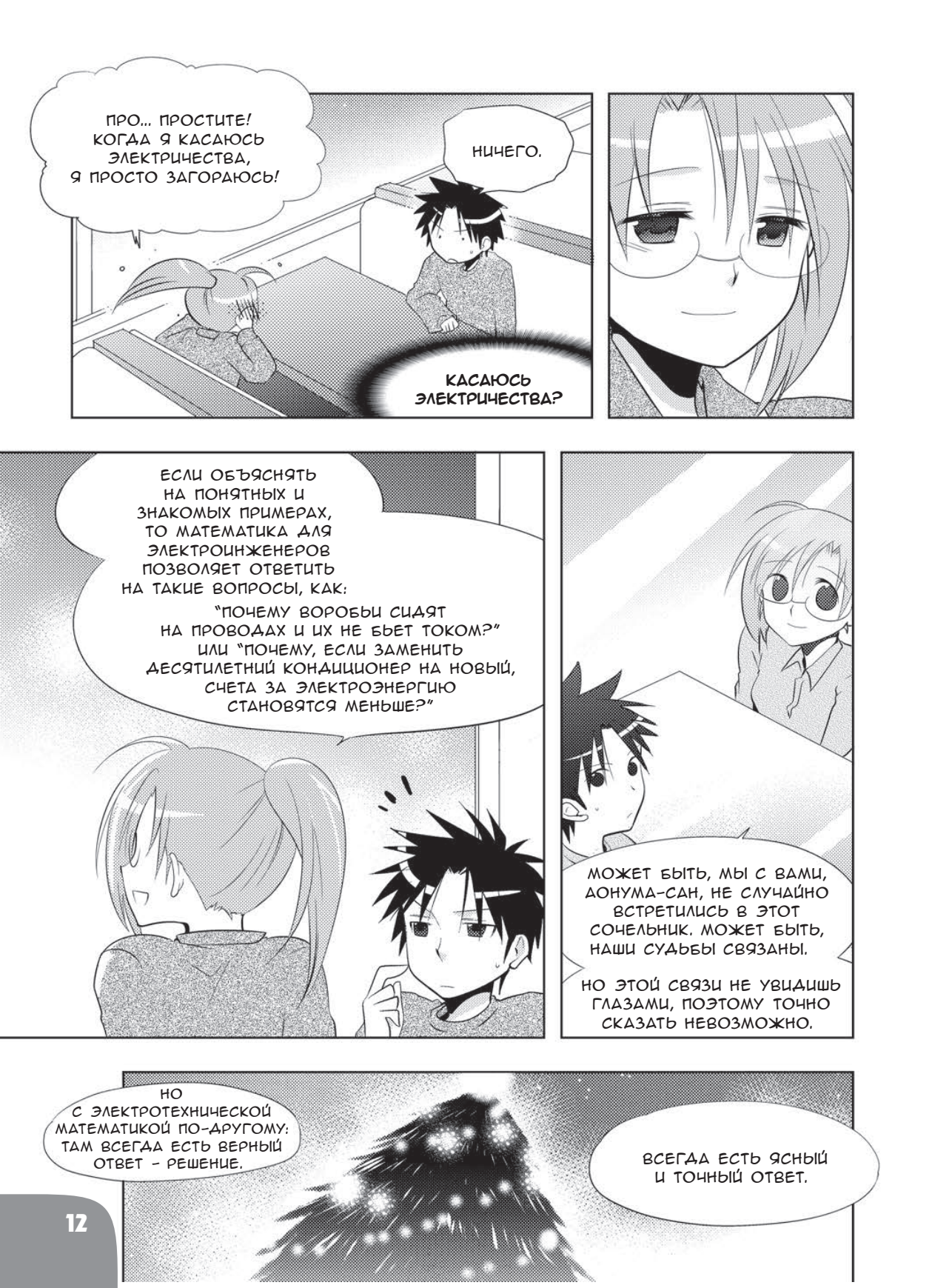
$\sin\theta$ выражает взаимосвязь между углом θ и двумя сторонами, которые обозначены на рисунке жирными линиями (запомните по букве s, вписанной в треугольник).



$\cos\theta$ выражает взаимосвязь между углом θ и двумя сторонами, которые обозначены на рисунке жирными линиями (запомните по букве c, вписанной в треугольник).



$\tan\theta$ выражает взаимосвязь между углом θ и двумя сторонами, которые обозначены на рисунке слева жирными линиями (запомните по букве t, вписанной в треугольник).


ПРО... ПРОСТИТЕ! КОГДА Я КАСАЮСЬ ЭЛЕКТРИЧЕСТВА, Я ПРОСТО ЗАГОРАЮСЬ!
НИЧЕГО.
КАСАЮСЬ ЭЛЕКТРИЧЕСТВА?
ЕСЛИ ОБЪЯСНЯТЬ НА ПОНЯТНЫХ И ЗНАКОМЫХ ПРИМЕРАХ, ТО МАТЕМАТИКА ДЛЯ ЭЛЕКТРОИНЖЕНЕРОВ ПОЗВОЛЯЕТ ОТВЕТИТЬ НА ТАКИЕ ВОПРОСЫ, КАК: "ПОЧЕМУ ВОРОБЬИ СИДЯТ НА ПРОВОДАХ И ИХ НЕ БЬЕТ ТОКОМ?" ИЛИ "ПОЧЕМУ, ЕСЛИ ЗАМЕНИТЬ ДЕСЯТИЛЕТНИЙ КОНДИЦИОНЕР НА НОВЫЙ, СЧЕТА ЗА ЭЛЕКТРОЭНЕРГИЮ СТАНОВЯТСЯ МЕНЬШЕ?"
!
МОЖЕТ БЫТЬ, МЫ С ВАМИ, ДОНУМА-САН, НЕ СЛУЧАЙНО ВСТРЕТИЛИСЬ В ЭТОТ СОЧЕЛЬНИК. МОЖЕТ БЫТЬ, НАШИ СУДЬБЫ СВЯЗАНЫ.
НО ЭТОЙ СВЯЗИ НЕ УВИДИШЬ ГЛАЗАМИ, ПОЭТОМУ ТОЧНО СКАЗАТЬ НЕВОЗМОЖНО.
НО С ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКОЙ МАТЕМАТИКОЙ ПО-ДРУГОМУ: ТАМ ВСЕГДА ЕСТЬ ВЕРНЫЙ ОТВЕТ – РЕШЕНИЕ.
ВСЕГДА ЕСТЬ ЯСНЫЙ И ТОЧНЫЙ ОТВЕТ.

ЭТО ОЧЕНЬ...
...ОЧЕНЬ ЗДОРОВО, ПРАВДА?

СТРАННАЯ ОНА.
Чешет в затылке
КОНЕЧНО, КОГДА ЕСТЬ ТОЧНЫЙ ОТВЕТ – ЭТО ХОРОШО.
ПРАВДА ЖЕ?

ЕСЛИ ХОТИТЕ – Я МОГУ С ВАМИ ПОЗАНИМАТЬСЯ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКОЙ МАТЕМАТИКОЙ.
ДА?
СЕЙЧАС КАК РАЗ НОВОГОДНИЕ ПРАЗДНИКИ. ЕСЛИ ВАМ И ПРАВДА ИНТЕРЕСНО, Я ГОТОВА ПОМОЧЬ!

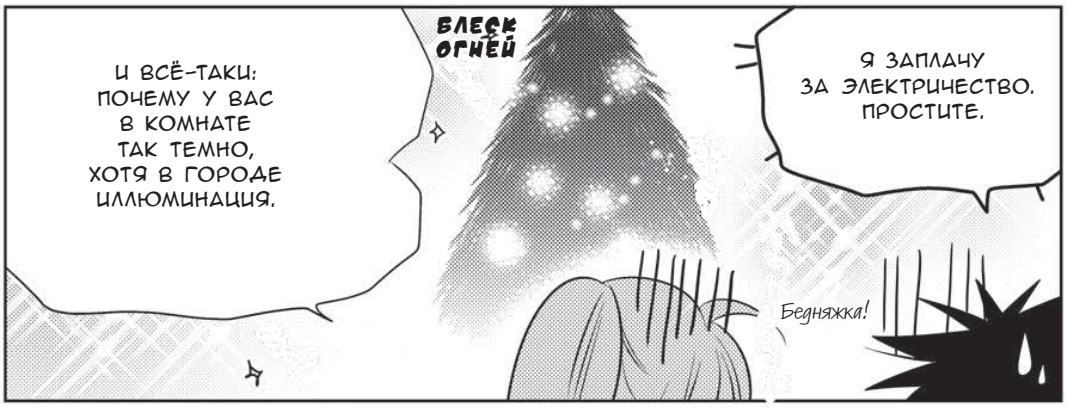
НО...
.....
Улыбается

Что ж... может быть, наши судьбы и правда связаны.

Позанимайтесь со мной!

На самом деле...

...с этой встречей свет и правда пришел в мою жизнь.



Глава 1

ЧТО ТАКОЕ МАТЕМАТИКА И ЭЛЕКТРИЧЕСТВО?

1 Основные знания об электричестве

Как работает электричество
Ну и ладно!
Посвятить выходной электричеству – что может быть лучше!
Скорей пойдемте внутрь!
Угу

Как здесь миленько.
Это что – для детей?! Я что – ребенок?!
Правда же, миленько? Вот и деткам нравится!

Взгляните на это так: раз сделано для детей – значит, самое важное объясняется доступным языком.
Для начала познакомимся поближе с миром электричества!

Пожалуй, я буду стараться.
Да! Давайте постараемся!

Термины, связанные с электричеством

Характеристики электричества, условные обозначения и единицы измерения

Величина	Обозначение	Единицы измерения
Напряжение	V или E	В (вольт)
Сила тока	I	А (ампер)
Сопротивление	R	Ом (ом)
Мощность тока	P	Вт (ватт)
Частота (см. с. 34)	f	Гц (герц)

Вопрос: Почему для электрического напряжения есть два обозначения?

Ответ: Иногда их разделяют следующим образом: V – для обозначения напряжения и падения напряжения; E – для сетевого напряжения.

(В нашем пособии мы разделяем эти понятия в главе 2.)

Напряжение × Сила тока = Мощность

Сила тока – это объем электрического тока, проходящий через некую поверхность за 1 секунду.

Мощность – это объем работы, который проходящий электрический ток производит за 1 секунду.

Объем воды, проходящий за 1 с = Сила тока

Посмотрите на водяное колесо!

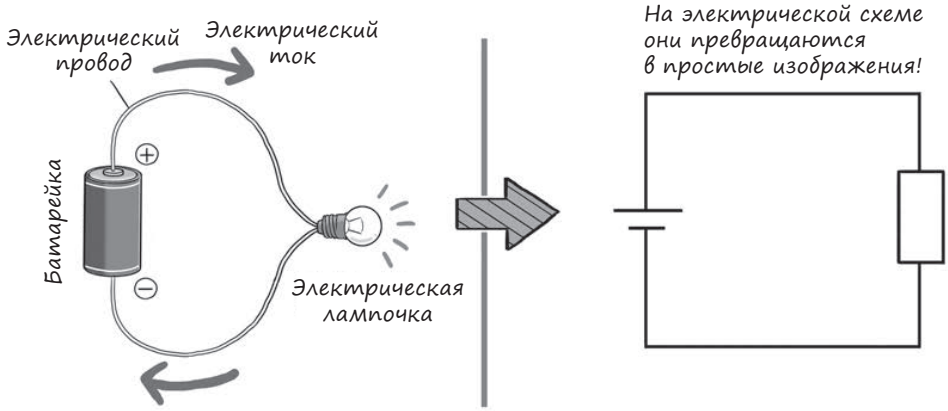
Если сравнить поток воды с электрическим током, то водяное колесо – это электрическая лампочка. Как колесо вертится под напором воды, так и лампочка под действием электрического тока начинает работать – зажигается.
Одновременно с этим и колесо, и лампочка мешают течению воды или тока. Преодоление препятствий представляет собой «нагрузку». Из-за того, что поток испытывает нагрузку, возникает сопротивление. Сопротивление показывает, насколько трудно потоку пройти сквозь препятствие.

Посмотрите на насос!

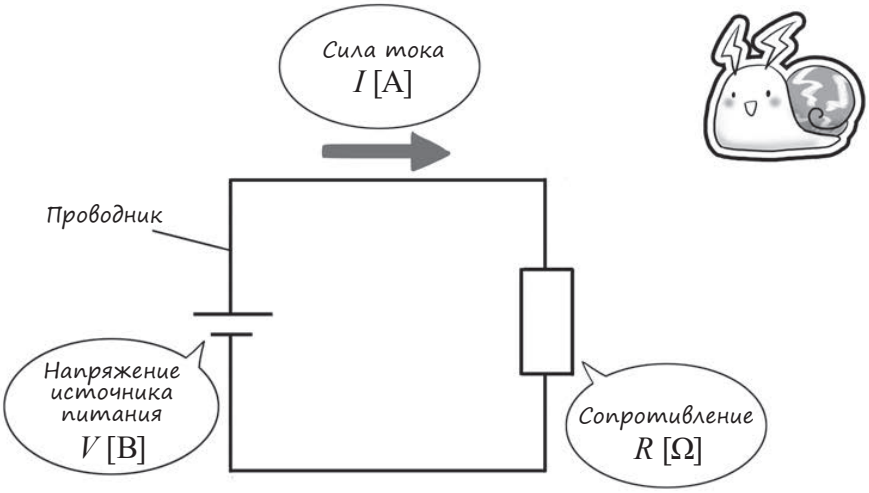
Насос, который качает воду, создавая напор, для того чтобы она текла вверх, можно сравнить с электрической батарейкой.
Если насоса не будет, не будет и напора воды.
В электрической цепи подобную роль выполняет источник питания. Он действительно является источником, который питает цепь электричеством.

Электрические цепи: основные понятия

Электрическая цепь – это путь, по которому путешествует электрический ток. В свою очередь, электрическая схема – это рисунок, на котором с помощью простых символов и обозначений изображена электрическая цепь.



Электрическая цепь образуется тремя факторами: напряжением источника питания, силой тока, нагрузкой (сопротивлением). Элементы цепи соединены проводниками. На схеме ниже источником питания является сухая батарея. Сопротивление возникает из-за наличия нагрузки – электрической лампочки. Электрическая цепь обязательно должна быть замкнута.
Замкнутая цепь называется «контуром».



Источник постоянного тока	Источник переменного тока	Сопротивление (резистор)
Например, сухая батарейка. Обратите внимание, что у батарейки есть плюс (длинная черта) и минус (короткая черта)	Например, домашняя розетка	Резистор – это любой элемент, оказывающий сопротивление течению тока. Например, электрическая лампочка или иная нагрузка
Выключатель	**Катушка индуктивности**	**Конденсатор**
Включает и выключает поток электрического тока	Представляет собой многократно свернутый проводник тока	Состоит из двух металлических пластин
	*Более подробно об индуктивности и конденсаторе далее!	

При создании электрических схем используются условные обозначения, утвержденные Японским промышленным стандартом (JIS).

Старое обозначение:

Новое обозначение:

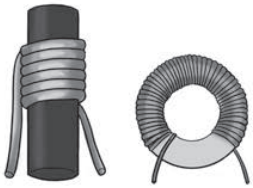
Резистор обозначается по-разному в прежней версии Японского промышленного стандарта (1952 г.) и в новой версии Японского промышленного стандарта (1997–1999 гг.). Старое обозначение по-прежнему широко используется.

Катушка индуктивности и конденсатор

Катушка индуктивности – это... элемент, который встречается как внутри электромотора, так и на антеннах приемников.

Конденсатор – это... устройство, которое также называется накопителем. Способен накапливать в себе электрическую энергию.

Используется в различных местах электрической цепи, чтобы предотвратить потери электроэнергии.



Функция катушки индуктивности и конденсатора в разных электрических цепях может быть различной.

Закон Ома

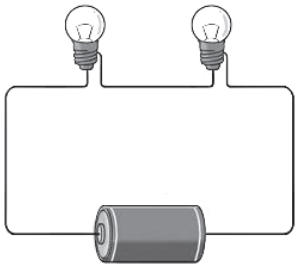
Сила тока I прямо пропорциональна напряжению V и обратно пропорциональна сопротивлению R. Так звучит закон Ома – базовый и самый важный принцип работы электрической цепи.

$$\text{Сила тока } I = \frac{\text{Напряжение } V}{\text{Сопротивление } R}$$

Последовательное и параллельное соединения

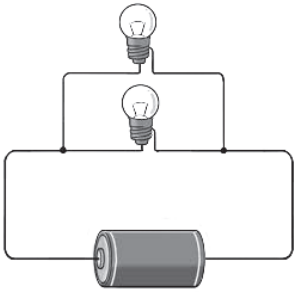
Соединения, используемые в электрических цепях, можно разделить на два типа.

Последовательное соединение



Служит для последовательного соединения двух нагрузок.

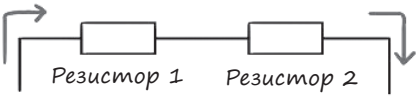
Параллельное соединение



Служит для параллельного соединения двух нагрузок.

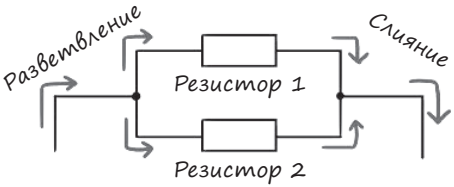
Последовательное соединение

Сила тока одинакова на всем протяжении цепи.



Ток в источнике питания = ток через резистор 1 = ток через резистор 2.
Напряжение в источнике питания = напряжение на резисторе 1 + напряжение на резисторе 2.

Параллельное соединение

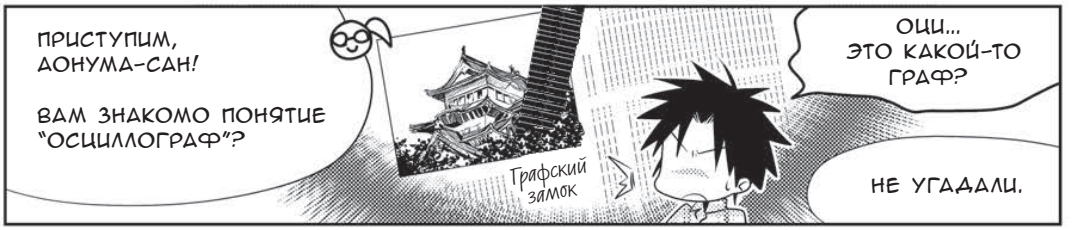


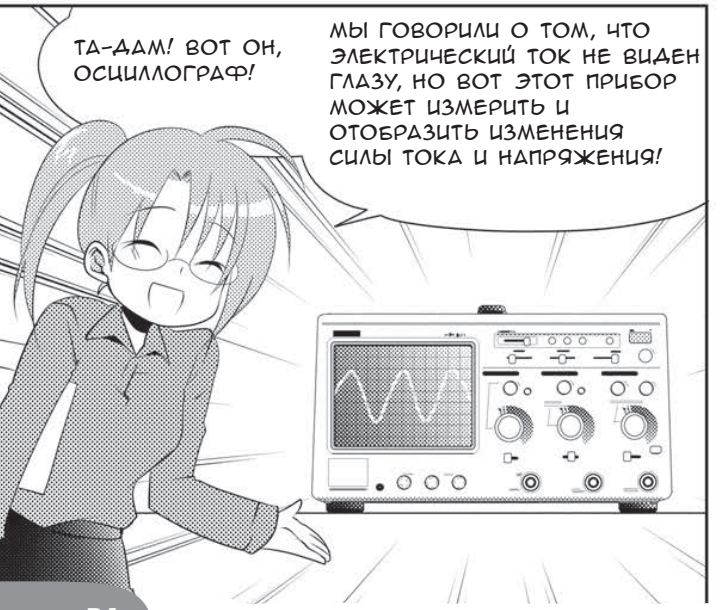
Ток через источник питания = ток через резистор 1 + ток через резистор 2.
Напряжение в источнике питания = напряжение на резисторе 1 = напряжение на резисторе 2.

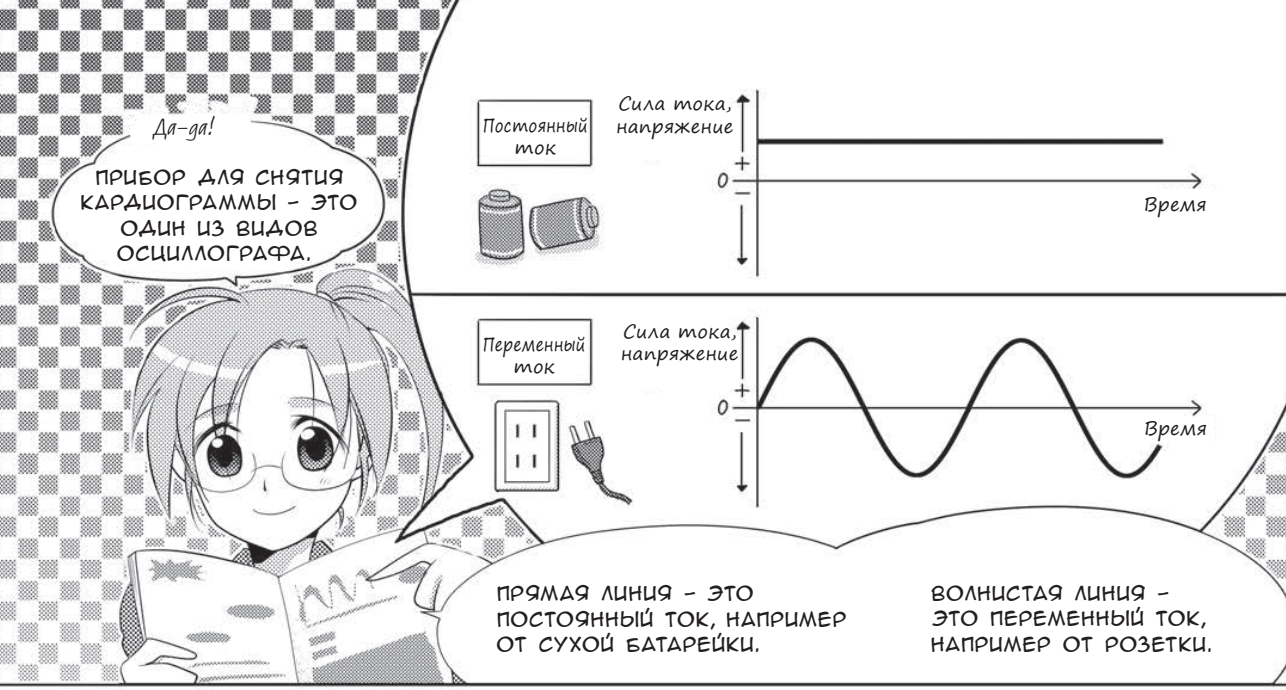
Хорошенько запомните все, что здесь написано, — это базовые знания!

2 Что такое переменный ток?

Постоянный ток и переменный ток

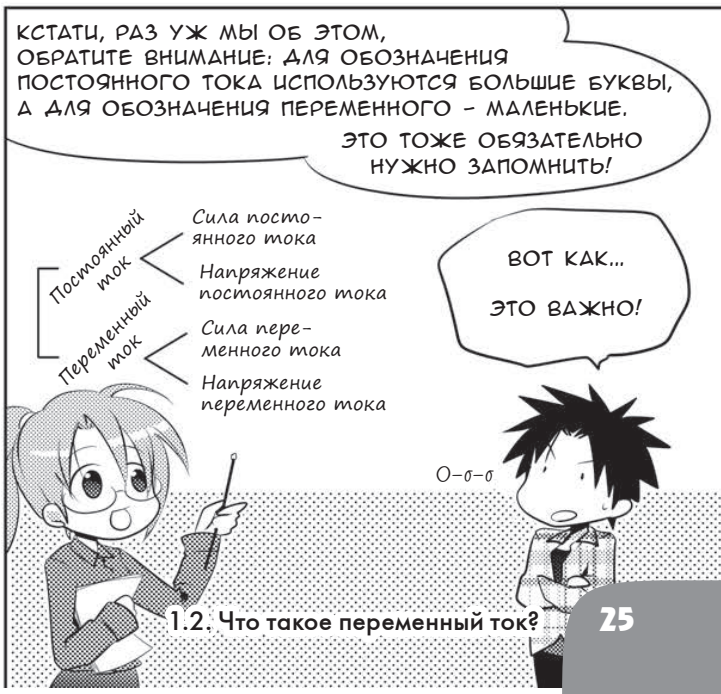


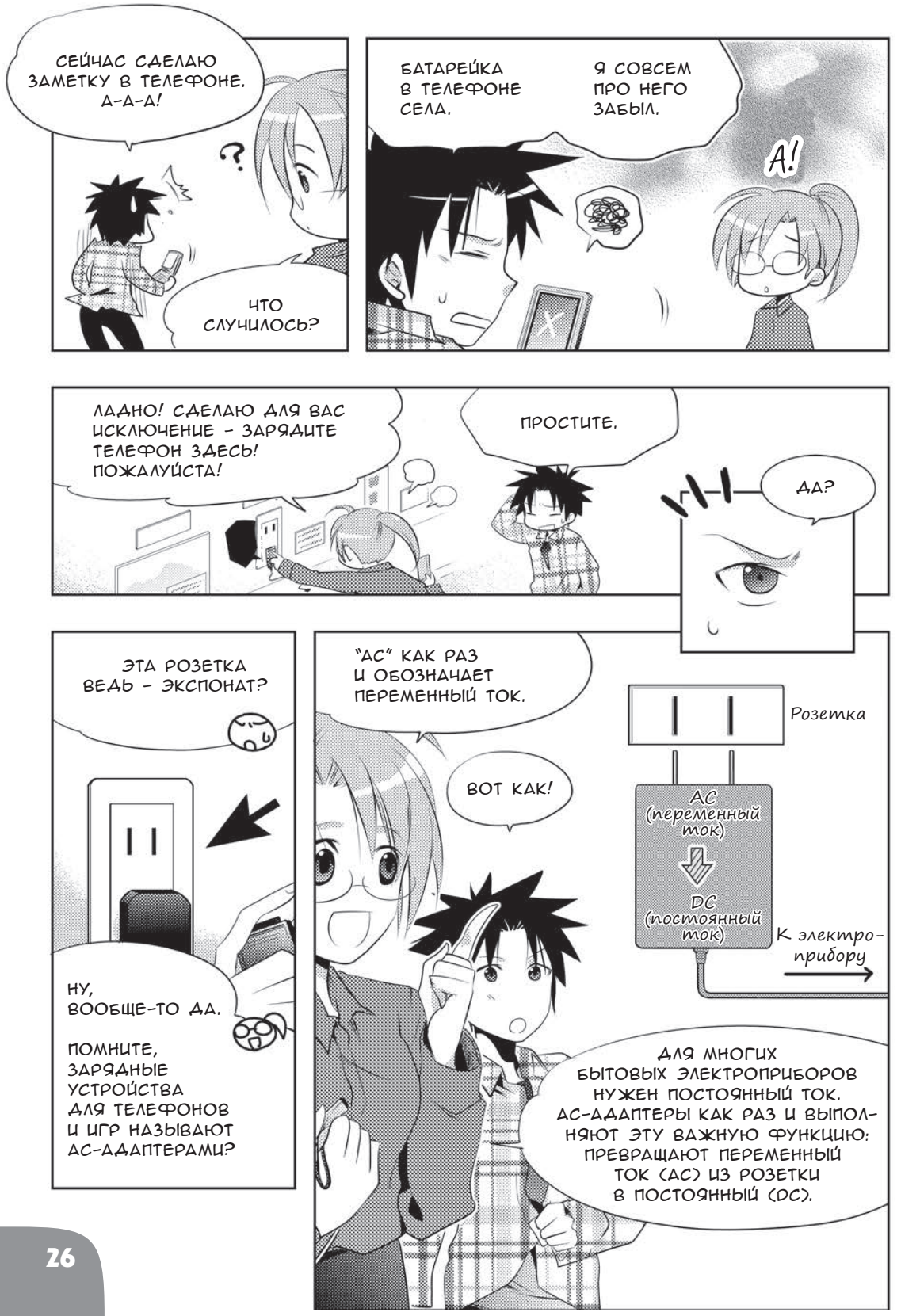



Да-да!
ПРИБОР ДЛЯ СНЯТИЯ КАРДИОГРАММЫ – ЭТО ОДИН ИЗ ВИДОВ ОСЦИЛЛОГРАФА.
Постоянный ток
Сила тока, напряжение
+
0
–
Время
Переменный ток
Сила тока, напряжение
+
0
–
Время
ПРЯМАЯ ЛИНИЯ – ЭТО ПОСТОЯННЫЙ ТОК, НАПРИМЕР ОТ СУХОЙ БАТАРЕЙКИ.
ВОЛНИСТАЯ ЛИНИЯ – ЭТО ПЕРЕМЕННЫЙ ТОК, НАПРИМЕР ОТ РОЗЕТКИ.

ПРИ ПЕРЕМЕННОМ ТОКЕ ПЛЮС И МИНУС, КАЖЕТСЯ, ПОЯВЛЯЮТСЯ И ИСЧЕЗАЮТ ЧЕРЕЗ РАВНЫЕ ПРОМЕЖУТКИ.
НАВЕРНОЕ, СИЛА И НАПРАВЛЕНИЕ ТОКА МЕНЯЮТСЯ.
НЕ СПЕШИТЕ, ДОНУМА-САН, ВСЁ НЕМНОЖКО СЛОЖНЕЕ!

НЕ ПЕРЕПУТАЙТЕ: ПОНЯТИЯ "ПОСТОЯННЫЙ ТОК" И "ПЕРЕМЕННЫЙ ТОК" ОТНОСЯТСЯ И К СИЛЕ ТОКА, И К НАПРЯЖЕНИЮ!
О... ПРОСТИТЕ, ОШИБСЯ!

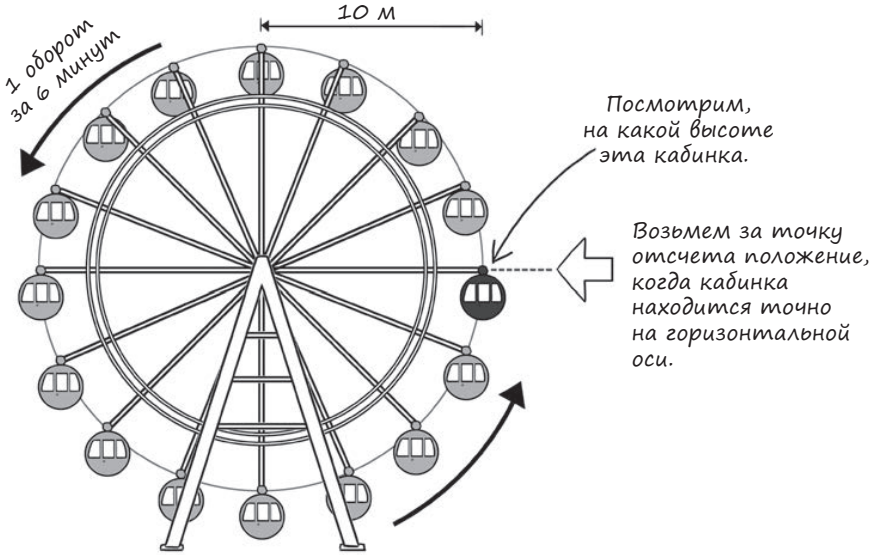

КСТАТИ, РАЗ УЖ МЫ ОБ ЭТОМ, ОБРАТИТЕ ВНИМАНИЕ: ДЛЯ ОБОЗНАЧЕНИЯ ПОСТОЯННОГО ТОКА ИСПОЛЬЗУЮТСЯ БОЛЬШИЕ БУКВЫ, А ДЛЯ ОБОЗНАЧЕНИЯ ПЕРЕМЕННОГО – МАЛЕНЬКИЕ.
ЭТО ТОЖЕ ОБЯЗАТЕЛЬНО НУЖНО ЗАПОМНИТЬ!
Постоянный ток
Сила постоянного тока
Напряжение постоянного тока
Переменный ток
Сила переменного тока
Напряжение переменного тока
ВОТ КАК...
ЭТО ВАЖНО!
О-о-о


СЕЙЧАС СДЕЛАЮ ЗАМЕТКУ В ТЕЛЕФОНЕ. А-А-А!
?
ЧТО СЛУЧИЛОСЬ?
БАТАРЕЙКА В ТЕЛЕФОНЕ СЕЛА.
Я СОВСЕМ ПРО НЕГО ЗАБЫЛ.
А!
ЛАДНО! СДЕЛАЮ ДЛЯ ВАС ИСКЛЮЧЕНИЕ – ЗАРЯДИТЕ ТЕЛЕФОН ЗДЕСь! ПОЖАЛУЙСТА!
ПРОСТИТЕ.
ДА?
ЭТА РОЗЕТКА ВЕДЬ – ЭКСПОНАТ?
НУ, ВООБЩЕ-ТО ДА.
ПОМНИТЕ, ЗАРЯДНЫЕ УСТРОЙСТВА ДЛЯ ТЕЛЕФОНОВ И ИГР НАЗЫВАЮТ АС-АДАПТЕРАМИ?
"АС" КАК РАЗ И ОБОЗНАЧАЕТ ПЕРЕМЕННЫЙ ТОК.
ВОТ КАК!
Розетка
AC (переменный ток)
DC (постоянный ток)
К электро-прибору
ДЛЯ МНОГИХ БЫТОВЫХ ЭЛЕКТРОПРИБОРОВ НУЖЕН ПОСТОЯННЫЙ ТОК. АС-АДАПТЕРЫ КАК РАЗ И ВЫПОЛНЯЮТ ЭТУ ВАЖНУЮ ФУНКЦИЮ: ПРЕВРАЩАЮТ ПЕРЕМЕННЫЙ ТОК (АС) ИЗ РОЗЕТКИ В ПОСТОЯННЫЙ (DC).

Посмотрим на колесо обозрения

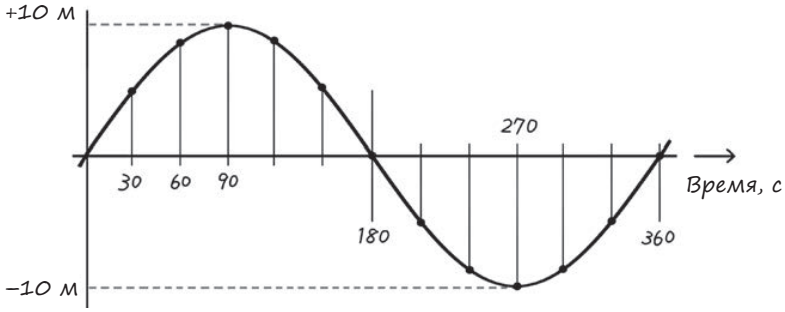
Колесо обозрения и график синуса

РАДИУС КОЛЕСА ОБОЗРЕНИЯ 10 М, ОДИН ОБОРОТ ОНО СОВЕРШАЕТ ЗА 6 МИНУТ (360 С). ПОНАБЛЮДАЕМ ЗА ТОЙ ЧЕРНОЙ КАБИНКОЙ. КАК ВЫ ДУМАЕТЕ, ЧЕРЕЗ СКОЛЬКО СЕКУНД ОНА ОКАЖЕТСЯ НА МАКСИМАЛЬНОЙ ВЫСОТЕ, А ЧЕРЕЗ СКОЛЬКО СЕКУНД – НА МИНИМАЛЬНОЙ?



НАВЕРНОЕ, ЧЕРЕЗ 90 СЕКУНД КАБИНКА ОКАЖЕТСЯ НА САМОМ ВЕРХУ, А ЧЕРЕЗ 270 СЕКУНД – В САМОМ НИЗУ...

ВЕРНО!
ВОТ ЧТО ПОЛУЧИТСЯ, ЕСЛИ ИЗОБРАЗИТЬ ДВИЖЕНИЕ ЧЕРНОЙ КАБИНКИ В ВИДЕ ГРАФИКА.

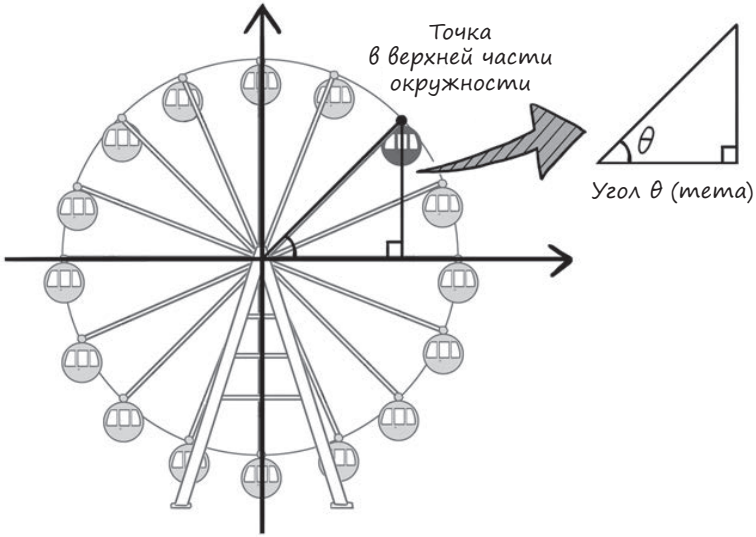


УГУ-УГУ.

ЭТА ВОЛНИСТАЯ ЛИНИЯ НА САМОМ ДЕЛЕ – ГРАФИК ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКОЙ ФУНКЦИИ СИНУСА. ФУНКЦИЯ – ЭТО ЗАВИСИМОСТЬ ДВУХ ВЕЛИЧИН ДРУГ ОТ ДРУГА: ЗАДАВАЯ ЗНАЧЕНИЕ ОДНОЙ ИЗ ВЕЛИЧИН, МЫ ТЕМ САМЫМ ОПРЕДЕЛЯЕМ ЗНАЧЕНИЕ ВТОРОЙ. ЭТОТ ГРАФИК – НЕПРЕРЫВНОЕ ОТОБРАЖЕНИЕ ТАКОЙ ЗАВИСИМОСТИ.

А, ПОНЯТНО!
ЕСЛИ ЗНАТЬ ВРЕМЯ, МОЖНО ОПРЕДЕЛИТЬ, НА КАКОЙ ВЫСОТЕ БУДЕТ ЧЕРНАЯ КАБИНКА. И НАОБОРОТ – ЕСЛИ ЗНАТЬ ВЫСОТУ, МОЖНО ПОНЯТЬ, СКОЛЬКО ВРЕМЕНИ ПРОШЛО С НАЧАЛА ОТСЧЕТА, ДА?

СОВЕРШЕННО ВЕРНО! А ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКОЙ ФУНКЦИЕЙ ЭТА ЗАВИСИМОСТЬ НАЗЫВАЕТСЯ ПОТОМУ, ЧТО... ВОТ, СМОТРИТЕ!



Построение треугольника от точки на окружности

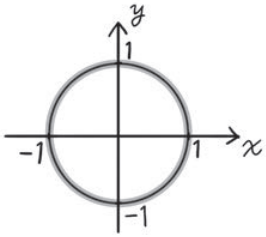
О, ВОТ И ТРЕУГОЛЬНИК!

КОГДА КАБИНКА ДВИГАЕТСЯ, ЭТО ЗНАЧИТ, ЧТО ПРОИСХОДИТ ДВИЖЕНИЕ НЕКОЙ ТОЧКИ ПО ОКРУЖНОСТИ. ЕСЛИ ОТМЕТИТЬ ТАКУЮ ТОЧКУ В ВЕРХНЕЙ ЧАСТИ ОКРУЖНОСТИ, ОТ НЕЕ МОЖНО ПОСТРОИТЬ ТРЕУГОЛЬНИК.

Цитата из: ***Сибуя Микио.*** Манга: анализ Фурье. Изд-во «Ом», 2006.

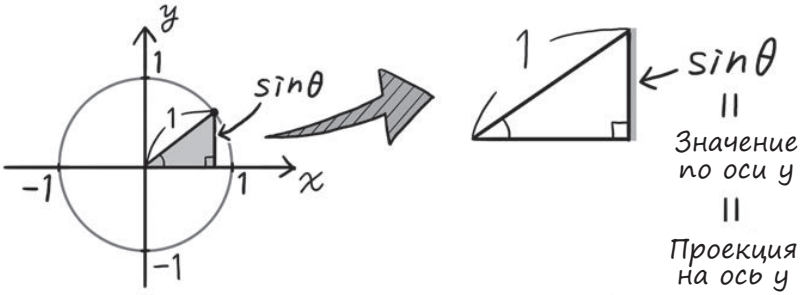
Единичная окружность и график синуса

ТЕПЕРЬ, КОГДА МЫ РАЗОБРАЛИСЬ С КОЛЕСОМ ОБОЗРЕНИЯ, ПОПРОБУЕМ РАССМОТРЕТЬ ГРАФИК СИНУСА НА ПРИМЕРЕ ЕДИНИЧНОЙ ОКРУЖНОСТИ.



Внимание!
Единичной окружностью называется круг с радиусом, равным 1. Такую окружность удобно использовать в качестве стандарта при рассмотрении углов и волновых процессов.

ПРЕДСТАВЬТЕ, ЧТО ТОЧКА НА ОКРУЖНОСТИ СОВЕРШАЕТ КРУГОВОЕ ДВИЖЕНИЕ, ДВИГАЯСЬ ПО ЭТОЙ ОКРУЖНОСТИ ТАК ЖЕ, КАК ДВИГАЕТСЯ ЧЕРНАЯ КАБИНКА НА КОЛЕСЕ ОБОЗРЕНИЯ. ДАЛЬШЕ ВЫБЕРИТЕ КОНКРЕТНУЮ ТОЧКУ И ПОСТРОЙТЕ ОТ НЕЕ ТРЕУГОЛЬНИК.



ВСПОМНИТЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ СИНУСА УГЛА ТЕТА, О КОТОРОМ МЫ ГОВОРИЛИ В САМОМ НАЧАЛЕ (СМ. СТР. 11, ПРОЛОГ).

А! МОЖНО ВЕДЬ СКАЗАТЬ, ЧТО ВЫСОТА ПРЯМОУГОЛЬНОГО ТРЕУГОЛЬНИКА – ЭТО И ЕСТЬ СИНУС УГЛА ТЕТА.

СОВЕРШЕННО ВЕРНО! ИТАК, ДЛЯ НАС ВАЖНЫ ЗНАЧЕНИЯ ПО ОСИ Y. В МАТЕМАТИКЕ ГОВОРЯТ "ПРОЕКЦИЯ НА ОСЬ Y".

КОГДА МЫ РАЗБИРАЛИ ПРИМЕР С КОЛЕСОМ ОБОЗРЕНИЯ, ТО ОТМЕЧАЛИ, ЧТО ЗА 360 СЕКУНД ОНО ДЕЛАЕТ ПОЛНЫЙ ОБОРОТ (360 ГРАДУСОВ). ЗНАЧИТ, ЧЕРЕЗ 45 СЕКУНД ПОСЛЕ ТОЧКИ ОТСЧЕТА УГОЛ ТЕТА СОСТАВИТ 45 ГРАДУСОВ. А ЧЕРЕЗ 90 СЕКУНД – 90 ГРАДУСОВ. ЭТО ТО ЖЕ САМОЕ, О ЧЕМ МЫ ГОВОРИЛИ РАНЬШЕ, ПРОСТО ДРУГИМИ СЛОВАМИ.

ПОДЫТОЖИВ ВСЁ, О ЧЕМ МЫ ГОВОРИЛИ, МЫ ПОЛУЧИМ ГРАФИК ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКОЙ ФУНКЦИИ СИНУС – ТАКОЙ, КАК НА РИСУНКЕ НИЖЕ.

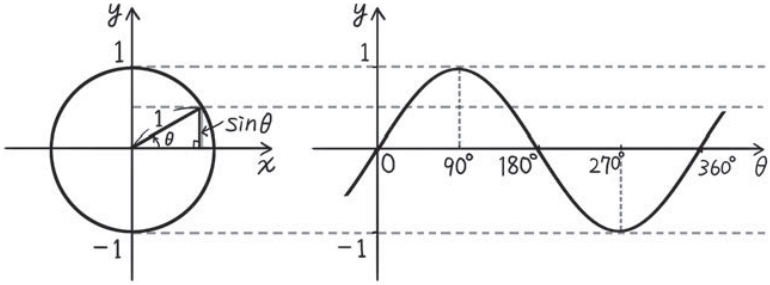


График $y = \sin\theta$

А, ПРИПОМИНАЮ! МЫ ЧТО-ТО ТАКОЕ ПРОХОДИЛИ В ШКОЛЕ.

ЕСЛИ SIN θ – ЭТО ВЫСОТА ПРЯМОУГОЛЬНОГО ТРЕУГОЛЬНИКА, ТО ДЛИНА ПРЯМОУГОЛЬНОГО ТРЕУГОЛЬНИКА ПО ЕГО НИЖНЕЙ СТОРОНЕ – ЭТО COS θ. ВСПОМНИТЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОСИНУСА, И ВСЁ СТАНЕТ ПОНЯТНО (СМ. СТР. 11). А ВОТ НИЖЕ И ГРАФИК КОСИНУСА!

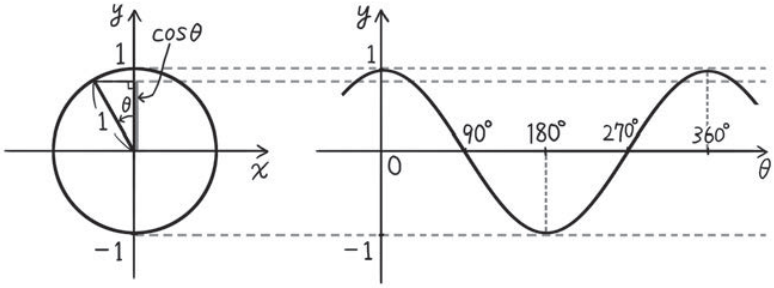


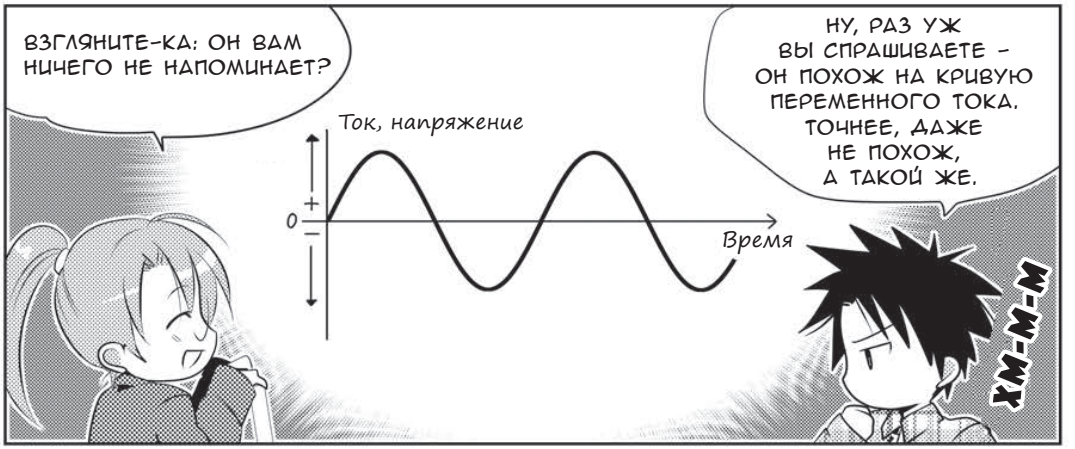
График $y = \cos\theta$

ГРАФИК СИНУСА И ГРАФИК КОСИНУСА ОДИНАКОВОЙ ФОРМЫ, ПРОСТО ОДИН СМЕЩЕН ОТНОСИТЕЛЬНО ДРУГОГО НА 90 ГРАДУСОВ.

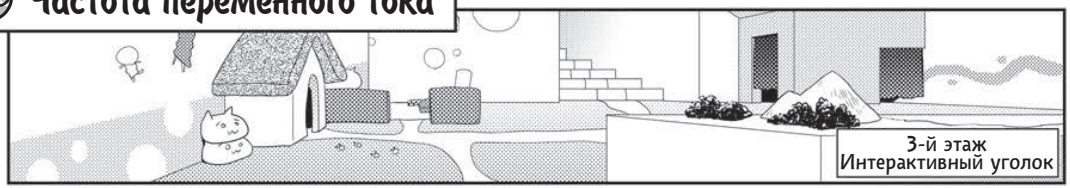
ВЕРНО. ЗАПОМНИТЕ: ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ ТЕСНО СВЯЗАНЫ НЕ ТОЛЬКО С ТРЕУГОЛЬНИКАМИ, НО ТАКЖЕ С ВРАЩЕНИЕМ И ОКРУЖНОСТЯМИ.

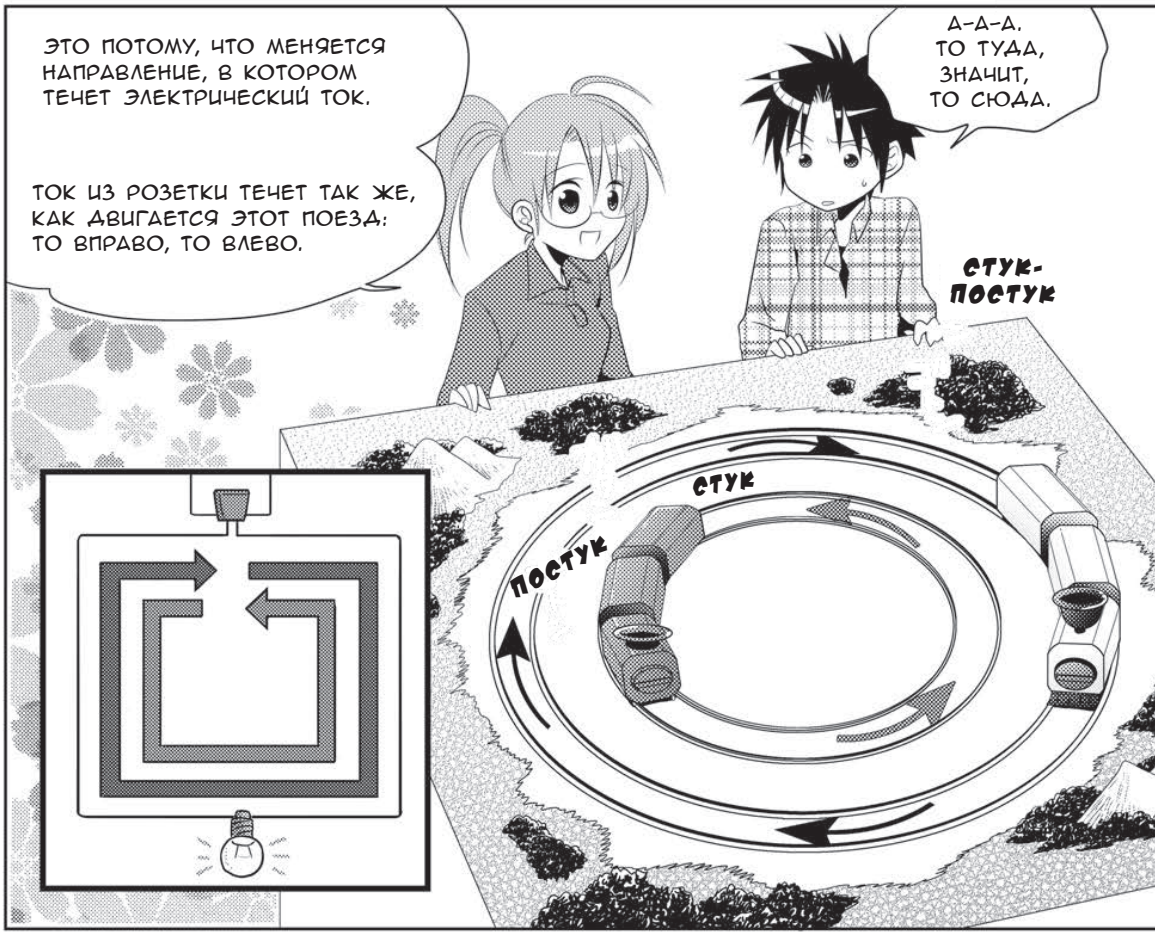
ТО ЕСТЬ НАДО ВСПОМИНАТЬ НЕ ТОЛЬКО СЭНДВИЧИ, НО И КОЛЕСО ОБОЗРЕНИЯ!

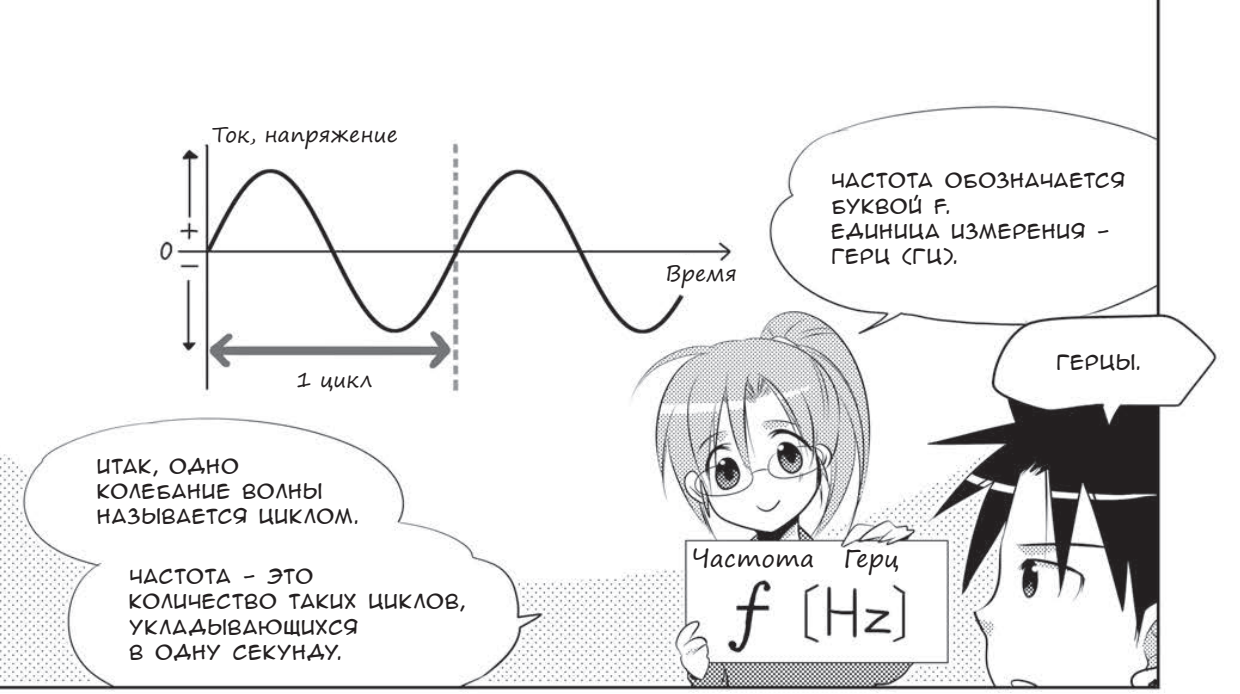
Кривая синуса и переменный ток



Частота переменного тока





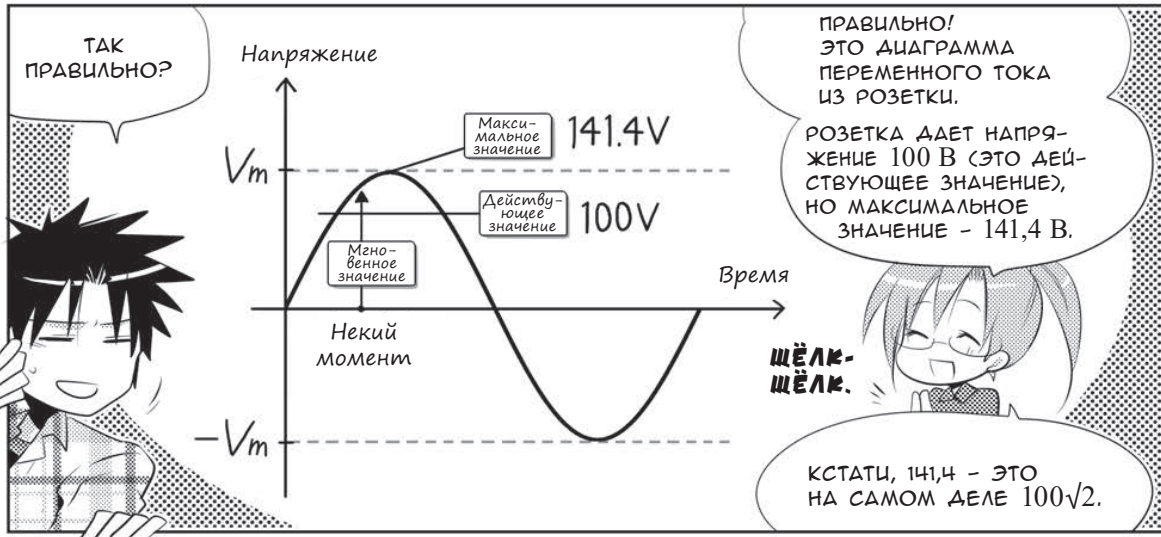

Ток, напряжение
0
+
−
Время
1 цикл
ЧАСТОТА ОБОЗНАЧАЕТСЯ БУКВОЙ F. ЕДИНИЦА ИЗМЕРЕНИЯ – ГЕРЦ (ГЦ).
ГЕРЦЫ.
ИТАК, ОДНО КОЛЕБАНИЕ ВОЛНЫ НАЗЫВАЕТСЯ ЦИКЛОМ.
ЧАСТОТА – ЭТО КОЛИЧЕСТВО ТАКИХ ЦИКЛОВ, УКЛАДЫВАЮЩИХСЯ В ОДНУ СЕКУНДУ.
Частота Герц
f [Hz]

СЛОВО "ГЕРЦ" МНЕ ЧАСТО ПОПАДАЕТСЯ.
ТОЛКОМ НЕ ЗНАЮ, ЧТО ЭТО ТАКОЕ, НО ЕГО ЕЩЕ НА ЭЛЕКТРОПРИБОРАХ ПИШУТ.
?
ДА, ВЕРНО! В ЗАПАДНОЙ И ВОСТОЧНОЙ ЯПОНИИ ИСПОЛЬЗУЕТСЯ РАЗНАЯ ЧАСТОТА.

ДАВНО, КОГДА ЭЛЕКТРИФИКАЦИЯ ЯПОНИИ ТОЛЬКО НАЧАЛАСЬ, – В 1896 ГОДУ В ВОСТОЧНОЙ ЧАСТИ ЗАКУПИЛИ ГЕНЕРАТОР НЕМЕЦКОГО ПРОИЗВОДСТВА, А В ЗАПАДНОЙ ЧАСТИ НА СЛЕДУЮЩИЙ ГОД – ГЕНЕРАТОР ПРОИЗВОДСТВА США.
ВОТ ИЗ-ЗА ЭТОГО-ТО ЧАСТОТА В ВОСТОЧНОЙ И ЗАПАДНОЙ ЯПОНИИ ДО СИХ ПОР ОТЛИЧАЕТСЯ, ХОТЯ МЫ ЖИВЕМ В ОДНОЙ СТРАНЕ.
Запад 60 Гц
Восток 50 Гц

ЭТО ВСЁ МЫ, ПРЕДСТАВИТЕЛИ ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ КОМПАНИЙ, ВИНОВАТЫ – НАША НЕДОРАБОТКА.
ПРОСТИТЕ НАС ЗА ТЕ НЕУДОБСТВА, КОТОРЫЕ МЫ ДОСТАВЛЯЕМ.
Глубокий поклон
НЕТ-НЕТ-НЕТ, Я ДАЖЕ И НЕ ДУМАЛ ВАС ВИНИТЬ.

Максимальное, действующее и мгновенное значения переменного тока



Выражаем значение постоянного тока формулой с использованием sin

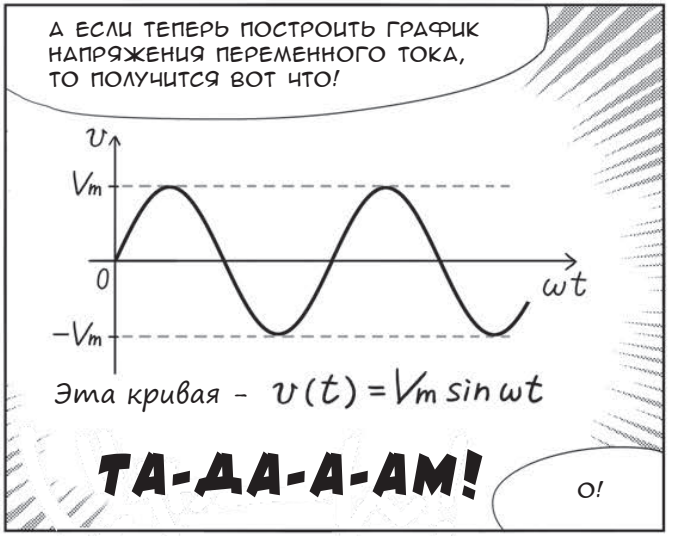
ДИАГРАММА ПЕРЕМЕННОГО ТОКА СОВПАДАЕТ С ГРАФИКОМ СИНУСА.

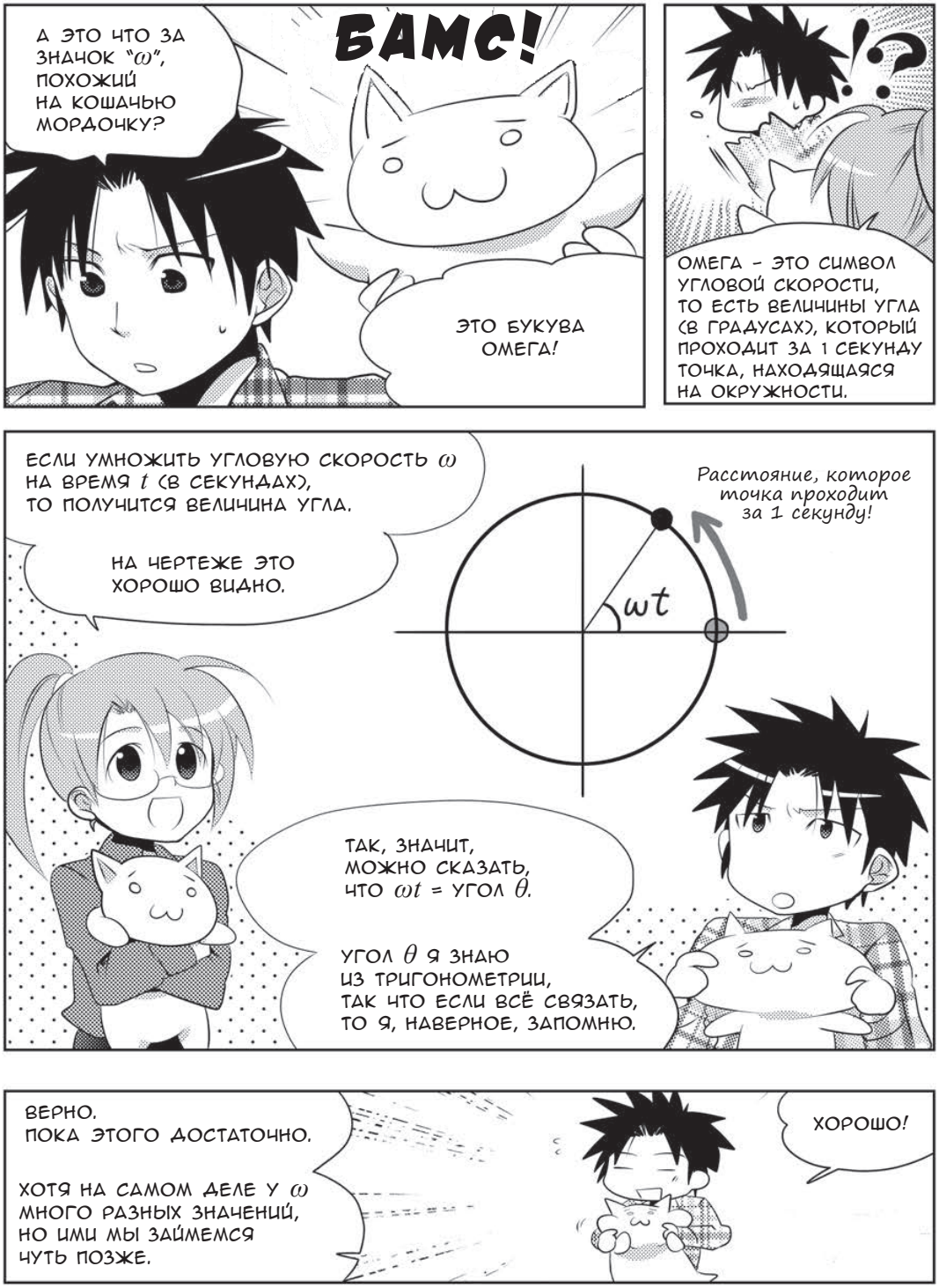
ПОЭТОМУ СИЛУ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА i И НАПРЯЖЕНИЕ v МОЖНО ВЫРАЗИТЬ СЛЕДУЮЩЕЙ ФОРМУЛОЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЗНАЧЕНИЙ sin.

Сила переменного тока $i(t) = I_m \sin \omega t$

Напряжение переменного тока $v(t) = V_m \sin \omega t$

С ИЗМЕНЕНИЕМ ЗНАЧЕНИЙ ВРЕМЕНИ t ИЗМЕНЯЮТСЯ И ЗНАЧЕНИЯ СИЛЫ ТОКА И НАПРЯЖЕНИЯ. ЭТА ФОРМУЛА ТАКЖЕ НАЗЫВАЕТСЯ ФОРМУЛОЙ МГНОВЕННОГО ЗНАЧЕНИЯ.



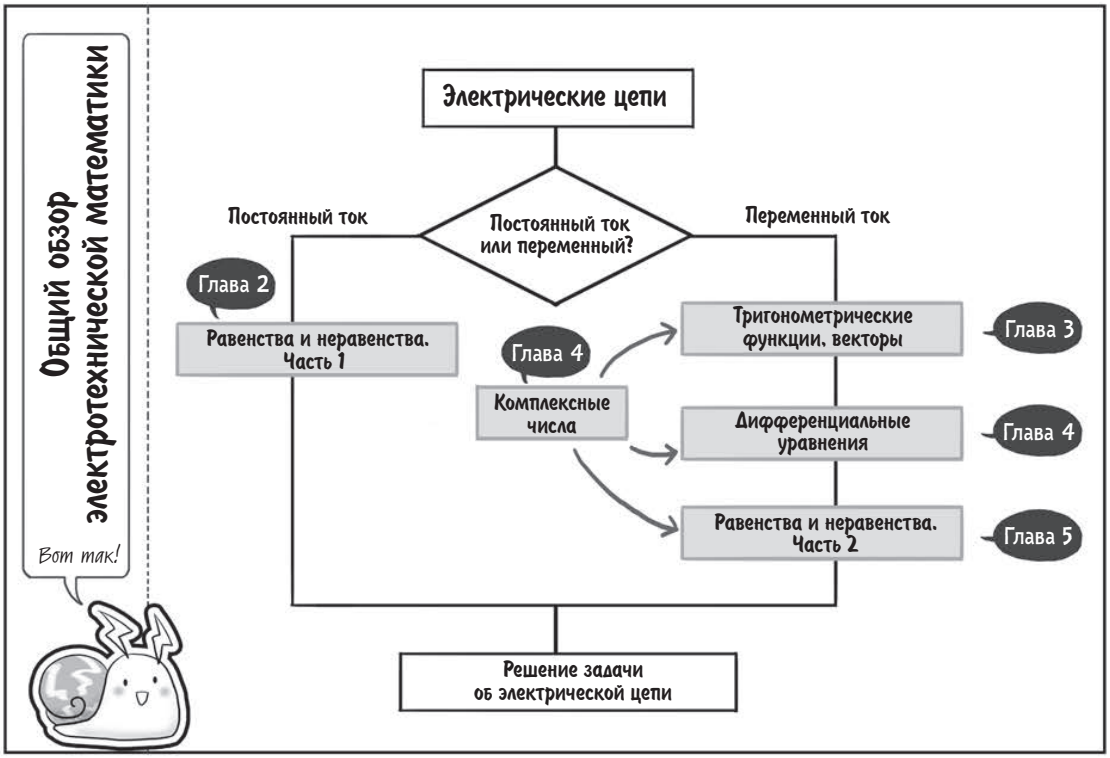


(Подробнее см. на стр. 114.)

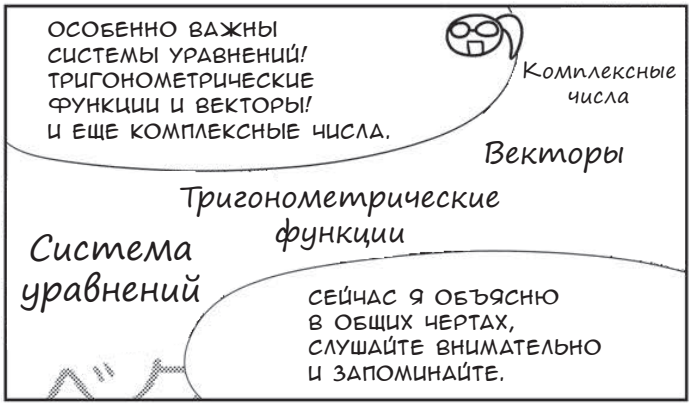
3 Какие знания по математике нужны для электротехники?

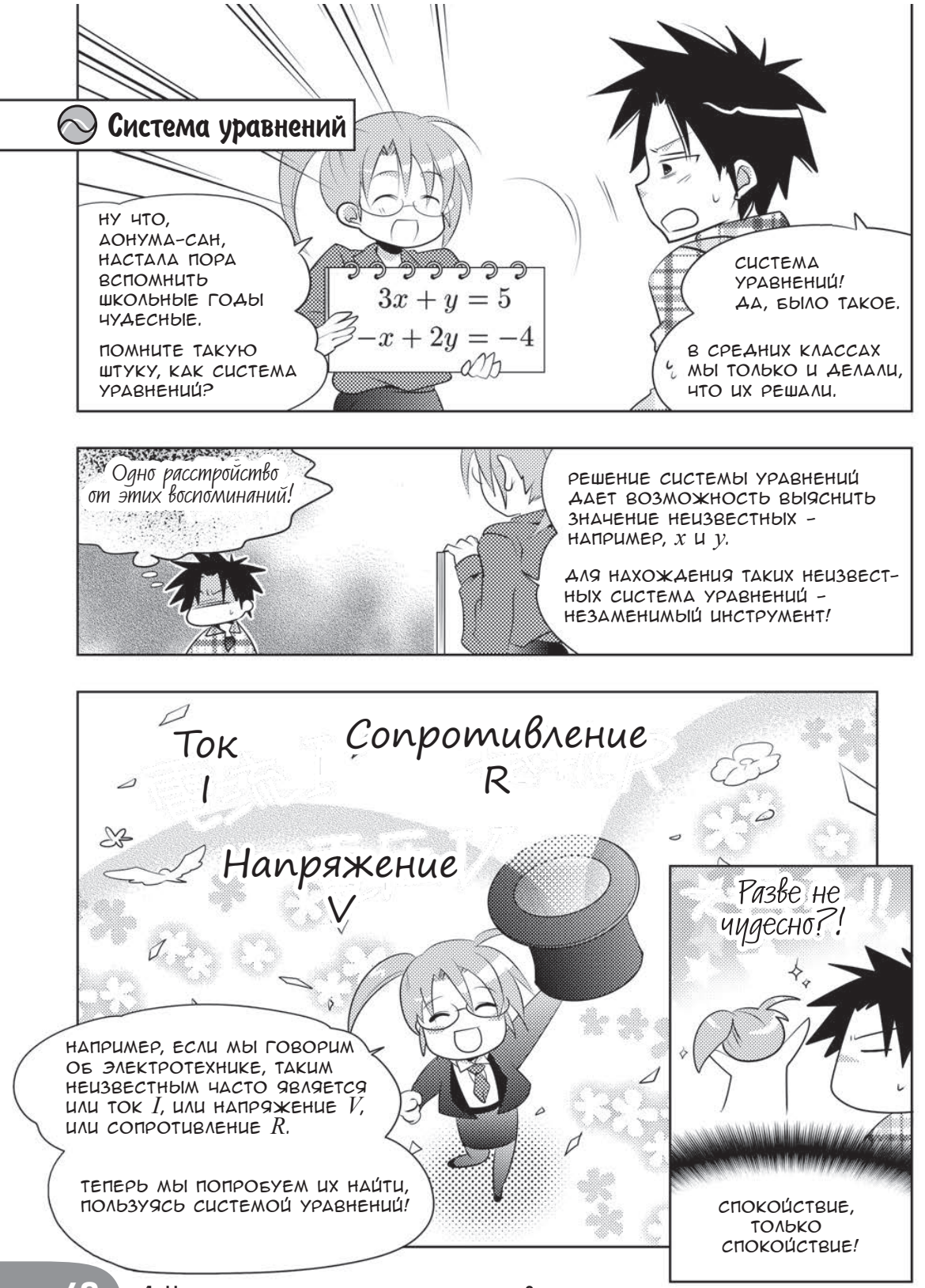
Обзор необходимых математических знаний

Постоянный ток
Переменный ток
КСТАТИ, О ЗАДАЧАХ. ЗАДАЧИ ПО ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКОЙ МАТЕМАТИКЕ МОЖНО РАЗДЕЛИТЬ НА ДВА ТИПА: ЗАДАЧИ ПРО ПОСТОЯННЫЙ ТОК И ЗАДАЧИ ПРО ПЕРЕМЕННЫЙ ТОК. ДЛЯ ИХ РЕШЕНИЯ ТРЕБУЮТСЯ РАЗНЫЕ ЗНАНИЯ. ЭТО ВИДНО НА СХЕМЕ, КОТОРУЮ Я СОСТАВИЛА.

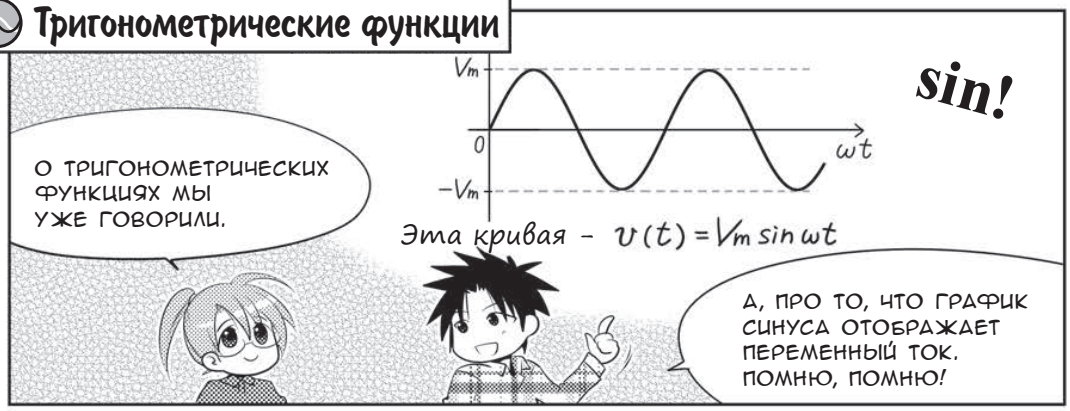

Общий обзор электротехнической математики
Вот так!
Электрические цепи
Постоянный ток или переменный?
Постоянный ток
Переменный ток
Глава 2
Равенства и неравенства. Часть 1
Глава 4
Комплексные числа
Тригонометрические функции, векторы
Глава 3
Дифференциальные уравнения
Глава 4
Равенства и неравенства. Часть 2
Глава 5
Решение задачи об электрической цепи

НИЧЕГО СЕБЕ. СТОЛЬКО ВСЕГО.

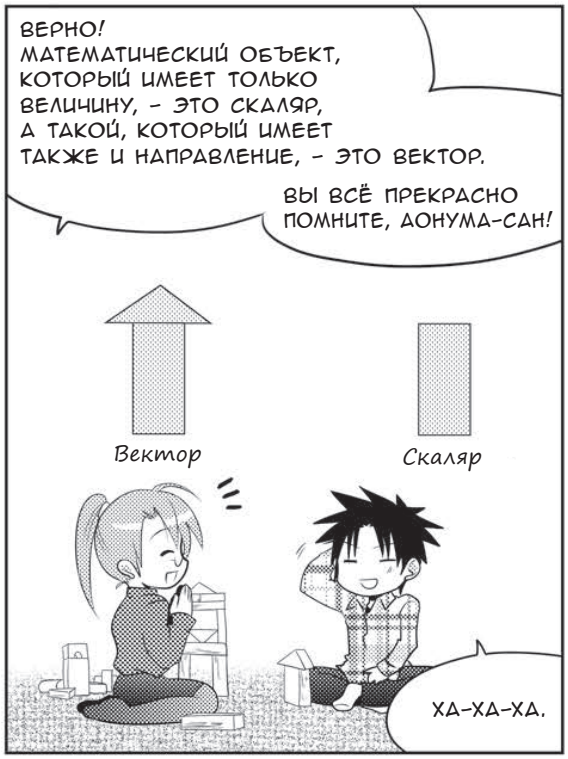

ОСОБЕННО ВАЖНЫ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ! ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ И ВЕКТОРЫ! И ЕЩЕ КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА.
Комплексные числа
Векторы
Тригонометрические функции
Система уравнений
СЕЙЧАС Я ОБЪЯСНЮ В ОБЩИХ ЧЕРТАХ, СЛУШАЙТЕ ВНИМАТЕЛЬНО И ЗАПОМИНАЙТЕ.


Система уравнений
Ну что, Донума-сан, настала пора вспомнить школьные годы чудесные.
Помните такую штуку, как система уравнений?
$3x + y = 5$
$-x + 2y = -4$
Система уравнений! Да, было такое.
В средних классах мы только и делали, что их решали.
Одно расстройство от этих воспоминаний!
Решение системы уравнений дает возможность выяснить значение неизвестных – например, x и y.
Для нахождения таких неизвестных система уравнений – незаменимый инструмент!
Ток
I
Сопротивление
R
Напряжение
V
Например, если мы говорим об электротехнике, таким неизвестным часто является или ток I, или напряжение V, или сопротивление R.
Теперь мы попробуем их найти, пользуясь системой уравнений!
Разве не чудесно?!
Спокойствие, только спокойствие!

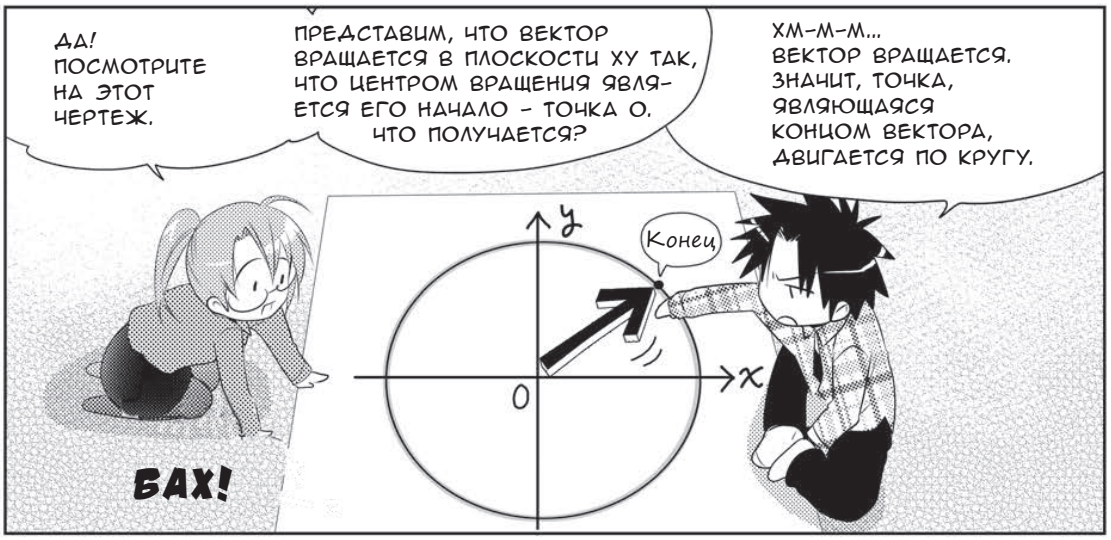
Тригонометрические функции



Векторы и фазы



* В данном пособии модуль вектора A обозначается как |A|.



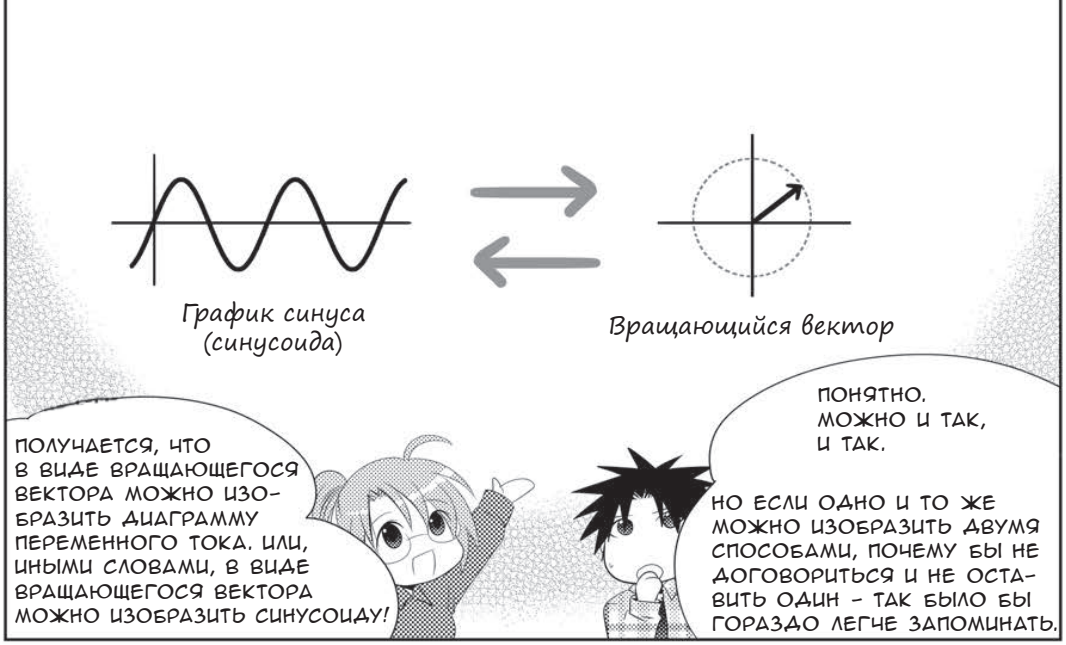
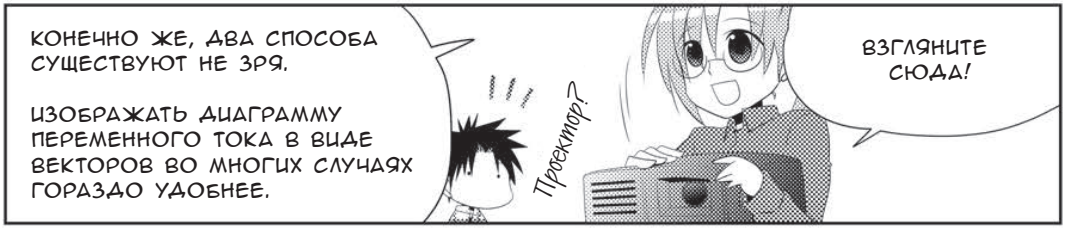
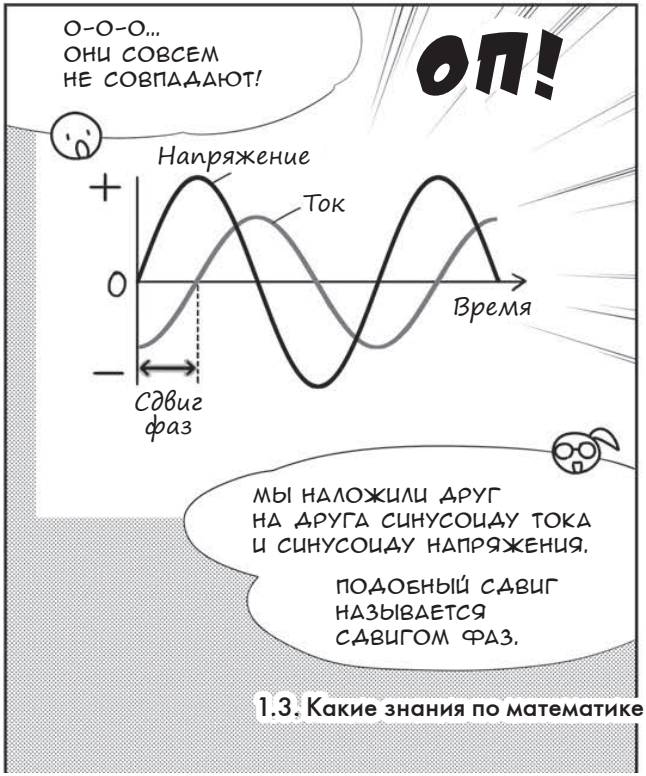
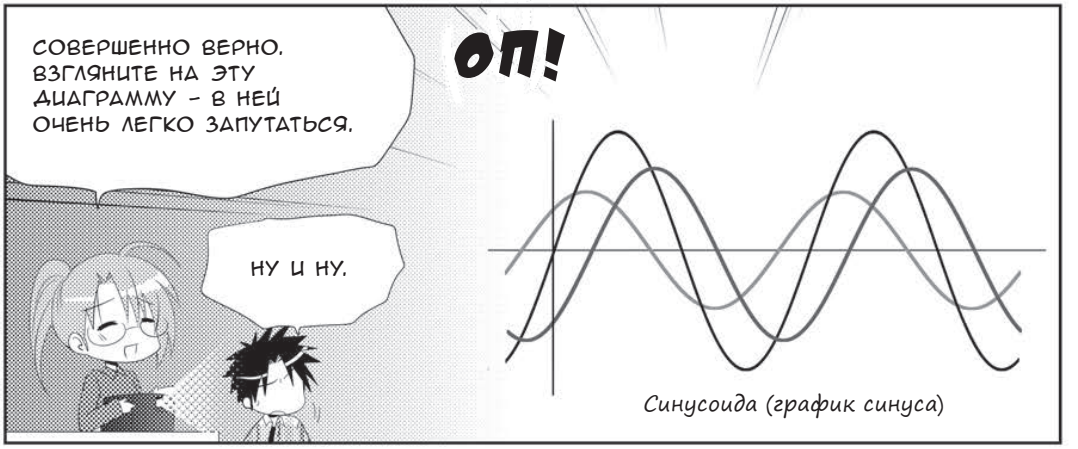


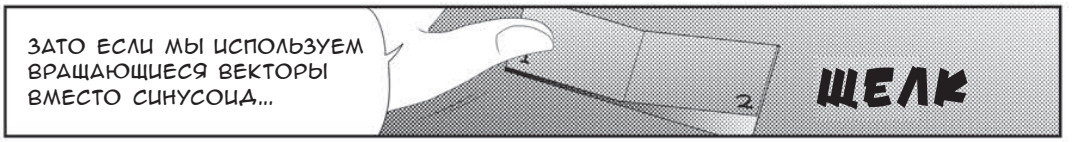
График синуса (синусоида)
Вращающийся вектор
ПОЛУЧАЕТСЯ, ЧТО В ВИДЕ ВРАЩАЮЩЕГОСЯ ВЕКТОРА МОЖНО ИЗОБРАЗИТЬ ДИАГРАММУ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА. ИЛИ, ИНЫМИ СЛОВАМИ, В ВИДЕ ВРАЩАЮЩЕГОСЯ ВЕКТОРА МОЖНО ИЗОБРАЗИТЬ СИНУСОИДУ!
ПОНЯТНО. МОЖНО И ТАК, И ТАК.
НО ЕСЛИ ОДНО И ТО ЖЕ МОЖНО ИЗОБРАЗИТЬ ДВУМЯ СПОСОБАМИ, ПОЧЕМУ БЫ НЕ ДОГОВОРИТЬСЯ И НЕ ОСТАВИТЬ ОДИН – ТАК БЫЛО БЫ ГОРАЗДО ЛЕГЧЕ ЗАПОМИНАТЬ.


КОНЕЧНО ЖЕ, ДВА СПОСОБА СУЩЕСТВУЮТ НЕ ЗРЯ.
ИЗОБРАЖАТЬ ДИАГРАММУ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА В ВИДЕ ВЕКТОРОВ ВО МНОГИХ СЛУЧАЯХ ГОРАЗДО УДОБНЕЕ.
Проектор?
ВЗГЛЯНИТЕ СЮДА!


О-О-О... ОНИ СОВСЕМ НЕ СОВПАДАЮТ!
ОП!
Напряжение
Ток
+
0
–
Время
Сдвиг фаз
МЫ НАЛОЖИЛИ ДРУГ НА ДРУГА СИНУСОИДУ ТОКА И СИНУСОИДУ НАПРЯЖЕНИЯ.
ПОДОБНЫЙ СДВИГ НАЗЫВАЕТСЯ СДВИГОМ ФАЗ.

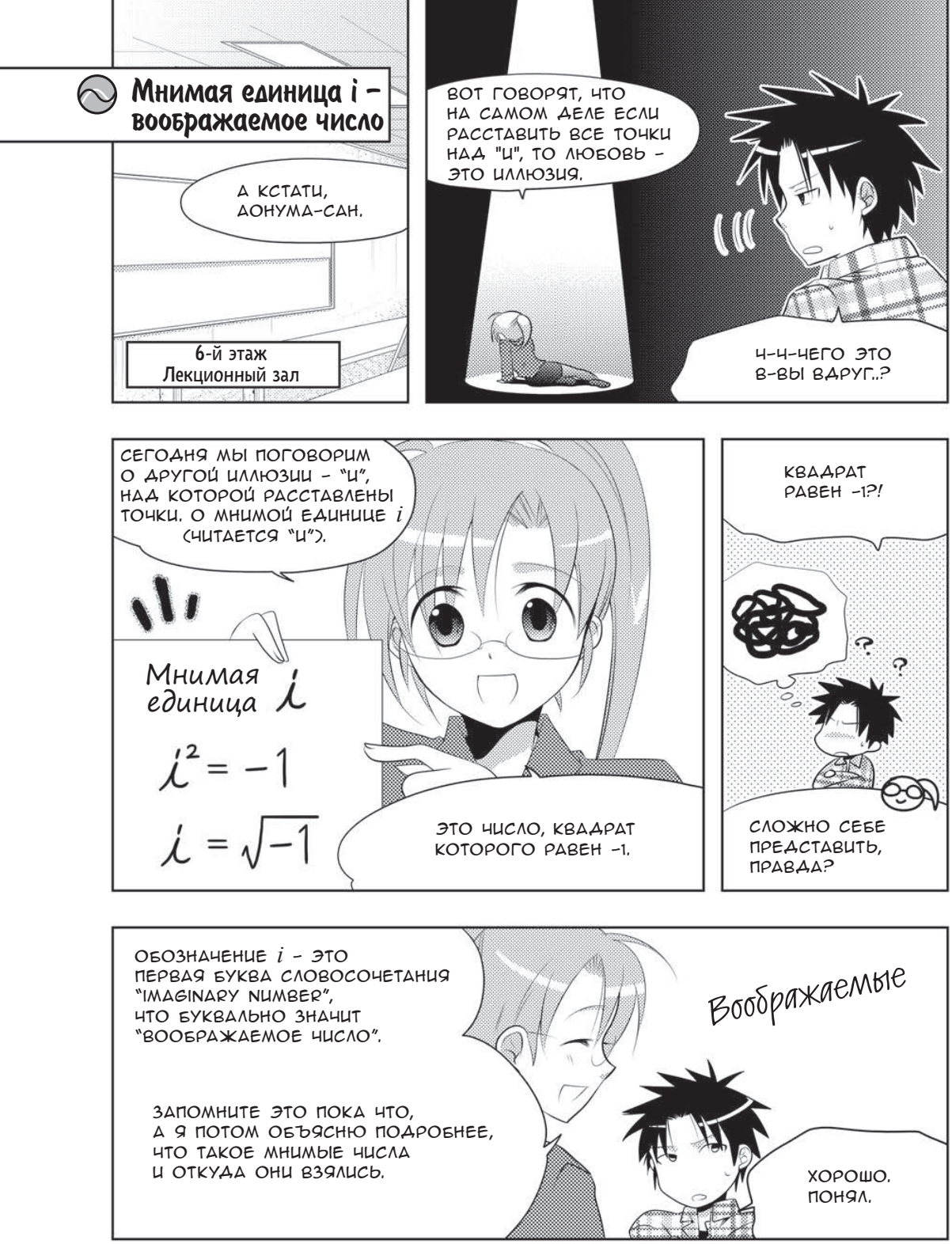
В ДИАГРАММЕ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА ЗАЧАСТУЮ ПРОИСХОДИТ ТАКОЙ СДВИГ – НЕСОВПАДЕНИЕ МЕЖДУ ФАЗАМИ ДЛЯ КРИВОЙ СИЛЫ ТОКА И КРИВОЙ НАПРЯЖЕНИЯ. СДВИГ ФАЗЫ МОЖЕТ БЫТЬ САМЫМ РАЗНЫМ.
А НАМ ИНОГДА НУЖНО РАССМОТРЕТЬ И ПРОАНАЛИЗИРОВАТЬ НЕСКОЛЬКО СИНУСОИД СО СДВИГОМ ФАЗ И РАЗНЫМИ МАКСИМАЛЬНЫМИ ЗНАЧЕНИЯМИ.
ОХ. ЭТО, НАВЕРНОЕ, СЛОЖНО...


СОВЕРШЕННО ВЕРНО. ВЗГЛЯНИТЕ НА ЭТУ ДИАГРАММУ – В НЕЙ ОЧЕНЬ ЛЕГКО ЗАПУТАТЬСЯ.
ОП!
НУ И НУ.
Синусоида (график синуса)


ЗАТО ЕСЛИ МЫ ИСПОЛЬЗУЕМ ВРАЩАЮЩИЕСЯ ВЕКТОРЫ ВМЕСТО СИНУСОИД...
ЩЕЛК

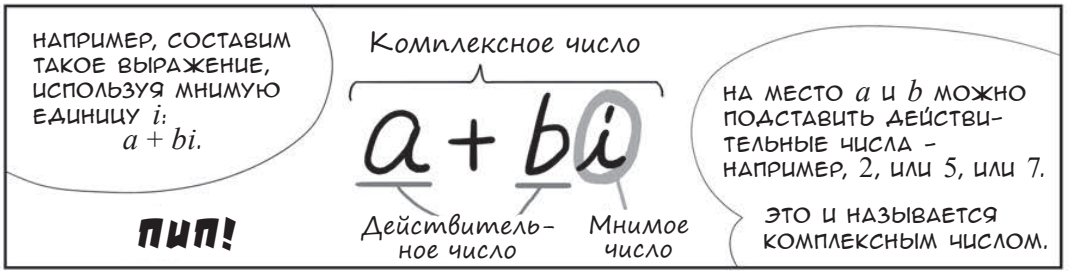
О! ТАК ГОРАЗДО ПОНЯТНЕЕ!
ОП!
ПРАВДА ЖЕ?
ЕСЛИ ИСПОЛЬЗОВАТЬ ВЕКТОРЫ, ТО МОЖНО УЗНАТЬ ФАЗУ, ПРОСТО ИЗМЕРИВ УГОЛ МЕЖДУ НИМИ.
Вращающийся вектор
Обратите внимание! Величина векторов совпадает с максимальным значением силы тока и напряжения соответственно.

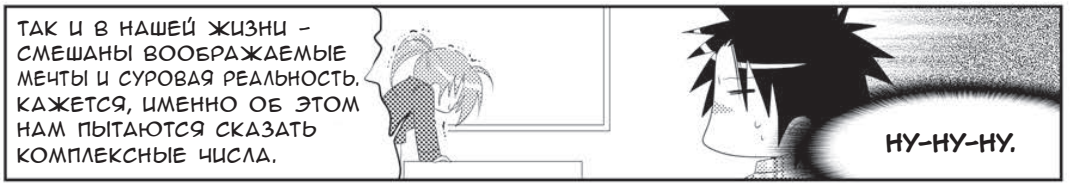
ИНЫМИ СЛОВАМИ, НАУЧИВШИСЬ ИЗОБРАЖАТЬ ПЕРЕМЕННЫЙ ТОК В ВИДЕ ВЕКТОРНОЙ ДИАГРАММЫ, МЫ САМИ СЕБЕ ОБЛЕГЧИМ РАБОТУ.
НЕ ЗАБЫВАЙТЕ ОБ ЭТОМ!
НА САМОМ ДЕЛЕ У ВЕКТОРОВ ЕСТЬ И ДРУГАЯ ВАЖНАЯ РОЛЬ, НО ОБ ЭТОМ МЫ ПОГОВОРИМ ПОЗЖЕ!


Мнимая единица i – воображаемое число
А кстати, Адонума-сан.
6-й этаж
Лекционный зал
Вот говорят, что на самом деле если расставить все точки над "и", то любовь – это иллюзия.
Ч-ч-чего это в-вы вдруг..?
Сегодня мы поговорим о другой иллюзии – "и", над которой расставлены точки. О мнимой единице i (читается "и").
Мнимая единица i
$i^2 = -1$
$i = \sqrt{-1}$
Это число, квадрат которого равен –1.
Квадрат равен –1?!
Сложно себе представить, правда?
Обозначение i – это первая буква словосочетания "imaginary number", что буквально значит "воображаемое число".
Воображаемые
Запомните это пока что, а я потом объясню подробнее, что такое мнимые числа и откуда они взялись.
Хорошо. Понял.

Основы комплексных чисел

(Подробнее о действительных числах см. на стр. 54.)





Должна вас кое о чем предупредить относительно мнимой единицы.
В математике она обозначается как i, но в электротехнике i уже используется для обозначения силы переменного тока. Помните?
Да, действительно!

Поэтому в электротехнике мнимая единица называется не i, а j!
Так что в мире электричества совсем не расставлены все точки над "и"!
ХА-ХА-ХА
Точки расставлены над никому неизвестной буквой j. Здорово, правда?

Для работы со сложными формулами j ставят впереди. Так что для целей электротехнических вычислений запомните это выражение именно в таком виде: $a + jb$.
А это значит, что и выражение, которое я вам показывала, нужно записывать так: $a + jb$,
где a – действительная часть комплексного числа, b – мнимая часть комплексного числа
$a + jb$
Действительная часть
Мнимая часть
Значит, действительная часть – это Re, а мнимая часть – это Im. О, смотри-ка!

Мнимая часть – это мнимое число, поэтому Im значит "imaginary", "воображаемый".
Тогда получается, Re, обозначающее действительную часть, – это от слова "real", "реальный"?
Совершенно верно. Я смотрю, вы чудесно справляетесь со всем, начиная с векторов, Аонума-сан.
Воображаемый
Реальный

Ну что вы...
На самом деле между векторами и комплексными числами существует тесная связь.
Перейду сразу к сути: комплексные числа можно представить в виде векторов.
Попробуем изобразить в виде вектора наше выражение: $a + jb$!

Строим комплексный вектор

НУ ЧТО, ГОТОВЫ?
СЕЙЧАС МЫ ПОПРОБУЕМ ПОСТРОИТЬ ВЕКТОР,
ИСПОЛЬЗУЯ КОМПЛЕКСНОЕ ЧИСЛО $a + jb$!

Шаг 1 Преобразуем выражение $a + jb$ в формулу.

ПРЕЖДЕ ВСЕГО СОСТАВИМ ФОРМУЛУ $z = a + jb$, ВВЕДЯ ЗНАЧЕНИЕ z.

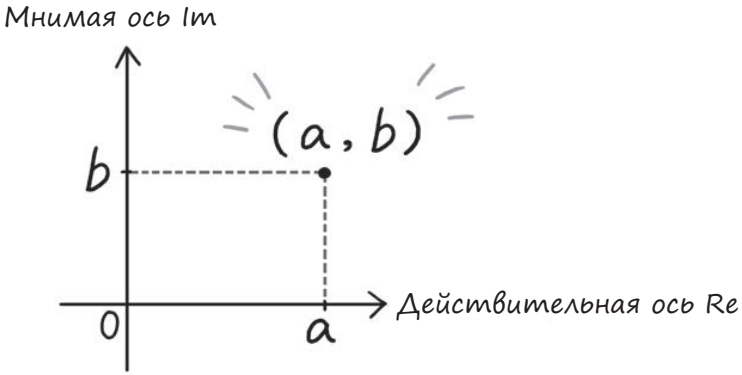
УГУ-УГУ.
РАЗ В ЭТОЙ ФОРМУЛЕ ПРИСУТСТВУЮТ И ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫЕ,
И МНИМЫЕ ЧИСЛА, ТО, ЗНАЧИТ, ОНА ТОЖЕ – МНИМОЕ ЧИСЛО.

Шаг 2 Подготовим комплексную плоскость (гауссову плоскость) и отметим на ней точки.

ДЛЯ ТОГО ЧТОБЫ ИЗОБРАЗИТЬ КОМПЛЕКСНОЕ ЧИСЛО В ВИДЕ ВЕКТОРА,
НУЖНА "СЦЕНА", КОТОРОЙ И ЯВЛЯЕТСЯ КОМПЛЕКСНАЯ ПЛОСКОСТЬ.
КОМПЛЕКСНАЯ ПЛОСКОСТЬ – ЭТО СИСТЕМА КООРДИНАТ xy, ГДЕ ГОРИЗОНТАЛЬНАЯ ОСЬ – ЭТО ДЕЙСТВИТЕЛЬНАЯ ОСЬ (ОСЬ ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫХ ЧИСЕЛ),
А ВЕРТИКАЛЬНАЯ ОСЬ – ЭТО МНИМАЯ ОСЬ (ОСЬ МНИМЫХ ЧИСЕЛ).
ИНЫМИ СЛОВАМИ, ГОРИЗОНТАЛЬНАЯ ОСЬ – ЭТО Re (ДЕЙСТВИТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ),
А ВЕРТИКАЛЬНАЯ ОСЬ – ЭТО Im (МНИМАЯ ЧАСТЬ).

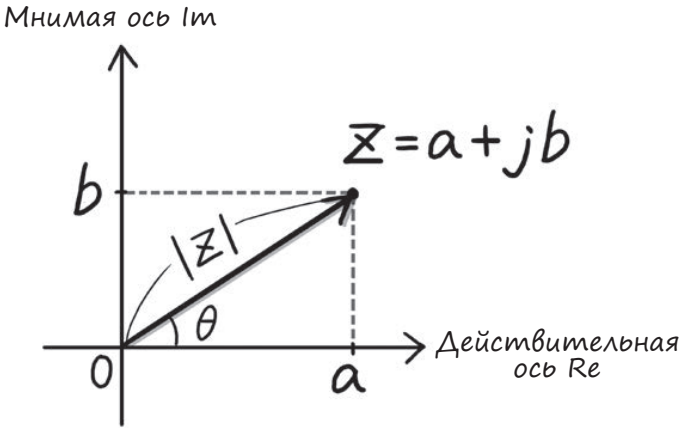
ДА?
ТОГДА ПОЛУЧАЕТСЯ, ЗНАЧЕНИЯ a И b В ВЫРАЖЕНИИ $a + jb$ ОТКЛАДЫВАЮТСЯ
НА РАЗНЫХ ОСЯХ КООРДИНАТ.

СОВЕРШЕННО ВЕРНО! ТО ЕСТЬ КОМПЛЕКСНОЕ ЧИСЛО МОЖНО ПРЕДСТАВИТЬ
КАК ТОЧКУ (a, b) НА КОМПЛЕКСНОЙ ПЛОСКОСТИ.



Шаг 3 Построим на комплексной плоскости вектор.

НАЧЕРТИМ ВЕКТОР, НАПРАВЛЕННЫЙ В ЗАДАННУЮ ТОЧКУ ИЗ НАЧАЛА КООРДИНАТ О. ТА-ДА-А-АМ! ЭТО И ЕСТЬ КОМПЛЕКСНЫЙ ВЕКТОР.



Изображение комплексного числа в виде вектора

О-О-О! И ПРАВДА, МОЖНО ПРЕДСТАВИТЬ В ВИДЕ ВЕКТОРА. А ПО ВЕКТОРУ СРАЗУ ПОНЯТЕН И УГОЛ (ПОТОМУ ЧТО ОН ИМЕЕТ НАПРАВЛЕНИЕ), И ВЕЛИЧИНА.

ДА, ЭТОТ ВЕКТОР СООТВЕТСТВУЕТ ФОРМУЛЕ $z = a + jb$! ХОРОШЕНЬКО ЗАПОМНИТЕ ЭТОТ ЧЕРТЕЖ И ЕГО РАСШИФРОВКУ.

Взаимосвязь комплексных чисел и векторов

Итак, у нас получилось изобразить комплексные числа в виде векторов.

Пи!

О!

Что получится, если применить те знания, которые вы уже получили?

Смотрите: комплексное число можно выразить в виде вектора.

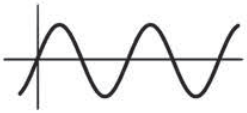
И наоборот: можно сказать, что комплексное число – это вектор, представленный в числовом выражении. Да?

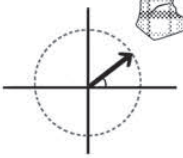
Всё верно. Отлично!

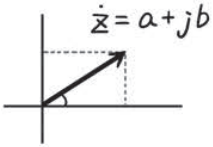
И разумеется, если придать этому вектору вращение, то получится вращающийся вектор.

Подведем итоги всему, о чем мы говорили!

Если всё запоминать по отдельности, то кажется, что материала много, но если увидеть взаимосвязи, как сделали сейчас мы, всё становится куда понятнее.







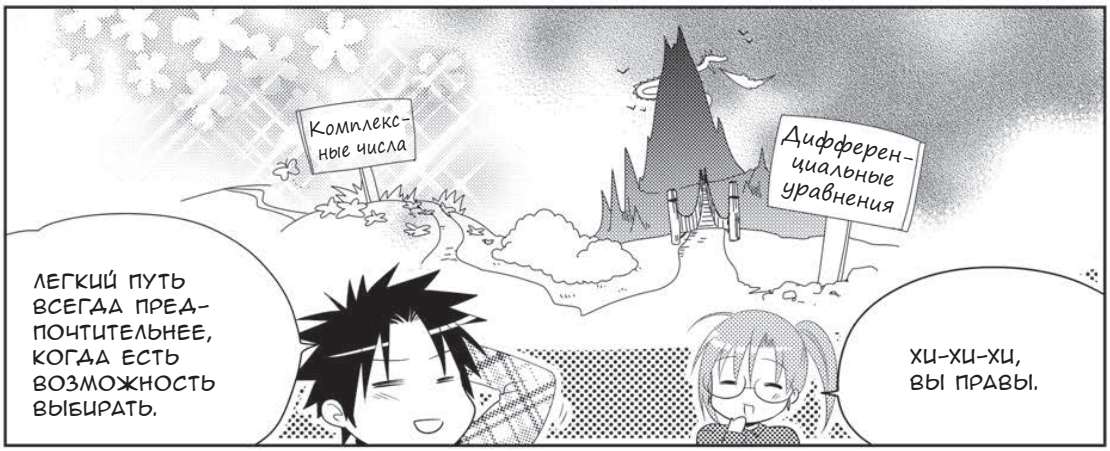
Тригонометрические функции (переменный ток изображается в виде синусоиды – графика тригонометрической функции).

Вращающийся вектор

Комплексное число (числовое значение вектора, которое можно также изобразить в виде векторной диаграммы)

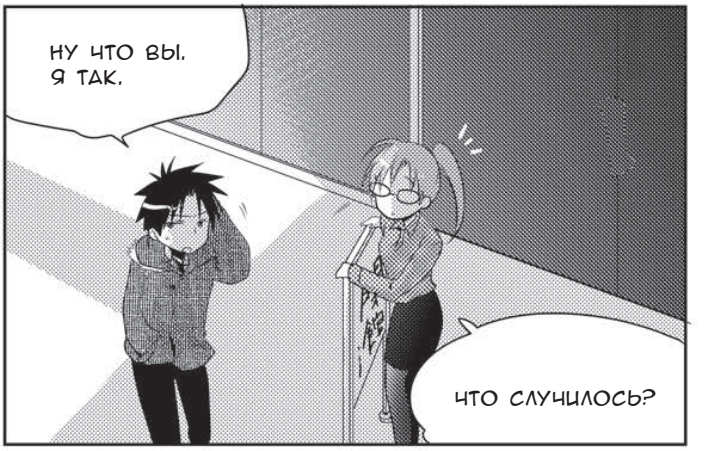
Переменный ток можно представить в виде комплексного числа!

КСТАТИ, ВЫ ВЕДЬ ГОВОРИЛИ, ЧТО МАТЕМАТИКА – ЭТО ИНСТРУМЕНТ ДЛЯ ТОГО, ЧТОБЫ ОБЛЕГЧИТЬ ИЗУЧЕНИЕ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ.
ЗНАЧИТ, И ВЕКТОРЫ, И КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА – ЭТО ТОЖЕ ТАКИЕ ИНСТРУМЕНТЫ?
ВЕРНО. ПЕРЕМЕННЫЙ ТОК, БЕЗУСЛОВНО, КУДА ЛЕГЧЕ ПОНЯТЬ, ЕСЛИ ПРЕДСТАВИТЬ ЕГО ХАРАКТЕРИСТИКИ В ВИДЕ ВЕКТОРА ИЛИ В ВИДЕ КОМПЛЕКСНОГО ЧИСЛА.
ТАКИМ ОБРАЗОМ МОЖНО ИЗБЕЖАТЬ ПО-НАСТОЯЩЕМУ ТРУДНЫХ ВЕЩЕЙ: ДИФФЕРЕНЦИАЛОВ И ИНТЕГРАЛОВ, РЕШЕНИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ. ОЧЕНЬ УДОБНО!


Комплекс-ные числа
Дифферен-циальные уравнения
ЛЕГКИЙ ПУТЬ ВСЕГДА ПРЕД-ПОЧТИТЕЛЬНЕЕ, КОГДА ЕСТЬ ВОЗМОЖНОСТЬ ВЫБИРАТЬ.
ХИ-ХИ-ХИ, ВЫ ПРАВЫ.

ОЙ! МУЗЕЙ-ТО ВЕДЬ УЖЕ ЗАКРЫВАЕТСЯ!
ЧТО?!
ПРОСТИТЕ, ЛИФТА ТУТ НЕТ!
ПЛОХО, КОГДА НЕТ ЛЕГКОГО ПУТИ!
Если мы сейчас же не выйдем, нас будут ругать!

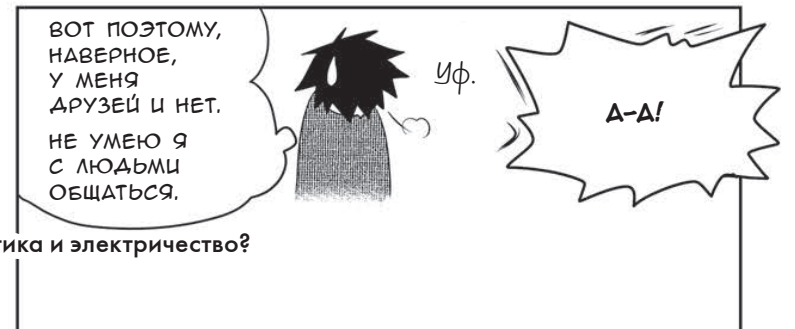
УФ...
НУ ЧТО Ж, ВЫ СЕГОДНЯ ХОРОШО ПОРАБОТАЛИ!

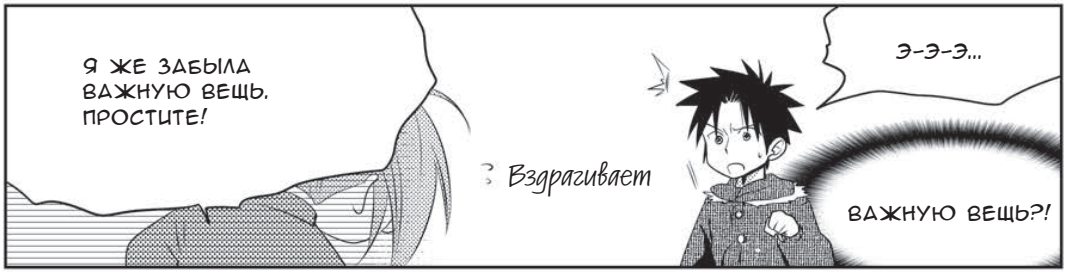

НУ ЧТО ВЫ. Я ТАК.
ЧТО СЛУЧИЛОСЬ?

СЛИШКОМ СЛОЖНО БЫЛО?
ХОТИТЕ СКАЗАТЬ, ЧТО НЕ БУДЕТЕ БОЛЬШЕ У МЕНЯ ЗАНИМАТЬСЯ?!
ДА НЕТ, Я НЕ О ТОМ.

ИЛИ СО МНОЙ САМОЙ ЧТО-ТО НЕ ТАК?
МОЖЕТ, У МЕНЯ ВЕСЬ ДЕНЬ БЫЛА МОЛНИЯ РАССТЕГНУТА? И ВЫ СТЕСНЯЛИСЬ СКАЗАТЬ?
ДА НЕТ ЖЕ! НИЧЕГО ТАКОГО!
А-А-А-А-А!

ВСЁ СОВСЕМ НЕ ТАК. ПРОСТО...
ЭТО Я СОБОЙ НЕДОВОЛЕН: ВЫ СО МНОЙ ВОЗИТЕСЬ, ТАК ЗАБОТЛИВО МНЕ ВСЁ ОБЪЯСНЯЕТЕ, А Я ТАКОЙ НЕБЛАГОДАРНЫЙ.


ВОТ ПОЭТОМУ, НАВЕРНОЕ, У МЕНЯ ДРУЗЕЙ И НЕТ.
НЕ УМЕЮ Я С ЛЮДЬМИ ОБЩАТЬСЯ.
УФ.
А-А!


Я ЖЕ ЗАБЫЛА ВАЖНУЮ ВЕЩЬ. ПРОСТИТЕ!
Вздрагивает
Э-Э-Э...
ВАЖНУЮ ВЕЩЬ?!

ТАЛИСМАН КОМПАНИИ "ДЕНГАВА ЭЛЕКТРИК"
ДЕН
ДЕН-КУН!!!
ЗАПОМНИТЕ ЕГО ХОРОШЕНЬКО!

ХОРОШО.
Я ПОНЯЛ: ОНА ЖИВЕТ В СВОЕМ СОБСТВЕННОМ МИРЕ.

МОЖЕТ, ЕСЛИ Я БУДУ ОБЩАТЬСЯ С НЕЙ, ТО ХОТЬ НЕМНОЖКО НАУЧУСЬ НАХОДИТЬ ПОДХОД К ЛЮДЯМ?
КАК ТАМ ЕГО ЗВАЛИ-ТО.
ДЕН-КУН!!!

Классификация чисел. Что такое действительные числа?

Когда мы разбирали мнимые числа, вы, наверное, заметили, что они противопоставлены «действительным числам». Мнимые числа – это воображаемые числа. И напротив, действительные числа – это реально существующие числа. Какими же бывают реально существующие числа?
Классификация чисел – в таблице ниже.

Действительные числа

Числа вида $a + bi$ (в электротехнике употребляется обозначение $a + jb$, a и b – действительные числа, i – мнимая единица)

Действительные числа			Чисто мнимые числа
Рациональные числа*		Иррациональные числа	
Целые числа – положительные числа – 0 – отрицательные числа	Рациональные числа, не являющиеся целыми: – конечные дроби, например 0,3; – бесконечные периодические дроби, например 0,33333333...	– бесконечные непереодические дроби, например число «пи» или корень квадратный из 2	– числа, представленные в виде bi (b – действительное число, отличное от 0)

* Числа, которые можно представить в виде дроби q/p (p отлично от 0, а q является целым числом), – это рациональные числа.
Целые числа – это разновидность рациональных чисел.

(Цит. из кн. *Такахаси Син* «Линейная алгебра». Манга. Изд-во «Ом», 2008.)

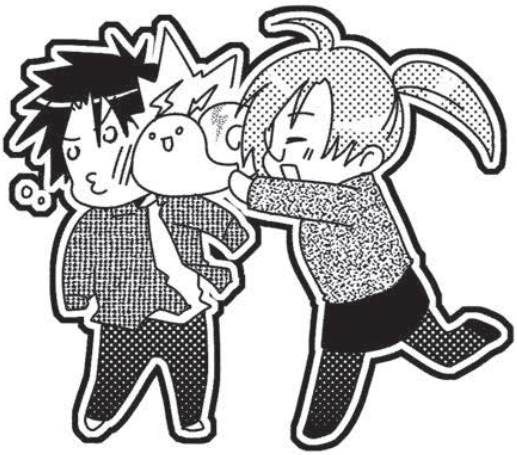
Действительные числа в математике – это множество чисел, в которые входят и рациональные, и иррациональные числа. Числа, которые соединяют в себе действительные и мнимые числа, называются комплексными.

Как видите, каких только чисел не бывает на свете!

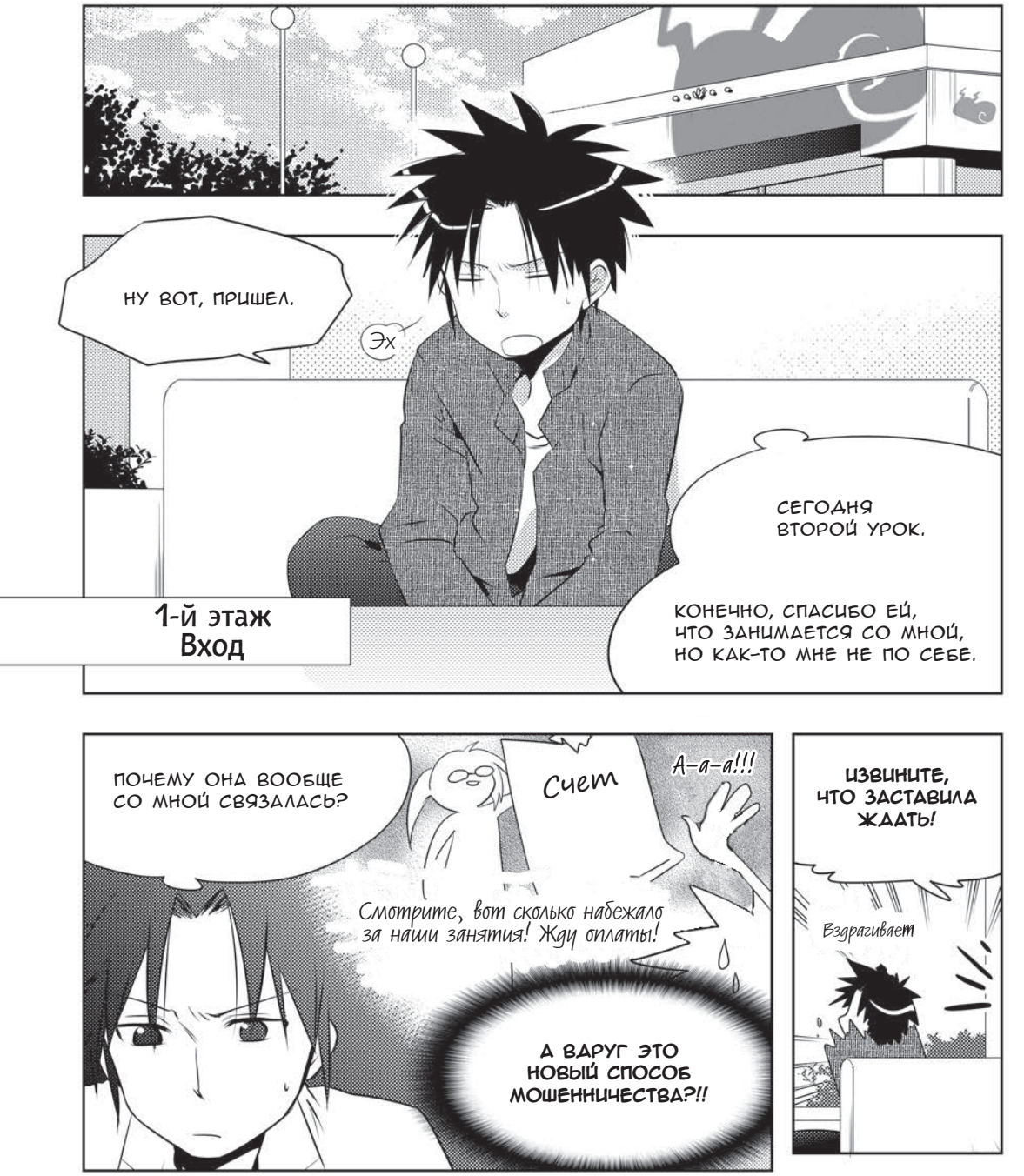
Глава 2

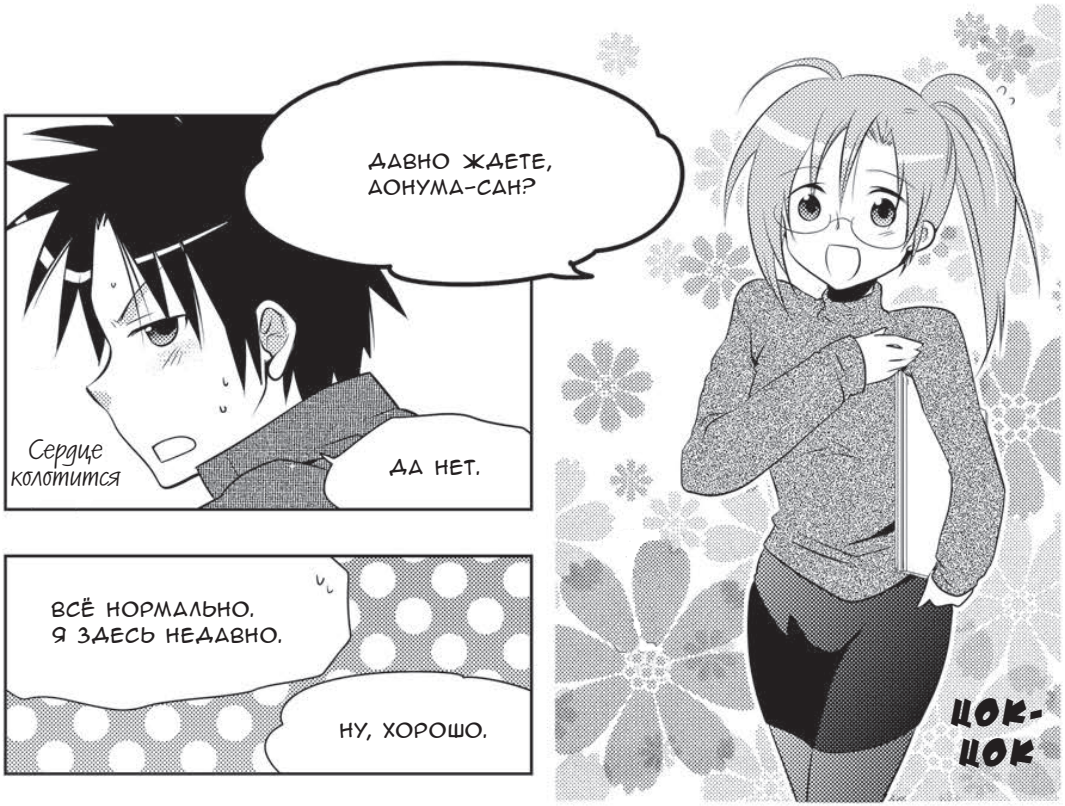
РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ НА ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ С ПОМОЩЬЮ РАВЕНСТВ И НЕРАВЕНСТВ

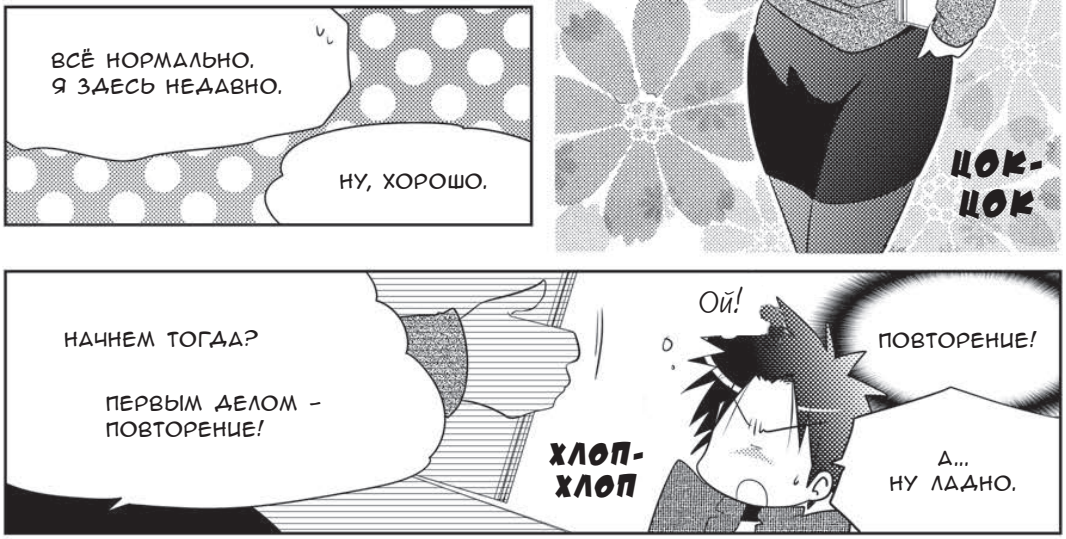
(ЧАСТЬ 1. ПОСТОЯННЫЙ ТОК)

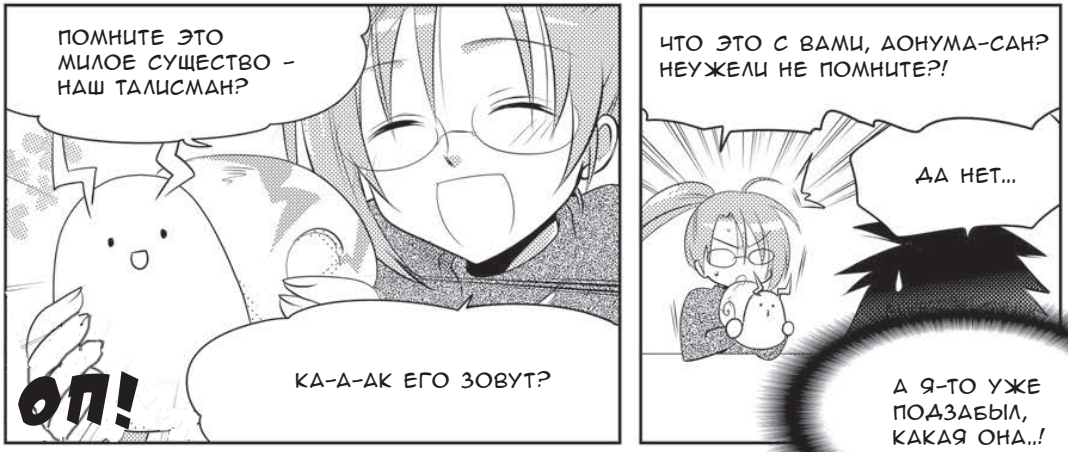


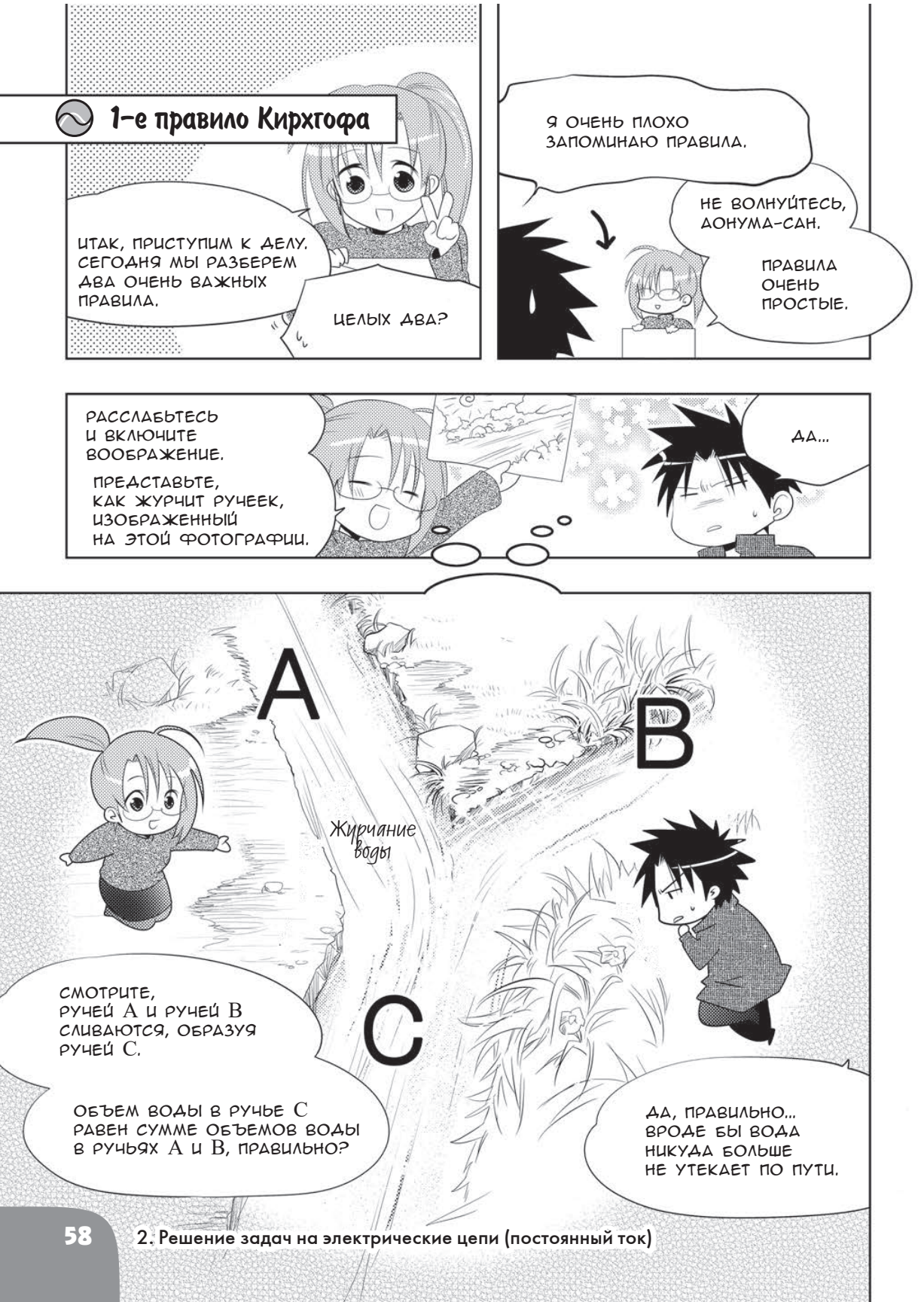
1 Что нужно обязательно знать, чтобы решать задачи

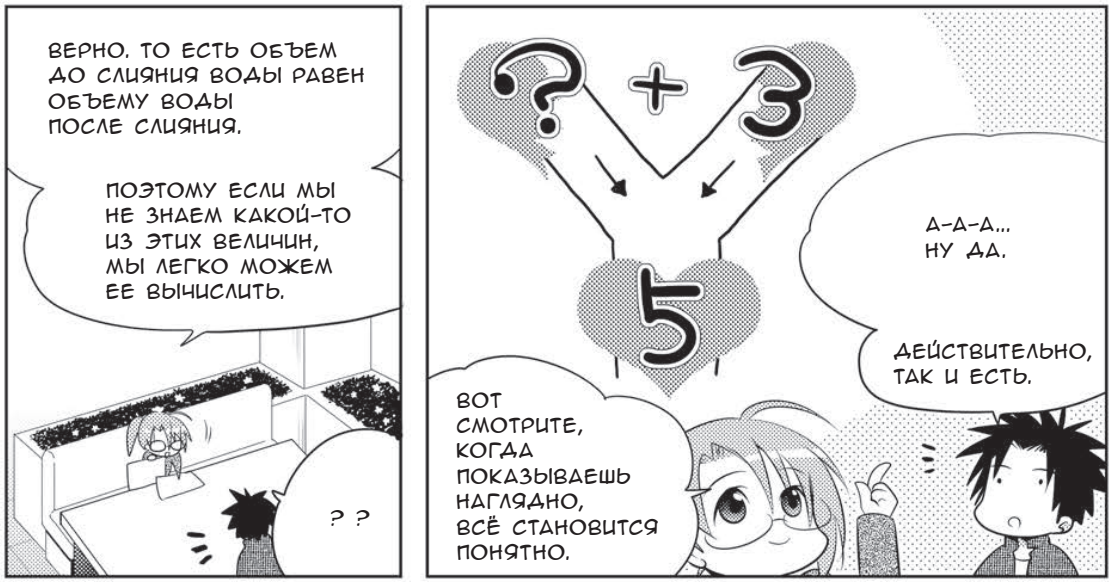


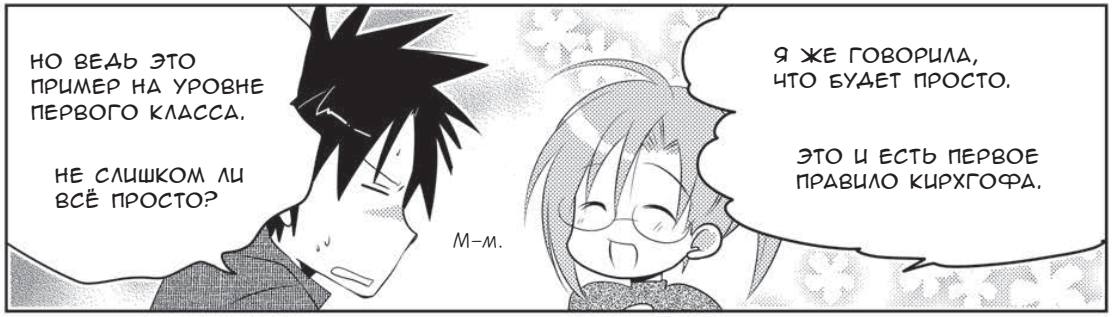

Давно ждете, Аонума-сан?
Сердце колотится
Да нет.
Цок-цок


Всё нормально. Я здесь недавно.
Ну, хорошо.
Начнем тогда?
Первым делом – повторение!
Хлоп-хлоп
Ой!
Повторение!
А... ну ладно.


Помните это милое существо – наш талисман?
Ка-а-ак его зовут?
Оп!
Что это с вами, Аонума-сан? Неужели не помните?!
Да нет...
А я-то уже подзабыл, какая она..!


1-е правило Кирхгофа
ИТАК, ПРИСТУПИМ К ДЕЛУ. СЕГОДНЯ МЫ РАЗБЕРЕМ ДВА ОЧЕНЬ ВАЖНЫХ ПРАВИЛА.
ЦЕЛЫХ ДВА?
Я ОЧЕНЬ ПЛОХО ЗАПОМИНАЮ ПРАВИЛА.
НЕ ВОЛНУЙТЕСЬ, ДОНУМА-САН.
ПРАВИЛА ОЧЕНЬ ПРОСТЫЕ.
РАССЛАБЬТЕСЬ И ВКЛЮЧИТЕ ВООБРАЖЕНИЕ.
ПРЕДСТАВЬТЕ, КАК ЖУРЧИТ РУЧЕЕК, ИЗОБРАЖЕННЫЙ НА ЭТОЙ ФОТОГРАФИИ.
ДА...
A
B
C
Журчание воды
СМОТРИТЕ, РУЧЕЙ A И РУЧЕЙ B СЛИВАЮТСЯ, ОБРАЗУЯ РУЧЕЙ C.
ОБЪЕМ ВОДЫ В РУЧЬЕ C РАВЕН СУММЕ ОБЪЕМОВ ВОДЫ В РУЧЬЯХ A И B, ПРАВИЛЬНО?
ДА, ПРАВИЛЬНО... ВРОДЕ БЫ ВОДА НИКУДА БОЛЬШЕ НЕ УТЕКАЕТ ПО ПУТИ.

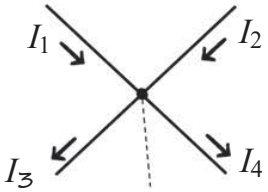




1-е правило Кирхгофа (закон сохранения тока)

Сумма токов, втекающих в любую точку электрической цепи, равна сумме токов, вытекающих из этой точки.

$$I_1 + I_2 = I_3 + I_4$$



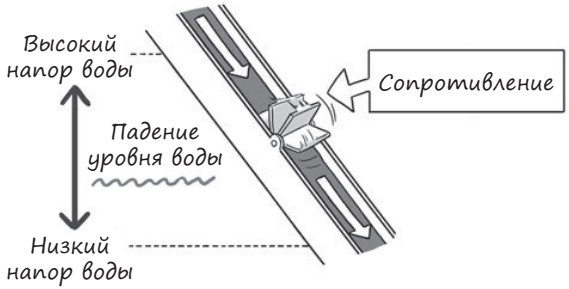
Точка А
(любая точка цепи)

Что такое падение напряжения?

ХОЧУ ОБРАТИТЬ ВАШЕ ВНИМАНИЕ НА ОДИН МОМЕНТ.
ДО СИХ ПОР, ГОВОРЯ О НАПРЯЖЕНИИ, МЫ ИСПОЛЬЗОВАЛИ ОБОЗНАЧЕНИЕ V.
ТЕПЕРЬ МЫ РАЗДЕЛИМ ПОНЯТИЯ: НАПРЯЖЕНИЕ ИСТОЧНИКА ПИТАНИЯ E
И ПАДЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЯ V.

ЗНАЧИТ, ЕСЛИ ВСТРЕТИТСЯ НОВОЕ ОБОЗНАЧЕНИЕ E, НУЖНО ПОМНИТЬ,
ЧТО ЭТО ТОЖЕ НАПРЯЖЕНИЕ. ПОНЯЛ!
НО ЧТО ТАКОЕ "ПАДЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЯ"? ПЕРВЫЙ РАЗ О ТАКОМ СЛЫШУ.

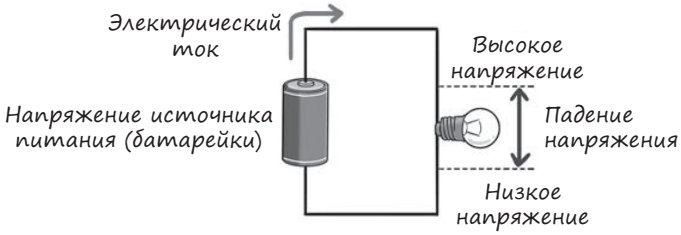
ДЛЯ НАЧАЛА ПОСМОТРИТЕ НА ЭТОТ ЧЕРТЕЖ. РАЗБЕРЕМ
ПАДЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЯ НА ПРИМЕРЕ ВОДЫ.



ЧТОБЫ ВОДА ВРАЩАЛА ВОДЯНОЕ КОЛЕСО, НУЖЕН ПЕРЕПАД УРОВНЕЙ ВОДЫ (ДЛЯ ЭЛЕКТРИЧЕСТВА ЭТО БУДЕТ НАПРЯЖЕНИЕ). СООТВЕТСТВЕННО, УРОВЕНЬ ВОДЫ ДО ВОДЯНОГО КОЛЕСА И ПОСЛЕ ВОДЯНОГО КОЛЕСА БУДЕТ РАЗНЫМ.

А, НАВЕРНОЕ, С ЭЛЕКТРИЧЕСТВОМ ТАК ЖЕ – НУЖЕН РАЗНЫЙ УРОВЕНЬ
НАПРЯЖЕНИЯ? ДО СОПРОТИВЛЕНИЯ – ВЫСОКОЕ НАПРЯЖЕНИЕ,
А ПОСЛЕ СОПРОТИВЛЕНИЯ – НИЗКОЕ.

ВЕРНО! ВОТ КАК НА ЭТОМ ЧЕРТЕЖЕ.



ХМ-М. ЗНАЧИТ, ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК ПОСТУПАЕТ НА СОПРОТИВЛЕНИЕ
(НАГРУЗКУ), И ВОЗНИКАЕТ ПАДЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЯ НА УЧАСТКЕ ЦЕПИ:
ПОСЛЕ НАГРУЗКИ ОНО НИЖЕ, ЧЕМ ДО. ДА?

СОГЛАСНО ЗАКОНУ ОМА (СМ. СТР. 22), ВЕЛИЧИНУ ПАДЕНИЯ НАПРЯЖЕНИЯ V МОЖНО НАЙТИ С ПОМОЩЬЮ ФОРМУЛЫ $V = RI$.

ПОЭТОМУ ВОТ ЧТО ПОЛУЧИТСЯ, ЕСЛИ ИЗОБРАЗИТЬ НА ЧЕРТЕЖЕ И НАПРЯЖЕНИЕ ИСТОЧНИКА ПИТАНИЯ E, И ПАДЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЯ V.

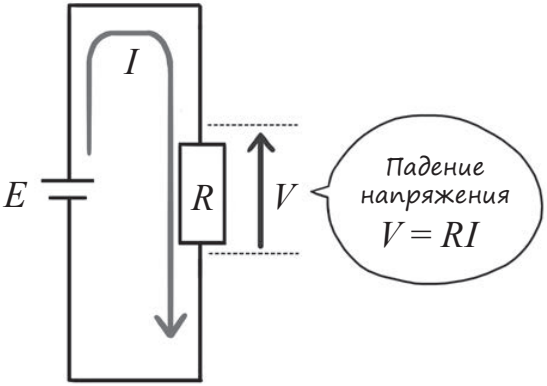


Схема течения электрического тока и падения напряжения

М-М-М? ПОДОЖДИТЕ-КА.
ПОЧЕМУ СТРЕЛКА, ОБОЗНАЧАЮЩАЯ ПАДЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЯ, НАПРАВЛЕНА В ОБРАТНУЮ СТОРОНУ ПО ОТНОШЕНИЮ К НАПРАВЛЕНИЮ ТЕЧЕНИЯ ТОКА?

СТРЕЛКА, ОБОЗНАЧАЮЩАЯ НАПРЯЖЕНИЕ, НАПРАВЛЕНА ОТ ТОЧКИ С НИЗКИМ НАПРЯЖЕНИЕМ К ТОЧКЕ С ВЫСОКИМ.

ПОСКОЛЬКУ НАПРЯЖЕНИЕ СТАНОВИТСЯ НИЖЕ ПОСЛЕ ПРОХОЖДЕНИЯ НАГРУЗКИ, ОНО ЕСТЕСТВЕННЫМ ОБРАЗОМ НАПРАВЛЕНО В СТОРОНУ, ПРОТИВОПОЛОЖНУЮ СИЛЕ ТОКА. ЭТО ВАЖНЫЙ МОМЕНТ, ЗАПОМНИТЕ ЕГО ОБЯЗАТЕЛЬНО.

А, ВОТ ОНО ЧТО. ПОНЯТНО.

2-е правило Кирхгофа

Раз у нас было первое правило – значит, есть и второе.

Только что мы говорили о "Законе сохранения тока". Как вы думаете, что дальше?

Сохранение тока

Раз был ток – то теперь, наверное, будет про напряжение?

Вчера мы всё время про них вместе говорили.

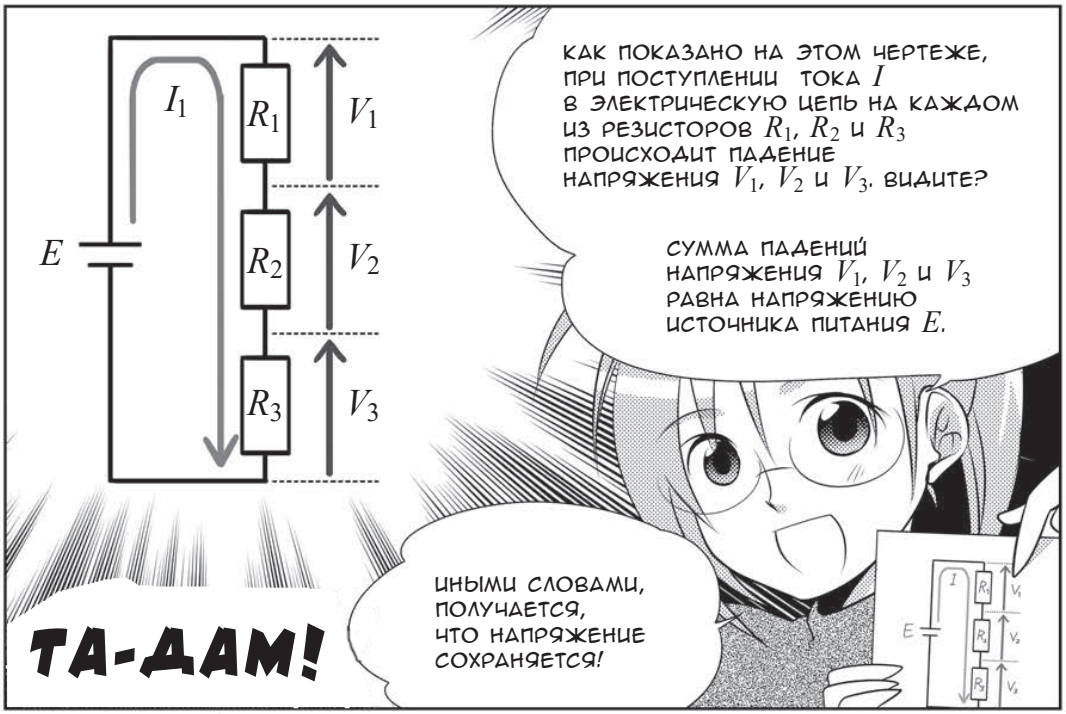
Ток

Напряжение

И я, и я!

Отлично, Донума-сан!

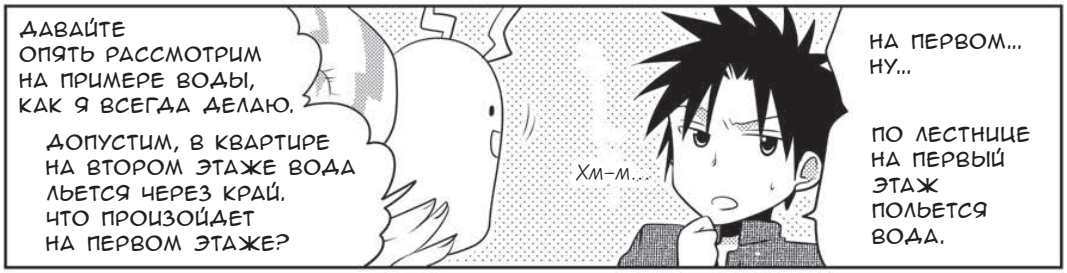
Второе правило Кирхгофа – это "Закон сохранения напряжения".



$$V_1 + V_2 + V_3 = E \ \text{[В]}$$

Вот как это можно представить в виде формулы.

По формуле сразу понятно, что напряжение действительно сохраняется. Правда же, Донума-сан?



ВЕРНО, ЛЕСТНИЦА. ВОДА ЛЬЕТСЯ ПО СТУПЕНЬКАМ, СПУСКАЯСЬ ВСЁ НИЖЕ (ЕСЛИ СЧИТАТЬ ВЫСОТУ НАД УРОВНЕМ ЗЕМЛИ).

И ЕСЛИ ПОСЧИТАТЬ ВЫСОТУ КАЖДОЙ СТУПЕНЬКИ И ВСЕ ИХ СЛОЖИТЬ, ПОЛУЧИТСЯ ВЫСОТА, НА КОТОРОЙ ВОДА НАХОДИЛАСЬ ИЗНАЧАЛЬНО. ТАК?

ПОСМОТРИТЕ НА ЭТОТ РИСУНОК И СРАВНИТЕ С ПРЕДЫДУЩИМ ЧЕРТЕЖОМ. ПОХОЖЕ ВЕДЬ?

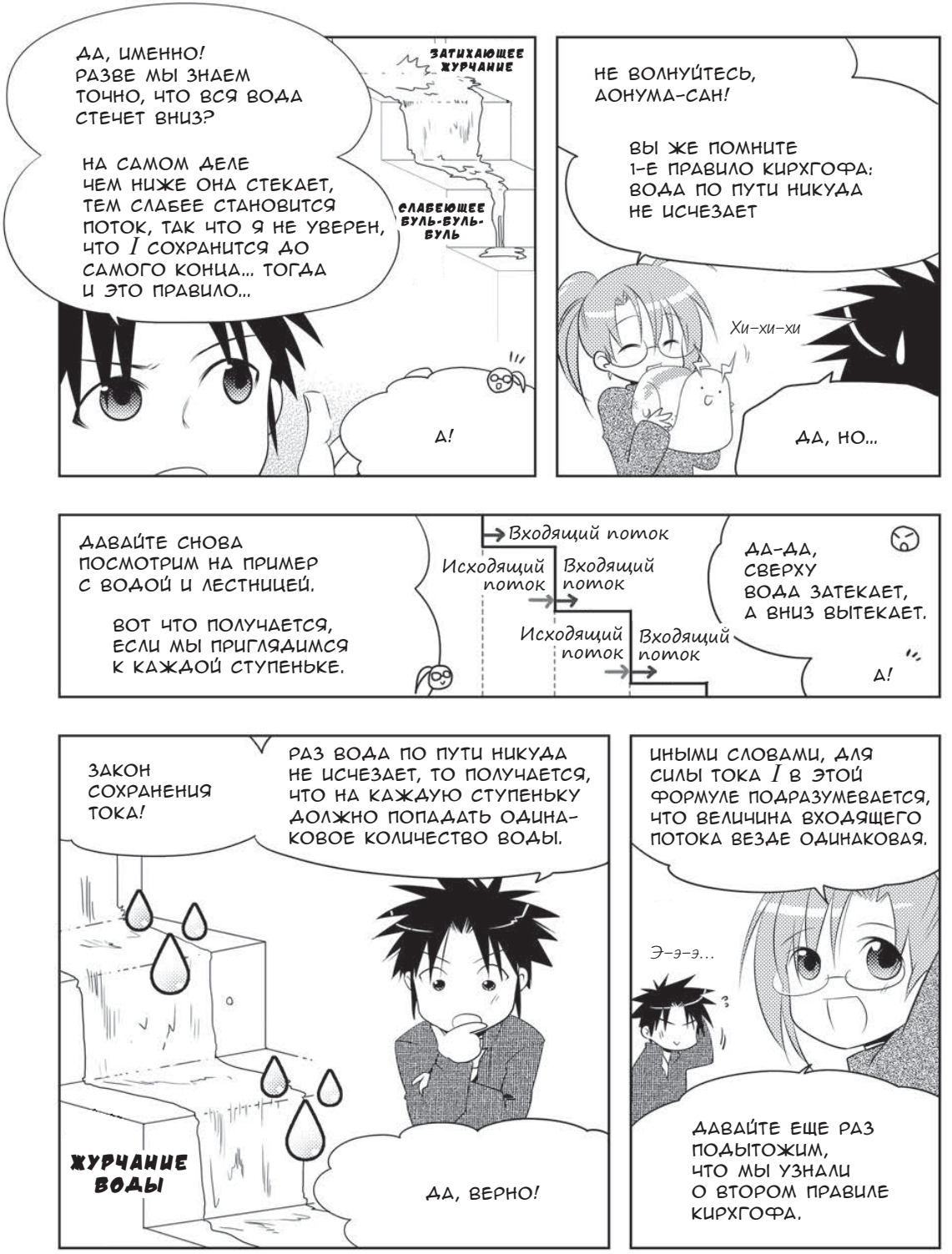
ЖУРЧАНИЕ ВОДЫ

E V_1 V_2 V_3

I_1 R_1 R_2 R_3 E V_1 V_2 V_3

А-А-А, ПОНЯТНО. ДЕЙСТВИТЕЛЬНО, ПОХОЖЕ.

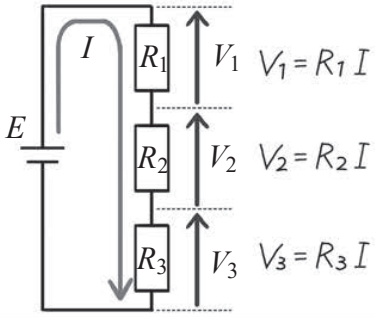
НО ВОДА НА КАЖДОЙ СТУПЕНЬКЕ НЕМНОГО ЗАДЕРЖИВАЕТСЯ.


ДА, ИМЕННО! РАЗВЕ МЫ ЗНАЕМ ТОЧНО, ЧТО ВСЯ ВОДА СТЕЧЕТ ВНИЗ?
НА САМОМ ДЕЛЕ ЧЕМ НИЖЕ ОНА СТЕКАЕТ, ТЕМ СЛАБЕЕ СТАНОВИТСЯ ПОТОК, ТАК ЧТО Я НЕ УВЕРЕН, ЧТО I СОХРАНИТСЯ ДО САМОГО КОНЦА... ТОГДА И ЭТО ПРАВИЛО...
ЗАТИХАЮЩЕЕ ЖУРЧАНИЕ
СЛАБЕЮЩЕЕ БУЛЬ-БУЛЬ-БУЛЬ
А!
НЕ ВОЛНУЙТЕСЬ, АОНУМА-САН!
ВЫ ЖЕ ПОМНИТЕ 1-Е ПРАВИЛО КИРХГОФА: ВОДА ПО ПУТИ НИКУДА НЕ ИСЧЕЗАЕТ
Хи-хи-хи
ДА, НО...
ДАВАЙТЕ СНОВА ПОСМОТРИМ НА ПРИМЕР С ВОДОЙ И ЛЕСТНИЦЕЙ.
ВОТ ЧТО ПОЛУЧАЕТСЯ, ЕСЛИ МЫ ПРИГЛЯДИМСЯ К КАЖДОЙ СТУПЕНЬКЕ.
Входящий поток
Исходящий поток
Входящий поток
Исходящий поток
Входящий поток
ДА-ДА, СВЕРХУ ВОДА ЗАТЕКАЕТ, А ВНИЗ ВЫТЕКАЕТ.
А!
ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ТОКА!
РАЗ ВОДА ПО ПУТИ НИКУДА НЕ ИСЧЕЗАЕТ, ТО ПОЛУЧАЕТСЯ, ЧТО НА КАЖДУЮ СТУПЕНЬКУ ДОЛЖНО ПОПАДАТЬ ОДИНАКОВОЕ КОЛИЧЕСТВО ВОДЫ.
ЖУРЧАНИЕ ВОДЫ
ДА, ВЕРНО!
ИНЫМИ СЛОВАМИ, ДЛЯ СИЛЫ ТОКА I В ЭТОЙ ФОРМУЛЕ ПОДРАЗУМЕВАЕТСЯ, ЧТО ВЕЛИЧИНА ВХОДЯЩЕГО ПОТОКА ВЕЗДЕ ОДИНАКОВАЯ.
Э-э-э...
ДАВАЙТЕ ЕЩЕ РАЗ ПОДЫТОЖИМ, ЧТО МЫ УЗНАЛИ О ВТОРОМ ПРАВИЛЕ КИРХГОФА.

2-е правило Кирхгофа (закон сохранения напряжения)

Сумма падений напряжения в замкнутом контуре равна сумме напряжений источников питания.

$$E = V_1 + V_2 + V_3$$



ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ ЧАСТО ИСПОЛЬЗУЮТСЯ ДВА ПРАВИЛА КИРХГОФА И ЗАКОН ОМА*.

(* О законе Ома см. на стр. 22.)

ЗАПОМНИТЕ ИХ ХОРОШЕНЬКО!

1-е правило Кирхгофа: сумма токов равна нулю!

ДАВАЙТЕ ЖЕ РАЗБЕРЕМСЯ, ПОЧЕМУ СУММА РАВНА НУЛЮ. СНАЧАЛА ПЕРВОЕ ПРАВИЛО. ОБЪЯСНЕНИЕ ОЧЕНЬ ПРОСТОЕ.

$$I_1 + I_2 = I_3 + I_4$$

ЕСЛИ В ЭТОМ ПРИМЕРЕ ПЕРЕНЕСТИ ПРАВУЮ ЧАСТЬ ВЛЕВО, ТО...

$$I_1 + I_2 - I_3 - I_4 = 0$$

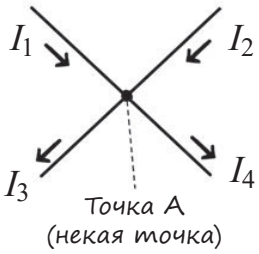
...ВОТ ЧТО ПОЛУЧИТСЯ.

А! И ПРАВДА, ПОЛУЧАЕТСЯ НОЛЬ.

УДОБНО ЗАПОМНИТЬ СЛЕДУЮЩИМ ОБРАЗОМ: "ДЛЯ ЛЮБОЙ ТОЧКИ ЦЕПИ (ТОЧКИ А) ОБЩАЯ АЛГЕБРАИЧЕСКАЯ СУММА ТОКОВ СОСТАВЛЯЕТ НОЛЬ". НЕ ЗАБЫВАЙТЕ О ЗНАКАХ ПЛЮСА И МИНУСА.

- *Токи I_1 и I_2, поступающие в точку А, имеют знак плюс*
- *Токи I_3 и I_4, исходящие из точки А, имеют знак минус*

$$I_1 + I_2 - I_3 - I_4 = 0$$



ПОНЯТНО. ЗНАЧИТ, НАДО ВСЕГДА ПОМНИТЬ О ТОМ, В КАКУЮ СТОРОНУ ТЕЧЕТ ТОК. ЧЕМ-ТО МНЕ НРАВИТСЯ ЭТО ПРАВИЛО – "СУММА ВСЕГДА РАВНА НУЛЮ!"

ДА-А... КАКИМ-ТО НИГИЛИЗМОМ ОТ НЕГО ВЕЕТ.

(ВНЕЗАПНЫЙ ОТРИЦАТЕЛЬНЫЙ НАСТРОЙ!)

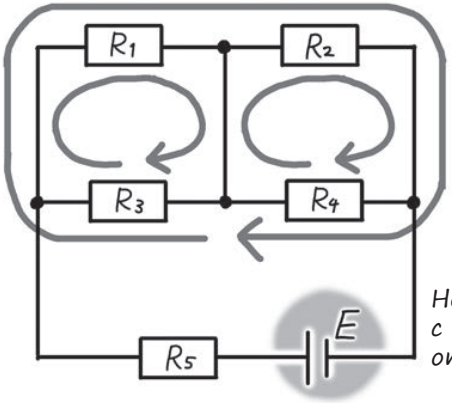
2-е правило Кирхгофа: сумма напряжений равна нулю!

НУ ЧТО Ж, ПЕРЕЙДЕМ ТЕПЕРЬ КО ВТОРОМУ ПРАВИЛУ. КАК Я УЖЕ СКАЗАЛА, ОНО ЗАКЛЮЧАЕТСЯ В ТОМ, ЧТО В ЗАМКНУТОМ КОНТУРЕ СУММА ПАДЕНИЙ НАПРЯЖЕНИЯ РАВНА СУММЕ НАПРЯЖЕНИЙ ИСТОЧНИКОВ ПИТАНИЯ.

НО ДАВАЙТЕ ПОДУМАЕМ ВОТ О ЧЕМ. А ЕСЛИ В ЗАМКНУТЫЙ КОНТУР НЕ ВХОДИТ НАПРЯЖЕНИЕ ОТ ИСТОЧНИКА ПИТАНИЯ, ЧТО ПРОИСХОДИТ?

ЧТО? Я О ТАКОМ ДАЖЕ НЕ ДУМАЛ.

ДОПУСТИМ, НА СХЕМЕ НИЖЕ МЫ МОЖЕМ ОБНАРУЖИТЬ МАКСИМУМ СЕМЬ ЗАМКНУТЫХ КОНТУРОВ. ОДНАКО ТРИ ИЗ ТАКИХ ЗАМКНУТЫХ КОНТУРОВ НЕ СОЕДИНЕНЫ С НАПРЯЖЕНИЕМ ОТ ИСТОЧНИКА ПИТАНИЯ. ЧТО ПРОИСХОДИТ В ЭТОМ СЛУЧАЕ?



Не соединены с напряжением от источника питания!

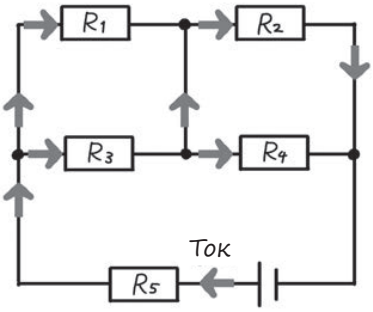
Э... СДАЮСЬ!

АЙ-ЯЙ-ЯЙ. ЖАЛЬ. НА САМОМ ДЕЛЕ В ЭТОМ СЛУЧАЕ ТОЖЕ ИСПОЛЬЗУЕТСЯ 2-Е ПРАВИЛО. ВСЁ СХОДИТСЯ: СУММА ПАДЕНИЙ НАПРЯЖЕНИЯ В ЗАМКНУТОМ КОНТУРЕ РАВНЯЕТСЯ НУЛЮ.

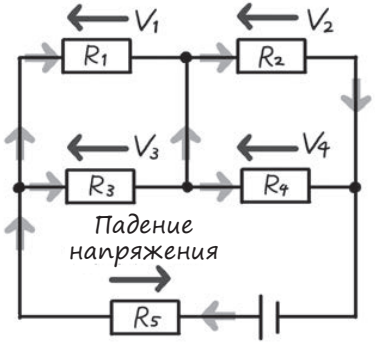
ПРАВДА? ТУТ ТОЖЕ РАВНЯЕТСЯ НУЛЮ?

ДА! ЗДЕСЬ САМОЕ ВАЖНОЕ – ПРАВИЛЬНО РАССТАВИТЬ ЗНАКИ "ПЛЮС" И "МИНУС". СЕЙЧАС Я ОБЪЯСНЮ, КАК ЭТО ДЕЛАТЬ.

Прежде всего посмотрите на левый рисунок – "Направление тока". На нем показано, как течет электрический ток. При этом естественное падение напряжения V происходит, как показано на правом рисунке "Направление падений напряжения".



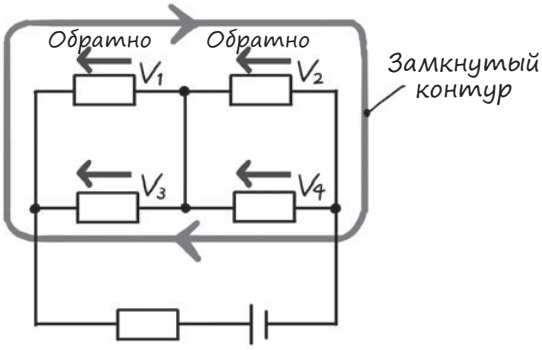
Направление тока



Направление падений напряжения

Ясно. Всё – как мы проходили: ток и падение напряжения связаны (см. стр. 61).

Теперь внимательно посмотрите на стрелки, нарисованные рядом с обозначениями падения напряжения. Мысленно очертите замкнутый контур. Ничего не замечаете?



А, падение напряжений V в двух случаях в верхней части схемы – там стрелки направлены в обратную сторону по сравнению с контуром.

Верно. В этих случаях мы пишем значения со знаком "минус". Иными словами, сумма выглядит так:

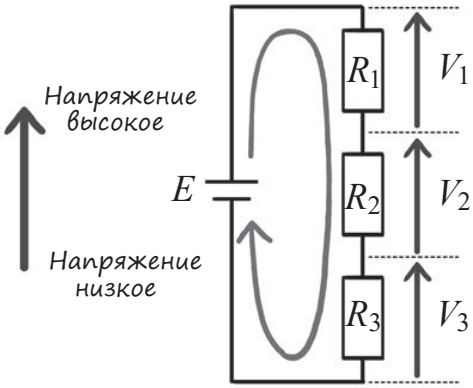
$$-V_1 - V_2 + V_3 + V_4 = 0$$

Кстати, если замкнутый контур будет иметь обратное направление, то получится то же самое:

$$+V_1 + V_2 - V_3 - V_4 = 0$$

ХМ-М-М... КАК-ТО НЕ ВЕРИТСЯ.

НАЧНЕМ С ТОГО, ЧТО ЕСЛИ ИМЕЕТСЯ НАПРЯЖЕНИЕ ИСТОЧНИКА ПИТАНИЯ, ТО ПРАВИЛО О ТОМ, ЧТО СУММА РАВНА НУЛЮ, ВЫПОЛНЯЕТСЯ. НАПРЯЖЕНИЕ ИСТОЧНИКА ПИТАНИЯ E ОБОЗНАЧЕНО СТРЕЛКОЙ. ПОСМОТРИТЕ НА РИСУНОК И ПОДУМАЙТЕ.



Напряжение источника питания, падение напряжения и замкнутый контур обозначены стрелками

ВОТ ЧТО ПОЛУЧИТСЯ, ЕСЛИ ПРОСЛЕДИТЬ ЗА ЗАМКНУТЫМ КОНТУРОМ:

$$-V_1 - V_2 - V_3 + E = 0$$ *Понимаете?*

КСТАТИ, ПРЕДСТАВИМ, ЧТО У ЗАМКНУТОГО КОНТУРА ОБРАТНОЕ НАПРАВЛЕНИЕ:

$$+V_1 + V_2 + V_3 - E = 0$$ *Вот что получается тогда.*

А! ЭТО ФОРМУЛА 2-ГО ПРАВИЛА, КОТОРУЮ МЫ РАЗБИРАЛИ С САМОГО НАЧАЛА.

$$V_1 + V_2 + V_3 = E$$

МЫ ПРОСТО ПЕРЕНЕСЛИ E В ЛЕВУЮ ЧАСТЬ РАВЕНСТВА!

ВЕРНО. НА САМОМ ДЕЛЕ ВСЁ, О ЧЕМ МЫ ГОВОРИЛИ ДО СИХ ПОР, ОЧЕВИДНО С ПЕРВОГО ВЗГЛЯДА. НО ЕСЛИ ЭТУ ИНФОРМАЦИЮ УПУСТИТЬ, ТО ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ ЛЕГКО ЗАЙТИ В ТУПИК.

УГУ. ПОНЯЛ! СУТЬ ПРАВИЛ КИРХГОФА, ИНЫМИ СЛОВАМИ, В ТОМ, ЧТО СУММА ВСЕГДА РАВНА НУЛЮ! А ВТОРОЕ ПРАВИЛО, ПОЛУЧАЕТСЯ, ПРИМЕНИМО ДАЖЕ ТОГДА, КОГДА В ЗАМКНУТОМ КОНТУРЕ ОТСУТСТВУЕТ НАПРЯЖЕНИЕ ИСТОЧНИКА ПИТАНИЯ.

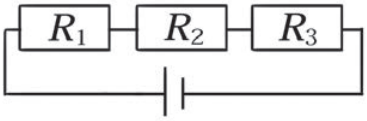
Суммарное сопротивление

Для решения задач по электротехнике обязательно нужно запомнить следующее понятие: суммарное сопротивление. Суммарное сопротивление – единый показатель, отражающий совокупность нескольких сопротивлений. С его использованием вычисления становятся куда удобнее!

Удобнее! Это здорово.

Да. Способ вычисления суммарного сопротивления различается в зависимости от того, последовательное это соединение или параллельное*. Чтобы вычислить суммарное сопротивление в последовательном соединении, нужно просто сложить все сопротивления, как показано ниже.

Последовательное соединение

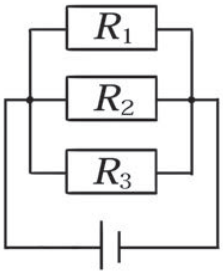


$$\text{Суммарное сопротивление} = R_1 + R_2 + R_3 \cdots$$

Хе-хе. Действительно просто.

С суммарным сопротивлением параллельного соединения дело обстоит посложнее.

Параллельное соединение



$$\text{Суммарное сопротивление} = \frac{1}{\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \cdots\right)} = \frac{1}{\text{Сумма чисел, обратных каждому из сопротивлений}}$$

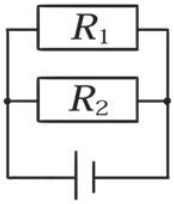
Да... И правда, выглядит сложновато.

---

* Подробно о последовательном и параллельном сопротивлениях см. на стр. 23.

ОДНАКО ЕСЛИ В ПАРАЛЛЕЛЬНОМ СОЕДИНЕНИИ ВСЕГО ДВА СОПРОТИВЛЕНИЯ, ТО МОЖНО ИСПОЛЬЗОВАТЬ ВОТ ТАКУЮ ПРОСТУЮ ФОРМУЛУ. ЗАПОМНИТЕ: ОТНОШЕНИЕ ПРОИЗВЕДЕНИЯ К СУММЕ.

Только два сопротивления!

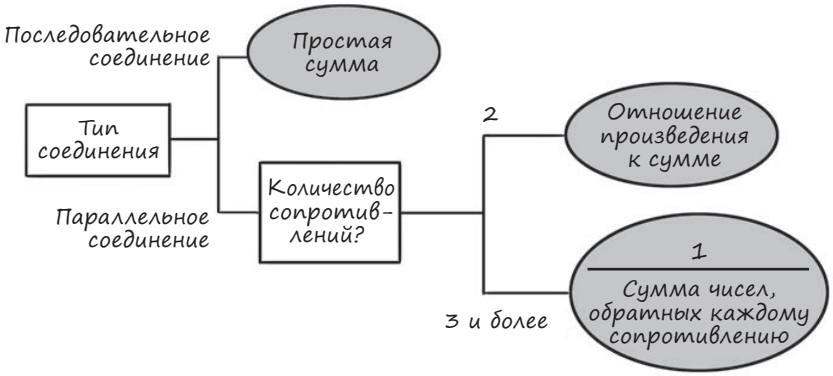


$$\text{Суммарное сопротивление} = \frac{1}{\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)} = \frac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2}$$

← Произведение

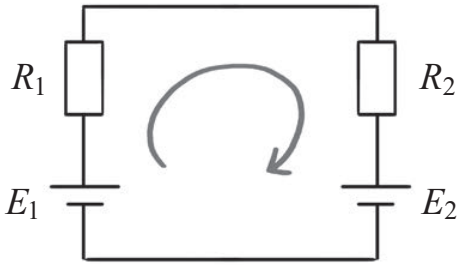
← Сумма

УГУ. ТО ЕСТЬ НУЖНО ВНИМАТЕЛЬНО ПОСМОТРЕТЬ НА ЭЛЕКТРИЧЕСКУЮ ЦЕПЬ, ЧТОБЫ ПОНЯТЬ, ПО КАКОЙ ФОРМУЛЕ ВЫЧИСЛЯТЬ СУММАРНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ.



Задача

Найдем совокупности источников постоянного тока и сопротивлений!



Найдем для электрической цепи, показанной на рисунке, ток I.
При этом: $E_1 = 4{,}5$ В, $E_2 = 1{,}5$ В, $R_1 = 2$ Ом, $R_2 = 1$ Ом

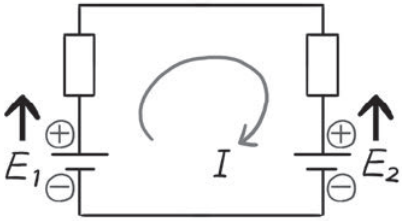
Обсуждение

НУ ЧТО Ж, ПРИСТУПИМ! ПЕРВОЕ, ЧТО МЫ ПРОВЕРЯЕМ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧИ, – ЭТО НАПРЯЖЕНИЕ ИСТОЧНИКА ПИТАНИЯ (ПОСТОЯННЫЙ ТОК? ПЕРЕМЕННЫЙ ТОК?). ТАКЖЕ ВАЖЕН ТИП СОЕДИНЕНИЯ (ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫЙ ИЛИ ПАРАЛЛЕЛЬНЫЙ?). В ЭТОЙ ЗАДАЧЕ НАПРАВЛЕНИЕ ТЕЧЕНИЯ ТОКА ЗАДАНО ИЗНАЧАЛЬНО, ОДНАКО ИНОГДА ПРИХОДИТСЯ ПРЕДВАРИТЕЛЬНО ОПРЕДЕЛЯТЬ ЕГО САМОСТОЯТЕЛЬНО, А ТАКЖЕ ВПИСЫВАТЬ ДЛЯ РАСЧЕТА ЗАМКНУТЫЙ КОНТУР.

М-М? ЧТО ЗНАЧИТ "ОПРЕДЕЛЯТЬ НАПРАВЛЕНИЕ ТЕЧЕНИЯ ТОКА САМОСТОЯТЕЛЬНО"?

ПОСТОЯННЫЙ ТОК ОБЫЧНО ТЕЧЕТ ОТ ПЛЮСА К МИНУСУ, ОДНАКО НАПРАВЛЕНИЕ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА МЕНЯЕТСЯ – СПРАВА НАЛЕВО И ОБРАТНО (СМ. СТР. 33). В КАЧЕСТВЕ ИСХОДНОЙ ТОЧКИ НУЖНО ВЫБРАТЬ КАКОЕ-ТО ОДНО – ЛЮБОЕ.

ИТАК, СНАЧАЛА ДАВАЙТЕ ПРОВЕРИМ ДВА ИСТОЧНИКА ПОСТОЯННОГО ТОКА. ЧТО-НИБУДЬ ЗАМЕЧАЕТЕ?

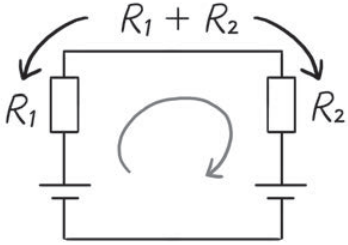


А! Направления течения постоянного тока у источника питания E_1 и источника питания E_2 являются встречными по отношению друг к другу. А это значит, что два источника питания взаимно противоположны.

Верно! Сила тока, противоположного по отношению к заданному направлению, – это E_2, поэтому будем считать значение E_2 отрицательным.
Иными словами, $E_1 - E_2$ – это, можно сказать, совокупность двух источников постоянного тока.

Понятно! Тогда, значит, можно найти и совокупность сопротивлений. Поскольку соединение последовательное, то, значит, суммарное сопротивление – это сумма двух сопротивлений, $R_1 + R_2$!

Найдем суммарное сопротивление



Таким образом, у нас получилось найти совокупность как источников постоянного тока, так и сопротивлений! Напряжение источника питания ($E_1 - E_2$) равно произведению сопротивления ($R_1 + R_2$) на силу тока I.

Дальше нужно просто составить уравнение, а потом подставить в него числовые значения – и задача будет решена. Числовые значения мы будем подставлять в последнюю очередь – для того, чтобы хорошенько запомнить ход рассуждений, необходимый для решения задач по электротехнике.

A. Решение

Если применить к данной электрической цепи 2-е правило Кирхгофа, получится следующее:

$$E_1 - E_2 - R_1 I - R_2 I = 0$$

Здесь неизвестным, которое нам нужно найти, является ток I, поэтому сначала произведем приведение подобных:

$$E_1 - E_2 - (R_1 + R_2)I = 0$$

$$-(R_1 + R_2)I = -E_1 + E_2$$

Затем, разделив обе части равенства на $-(R_1 + R_2)$, получим

$$I = \frac{E_1 - E_2}{R_1 + R_2}$$

Подставив в данное выражение числовые значения, получим следующее:

$$\underbrace{I = \frac{E_1 - E_2}{R_1 + R_2}}_{\text{Закон Ома}} = \frac{4.5 - 1.5}{2 + 1} = 1\ \text{А}$$

ЗНАЧИТ, ЕСЛИ ОБЪЕДИНИТЬ В ЭТОЙ ЦЕПИ ИСТОЧНИКИ ПОСТОЯННОГО ТОКА С ОДНОЙ СТОРОНЫ И СОПРОТИВЛЕНИЯ – С ДРУГОЙ, ТО ВСЁ СТАНОВИТСЯ ОЧЕНЬ ПРОСТО!

СОВЕРШЕННО ВЕРНО!
ЕСЛИ СОСТАВИТЬ УРАВНЕНИЕ ДЛЯ НАХОЖДЕНИЯ СИЛЫ ТОКА I, ТО ОНО САМО СОБОЙ СВЕДЕТСЯ К ЗАКОНУ ОМА.

Упражнение Давайте вспомним, как решать уравнения

Решите уравнение: $5x + 7 = 7x + 3$.

Решение

Сначала перенесем все члены уравнения, в которых присутствует x (он называется «неизвестным»), в левую часть уравнения, а члены уравнения, в которых x не присутствует (свободные члены), – в правую часть:

$$5x - 7x = 3 - 7.$$

Теперь упростим выражение:

$$-2x = -4.$$

Разделив обе части уравнения на –2, мы получим

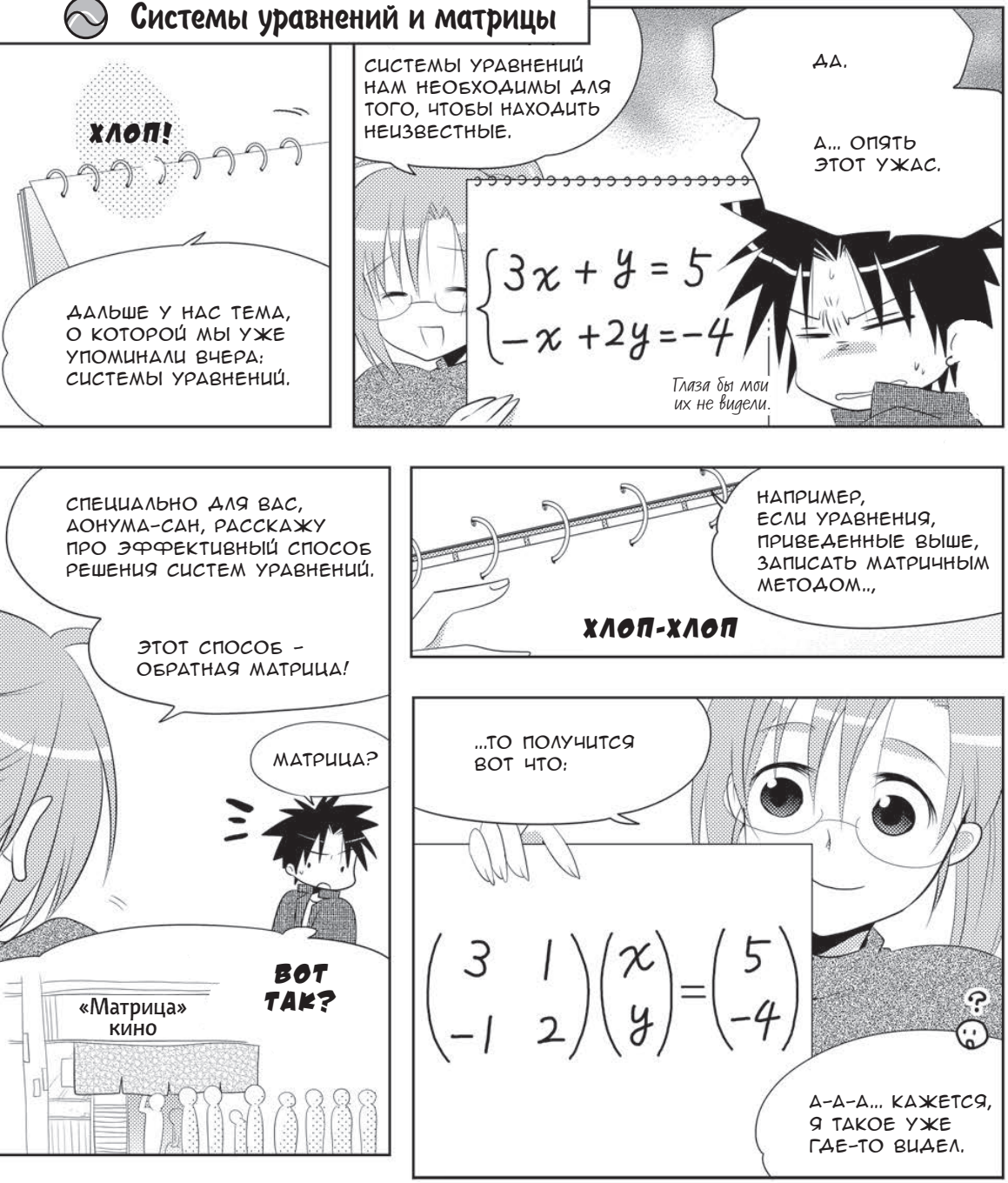
$$x = -2.$$

Это и есть решение.

В ДАННОМ СЛУЧАЕ КОЭФФИЦИЕНТ x (ЧИСЛО, НА КОТОРОЕ УМНОЖАЕТСЯ x) С САМОГО НАЧАЛА БЫЛ ЦЕЛЫМ ЧИСЛОМ. ЕСЛИ ЖЕ КОЭФФИЦИЕНТ x ПРЕДСТАВЛЯЕТ СОБОЙ ПРОСТУЮ ИЛИ ДЕСЯТИЧНУЮ ДРОБЬ, ТО НЕОБХОДИМО УМНОЖИТЬ ОБЕ ЧАСТИ УРАВНЕНИЯ НА ОДНО И ТО ЖЕ ЧИСЛО ТАКИМ ОБРАЗОМ, ЧТОБЫ КОЭФФИЦИЕНТ x СТАЛ ЦЕЛЫМ ЧИСЛОМ.
ЭТО ПОМОЖЕТ БЫСТРО РЕШИТЬ УРАВНЕНИЕ.

2 Задачи на цепь постоянного тока, в которых используется система уравнений

Системы уравнений и матрицы



Я НИЧЕГОШЕНЬКИ В ЭТОМ НЕ ПОНИМАЮ.
И никакого дела иметь с этим не хочу. И думать об этом не хочу.
МАТРИЦА НЕ ЗРЯ ИМЕЕТ ИМЕННО ТАКУЮ ФОРМУ.
1. В этом виде уравнение легче воспринимается взглядом, и его легче записывать.
2. Удобно для электронных расчетов.
3. Позволяет производить вычисления быстро!
ВОТ ДЛЯ ЭТОГО НУЖНЫ МАТРИЦЫ.
КАК МОЖНО ИХ НЕ ИСПОЛЬЗОВАТЬ!

А-а-а! Кошмар! Системы уравнений – это кошмар! Не хочу их заново учить!!!
ХВАТИТ!
ДОНУМА-САН, ПРЕКРАТИТЕ НЕМЕДЛЕННО!

ДЛЯ ТОГО ЧТОБЫ РЕШАТЬ СИСТЕМЫ ИЗ ДВУХ УРАВНЕНИЙ С ДВУМЯ НЕИЗВЕСТНЫМИ, ДОСТАТОЧНО ШКОЛЬНЫХ ЗНАНИЙ, НО СИСТЕМЫ ИЗ ТРЕХ УРАВНЕНИЙ С ТРЕМЯ НЕИЗВЕСТНЫМИ БЕЗ МАТРИЧНОГО МЕТОДА РЕШИТЬ НЕВОЗМОЖНО.
ЕСЛИ НЕ ПРИЛОЖИТЕ УСИЛИЙ, ТО ОКАЖЕТЕСЬ В ТУПИКЕ!
ЯРОСТНО МОТАЕТ ГОЛОВОЙ

ДАВАЙТЕ ВОСПОЛЬЗУЕМСЯ ЭТИМ ШАНСОМ, ЧТОБЫ ОВЛАДЕТЬ МАТРИЧНЫМ МЕТОДОМ!
ДЕН-КУН ВАМ В ЭТОМ ПОМОЖЕТ!
ТО ЕСТЬ У МЕНЯ НЕТ ВЫБОРА.

Матрица и матричный метод

СНАЧАЛА ОБЪЯСНЮ ПРАВИЛА ЗАПИСИ.
КАК Я УЖЕ ГОВОРИЛА, В МАТРИЧНОМ
ВИДЕ УРАВНЕНИЯ ЗАПИСЫВАЮТСЯ ТАК:

$$\begin{cases} 3x + y = 5 \\ -x + 2y = -4 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -4 \end{pmatrix}$$

УГУ. В ЦЕЛОМ ПОНЯТНО, КАК ОНИ СООТНОСЯТСЯ.

Коэффициенты x

$$\begin{pmatrix} \boxed{3} & \boxed{1} \\ \boxed{-1} & \boxed{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -4 \end{pmatrix}$$

Коэффициенты y

ИТАК, ДЛЯ РЕШЕНИЯ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ ОЧЕНЬ ВАЖЕН ОПРЕДЕЛИТЕЛЬ.
МАТРИЦА – ЭТО ПРОСТО СОВОКУПНОСТЬ ЧИСЕЛ, РАСПОЛОЖЕННЫХ
В ОПРЕДЕЛЕННОМ ПОРЯДКЕ. ОПРЕДЕЛИТЕЛЬ – ЭТО ВЫРАЖЕНИЕ,
НЕОБХОДИМОЕ ДЛЯ УДОБНОГО ИСПОЛЬЗОВАНИЯ МАТРИЦЫ.

А. ТО ЕСТЬ ЕСЛИ ИСПОЛЬЗОВАТЬ ОПРЕДЕЛИТЕЛЬ,
ТО МОЖНО РЕШИТЬ СИСТЕМУ УРАВНЕНИЙ, ДА?

ДА! СОВЕРШЕННО ВЕРНО.
СПОСОБ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ С ПОМОЩЬЮ ОПРЕДЕЛИТЕЛЯ МАТРИЦЫ
НАЗЫВАЕТСЯ МАТРИЧНЫМ МЕТОДОМ.
ТАК ВЫХОДИТ ГОРАЗДО БЫСТРЕЕ.

А! ЗНАЧИТ, НУЖНО ОВЛАДЕТЬ МАТРИЧНЫМ МЕТОДОМ
И НАУЧИТЬСЯ НАХОДИТЬ ОПРЕДЕЛИТЕЛЬ.

Что такое определитель матрицы?

Давайте рассмотрим в качестве примера два выражения, которые приведены ниже. Неизвестными в них являются x и y. Остальное, кроме них, – известные величины, то есть те, которые мы уже знаем.

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = d_1 \\ a_2x + b_2y = d_2 \end{cases}$$

$x, y \rightarrow$ Неизвестные величины

$a_1, a_2, b_1, b_2, d_1, d_2 \rightarrow$ Известные величины

Хм-м. То есть в выражении «$3x + 1y = 5$» x и y – это неизвестные, а остальное – 3, 1, 5 – это известные величины.

Вот что получится, если записать эти два выражения в виде матрицы.

Внимание!

$$\begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \end{pmatrix}$$

Здесь нужно обязательно обратить внимание на крайнюю слева часть. На ее основании мы будем выводить определитель. И вот какой определитель у нас получается:

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$$

Та-да-а-ам!

Вид определителя матрицы

Стоп-стоп-стоп, подождите. Я ничего не понял. Что это за треугольник? Почему скобки превратились в прямые линии? Куда девались x и y, d_1 и d_2?!

ХЕ-ХЕ-ХЕ. ТРЕУГОЛЬНИК НАЗЫВАЕТСЯ "ДЕЛЬТА" – ЭТО УСЛОВНОЕ ОБОЗНАЧЕНИЕ МАТРИЧНОГО ОПРЕДЕЛИТЕЛЯ. ОБОЗНАЧЕНИЕ "ДЕЛЬТА" ТАКЖЕ ИСПОЛЬЗУЕТСЯ В МАТЕМАТИЧЕСКОМ АНАЛИЗЕ, ОДНАКО К ДАННОЙ ТЕМЕ ЭТО НИКАКОГО ОТНОШЕНИЯ НЕ ИМЕЕТ (ОПРЕДЕЛИТЕЛЬ НАЗЫВАЕТСЯ ТАКЖЕ "ДЕТЕРМИНАНТ", ПОЭТОМУ МОЖЕТ ОБОЗНАЧАТЬСЯ КАК "det" ИЛИ D).
СКОБКИ ТАКЖЕ ПРЕВРАТИЛИСЬ В ПРЯМЫЕ ЛИНИИ, ПОТОМУ ЧТО ТАКИМ ОБРАЗОМ ОБОЗНАЧАЕТСЯ МАТРИЧНЫЙ ОПРЕДЕЛИТЕЛЬ.

Коэффициенты x *Коэффициенты y*

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$$

СМОТРИТЕ! ЭЛЕМЕНТЫ РАСПОЛОЖЕНЫ ТАКИМ ОБРАЗОМ, ЧТО СРАЗУ МОЖНО ПОНЯТЬ, ГДЕ КОЭФФИЦИЕНТЫ ПЕРЕМЕННОЙ x, А ГДЕ КОЭФФИЦИЕНТЫ ПЕРЕМЕННОЙ y. МОЖНО НЕ УКАЗЫВАТЬ ЭТО СПЕЦИАЛЬНО.

А, ПОНЯТНО. НО ВЫ ЕЩЕ НЕ РАССКАЗАЛИ, КУДА ПРОПАЛИ d_1 И d_2. ЧТО С НИМИ СТРЯСЛОСЬ?

НЕ ВОЛНУЙТЕСЬ.
ДЕЛО В ТОМ, ЧТО d_1 И d_2 ПОНАДОБЯТСЯ НАМ ПОЗЖЕ.

КАКОЕ-ТО СЛИШКОМ ПРОСТОЕ ОБЪЯСНЕНИЕ.

КАК БЫ ТО НИ БЫЛО, ВЕРНЕМСЯ К ОПРЕДЕЛИТЕЛЮ. ОН ОБОЗНАЧАЕТСЯ Δ. ДЛЯ ТОГО ЧТОБЫ РЕШИТЬ СИСТЕМУ ИЗ ДВУХ УРАВНЕНИЙ, НУЖНО ВЫВЕСТИ РЕШЕНИЕ, ПОЛЬЗУЯСЬ ОПРЕДЕЛИТЕЛЕМ Δ, Δx ("ДЕЛЬТА ИКС") И Δy ("ДЕЛЬТА ИГРЕК"). (Δx – ЭТО СТОЛБЕЦ КОЭФФИЦИЕНТОВ x В ОПРЕДЕЛИТЕЛЕ, А Δy – ЭТО СТОЛБЕЦ КОЭФФИЦИЕНТОВ В ОПРЕДЕЛИТЕЛЕ.)

ИНЫМИ СЛОВАМИ, Δx И Δy – ЭТО НЕИЗВЕСТНЫЕ!

А ЕСЛИ МЫ РЕШАЕМ СИСТЕМУ ИЗ ТРЕХ УРАВНЕНИЙ, ТО К НИМ ЕЩЕ ДОБАВЛЯЕТСЯ Δz (ДЕЛЬТА ЗЕТ). КСТАТИ, СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ, ГДЕ $\Delta = 0$, НЕ ИМЕЕТ РЕШЕНИЯ.

ПРОЦЕСС РЕШЕНИЯ ДЛЯ СИСТЕМЫ ИЗ ДВУХ УРАВНЕНИЙ И СИСТЕМЫ ИЗ ТРЕХ УРАВНЕНИЙ РАЗЛИЧЕН. ДАВАЙТЕ ОБСУДИМ СПОСОБЫ РЕШЕНИЯ ПОДРОБНЕЕ.

Решение системы из двух уравнений матричным методом

Итак, давайте решим систему из двух уравнений описанным выше способом. Я подготовила табличку, чтобы сделать материал более легким для понимания.

Члены уравнения d_1 и d_2 не содержат неизвестных x и y. Такие числа называются "свободными членами".

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = d_1 & \cdots \ (1) \\ a_2x + b_2y = d_2 & \cdots \ (2) \end{cases}$$

Представим в виде таблицы:

	Коэффициенты x	Коэффициенты y	Свободные члены
Формула (1)	a_1	b_1	d_1
Формула (2)	a_2	b_2	d_2

Та-ак, чтобы вывести определитель, нужно взять только те столбцы, которые относятся к переменным x и y. Вот что получится:

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$$

Теперь давайте приступим к вычислениям. Ключевое слово здесь "крестиком". Запомнить можно так: из произведения верхнего левого и нижнего правого чисел вычесть произведение нижнего левого и верхнего правого чисел.

Э-э-э...
"Крестиком" –
как оконная рама, что ли?

Нет-нет. Крестиком – как рукава кимоно подвязывают, наискосок: справа – налево, а слева – направо.

ВОТ ТАКИМ ЖЕ ОБРАЗОМ ВЫЧИСЛЯЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЕЛЬ МАТРИЦЫ. СНАЧАЛА НАЙДЕМ ОПРЕДЕЛИТЕЛЬ Δ!

Перемножаем со знаком минус

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$$

Перемножаем со знаком плюс

$$= a_1 b_2 - a_2 b_1$$

А, И ПРАВДА: ИЗ ПРОИЗВЕДЕНИЯ ВЕРХНЕГО ЛЕВОГО И НИЖНЕГО ПРАВОГО ЧИСЕЛ ВЫЧЕСТЬ ПРОИЗВЕДЕНИЕ НИЖНЕГО ЛЕВОГО И ВЕРХНЕГО ПРАВОГО ЧИСЕЛ.

ПЕРЕХОДИМ К СЛЕДУЮЩЕМУ. НАЙДЕМ Δx И Δy!
ЧТОБЫ НАЙТИ Δx, НУЖНО В СТОЛБЕЦ КОЭФФИЦИЕНТОВ x ПОДСТАВИТЬ СВОБОДНЫЕ ЧЛЕНЫ. ЧТОБЫ НАЙТИ Δy, НУЖНО ПОДСТАВИТЬ СВОБОДНЫЕ ЧЛЕНЫ В СТОЛБЕЦ КОЭФФИЦИЕНТОВ y.

СВОБОДНЫЕ ЧЛЕНЫ... ЭТО d_1 И d_2?
И ПРАВДА, ОНИ ПОНАДОБИЛИСЬ ПОЗЖЕ, КАК ВЫ И ГОВОРИЛИ!

ВНИМАТЕЛЬНО ПОСМОТРИТЕ, КАК ИМЕННО И КОГДА МЫ ИСПОЛЬЗУЕМ d_1 И d_2. ДЛЯ НАХОЖДЕНИЯ Δx МЫ ПОДСТАВЛЯЕМ СВОБОДНЫЕ ЧЛЕНЫ В СТОЛБЕЦ КОЭФФИЦИЕНТОВ x.

Столбец коэффициентов x

Перемножаем со знаком минус

$$\Delta x = \begin{vmatrix} d_1 & b_1 \\ d_2 & b_2 \end{vmatrix} = +d_1 b_2 - d_2 b_1$$

Перемножаем со знаком плюс

О, СВОБОДНЫЕ ЧЛЕНЫ ЗАМЕНИЛИ СОБОЙ КОЭФФИЦИЕНТЫ x!

ДА. И ТАКИМ ЖЕ ОБРАЗОМ ДЛЯ НАХОЖДЕНИЯ Δy СВОБОДНЫЕ ЧЛЕНЫ НУЖНО ПОДСТАВИТЬ ВМЕСТО КОЭФФИЦИЕНТОВ y.

Столбец коэффициентов y

Перемножаем со знаком минус

$$\Delta y = \begin{vmatrix} a_1 & d_1 \\ a_2 & d_2 \end{vmatrix} = +a_1 d_2 - a_2 d_1$$

Перемножаем со знаком плюс

ТАКИМ ОБРАЗОМ МЫ НАШЛИ Δx И Δy.
ЧТО НУЖНО СДЕЛАТЬ ТЕПЕРЬ, ЧТОБЫ НАЙТИ НЕИЗВЕСТНЫЕ: x И y?

О, ЭТО ДАЖЕ Я ЗНАЮ!
ЧТОБЫ НАЙТИ x И y, НУЖНО, СООТВЕТСТВЕННО, РАЗДЕЛИТЬ Δx И Δy НА Δ.

$$x = \frac{\Delta x}{\Delta} = \frac{d_1 b_2 - d_2 b_1}{a_1 b_2 - a_2 b_1}$$

← делим Δx на Δ!

$$y = \frac{\Delta y}{\Delta} = \frac{a_1 d_2 - a_2 d_1}{a_1 b_2 - a_2 b_1}$$

← делим Δy на Δ!

СОВЕРШЕННО ВЕРНО. ПОЛУЧИЛИ ЗНАЧЕНИЯ x И y!
ТАКИМ ОБРАЗОМ, МЫ РЕШИЛИ СИСТЕМУ ИЗ ДВУХ УРАВНЕНИЙ.

А, ПОНЯТНО! НО РАЗВЕ ТАК ДЕЙСТВИТЕЛЬНО БЫСТРЕЕ СЧИТАТЬ?

В ЭТОТ РАЗ У НАС УШЛО БОЛЬШЕ ВРЕМЕНИ, ПОТОМУ ЧТО МЫ ТЩАТЕЛЬНО И ПОДРОБНО РАЗБИРАЛИ РЕШЕНИЕ. А НА САМОМ ДЕЛЕ, ЕСЛИ НЕМНОГО ПРИВЫКНУТЬ, ДЕЛО ПОЙДЕТ КУДА БЫСТРЕЕ.
Я ПОДГОТОВИЛА УПРАЖНЕНИЯ – ДАВАЙТЕ-КА ПОРЕШАЕМ ЕЩЕ ПРИМЕРЫ.

ЧТО-О-О-О!!?

Упражнения

Упражнения по математике: решаем системы из двух уравнений

$$\begin{cases} 3x + y = 5 \\ -x + 2y = -4 \end{cases}$$

Решение

Дельта — Свободные члены

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -4 \end{pmatrix}$$

Запишем уравнения в виде матрицы и воспользуемся возможностями, которые она предоставляет.

Столбец коэффициентов x

$$x = \frac{\Delta x \begin{vmatrix} 5 & 1 \\ -4 & 2 \end{vmatrix}}{\Delta \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix}} = \frac{5 \times 2 - 1 \times (-4)}{3 \times 2 - 1 \times (-1)} = \frac{10 + 4}{6 + 1} = \frac{14}{7} = 2$$

Из произведения верхнего левого и нижнего правого чисел вычитаем произведение нижнего левого и верхнего правого чисел.

Столбец коэффициентов y

$$y = \frac{\Delta y \begin{vmatrix} 3 & 5 \\ -1 & -4 \end{vmatrix}}{\Delta \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix}} = \frac{3 \times (-4) - 5 \times (-1)}{3 \times 2 - 1 \times (-1)} = \frac{-12 + 5}{6 + 1} = \frac{-7}{7} = -1$$

Таким образом, $x = 2$, $y = -1$.

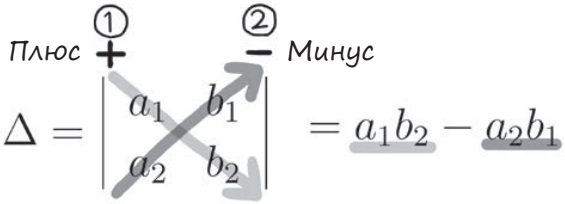
И ПРАВДА – ЕСЛИ ПРИВЫКНУТЬ, ТО, ПОХОЖЕ, ПОЛУЧАЕТСЯ УДОБНО!

Решение системы из трех уравнений матричным методом

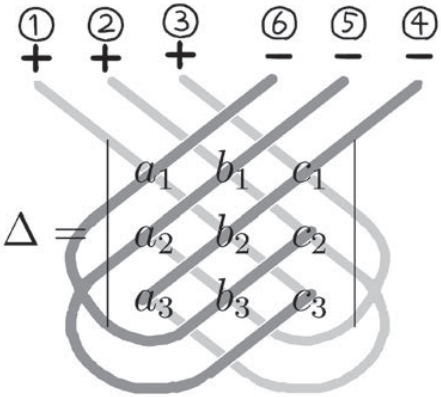
Система из трех уравнений с тремя неизвестными в целом решается по той же схеме. Правда, на первый взгляд решение может показаться сложноватым.

Всё так плохо?

Нет-нет, если один раз выучить, потом проблем не будет! Правда! Решение системы уравнений с двумя неизвестными выглядело так:



А в системе из трех уравнений у нас три неизвестных, поэтому вычисления производятся по такой схеме:



Это тоже получается "крестиком" – произведение чисел слева вверху и справа внизу минус произведение чисел слева внизу и справа вверху. Если привыкнуть, то действительно просто, но поначалу выглядит пугающе.

Да не то что пугающе – я вообще дар речи потерял. Как это назовем – "суперкрестик"?

НУ, НЕ БУДЕМ ДУМАТЬ О НАЗВАНИИ, ЛУЧШЕ ПОПРОБУЕМ СРАЗУ РЕШИТЬ. ПРИНЦИП ТОТ ЖЕ, ЧТО И ДЛЯ СИСТЕМЫ ИЗ ДВУХ УРАВНЕНИЙ. СНАЧАЛА ПРЕДСТАВЛЯЕМ В ВИДЕ МАТРИЦЫ:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = d_1 \cdots (1) \\ a_2x + b_2y + c_2z = d_2 \cdots (2) \\ a_3x + b_3y + c_3z = d_3 \cdots (3) \end{cases}$$

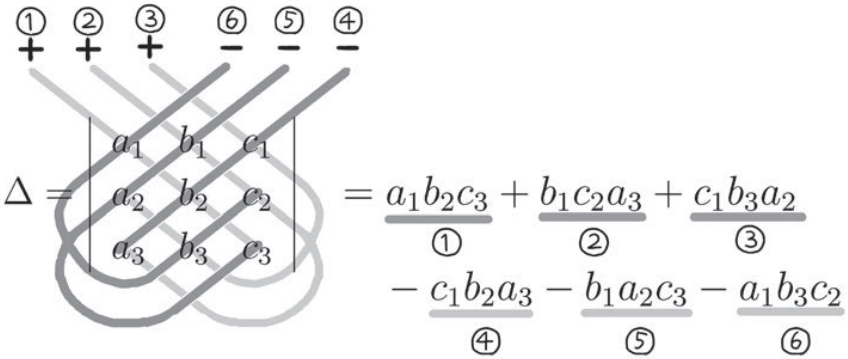
	Коэффициенты x	Коэффициенты y	Коэффициенты z	Свободные члены
Формула (1)	a_1	b_1	c_1	d_1
Формула (2)	a_2	b_2	c_2	d_2
Формула (3)	a_3	b_3	c_3	d_3

ТЕПЕРЬ ОСТАВИМ ТОЛЬКО СТОЛБЦЫ КОЭФФИЦИЕНТОВ x, y И z. ВОТ ТАК.

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

ТАК! А ТЕПЕРЬ ПОПРОБУЕМ ОПИСАННЫМ ВЫШЕ МЕТОДОМ КРЕСТИКА ВЫЧИСЛИТЬ ОПРЕДЕЛИТЕЛЬ МАТРИЦЫ. ДАВАЙТЕ-КА, АОНУМА-САН.

УГУ. Э-Э-Э... ВОТ ТАК?



ОК! МЕТОДОМ ВЫЧИСЛЕНИЯ ВЫ ОВЛАДЕЛИ. ДАЛЬШЕ ВСЁ ТАК ЖЕ, КАК ПРИ РЕШЕНИИ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ С ДВУМЯ НЕИЗВЕСТНЫМИ. КРОМЕ ОПРЕДЕЛИТЕЛЯ Δ, НУЖНО ВЫЧИСЛИТЬ Δx, Δy И Δz.

ЧТОБЫ ВЫЧИСЛИТЬ Δx, ПОДСТАВЛЯЕМ В СТОЛБЕЦ x СВОБОДНЫЕ ЧЛЕНЫ.
ЧТОБЫ ВЫЧИСЛИТЬ Δy, ПОДСТАВЛЯЕМ В СТОЛБЕЦ y СВОБОДНЫЕ ЧЛЕНЫ.
ЧТОБЫ ВЫЧИСЛИТЬ Δz, ПОДСТАВЛЯЕМ В СТОЛБЕЦ z СВОБОДНЫЕ ЧЛЕНЫ.

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} \qquad \Delta x = \begin{vmatrix} \overset{\text{Столбец коэффициентов } x}{d_1} & b_1 & c_1 \\ d_2 & b_2 & c_2 \\ d_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

$$\Delta y = \begin{vmatrix} a_1 & \overset{\text{Столбец коэффициентов } y}{d_1} & c_1 \\ a_2 & d_2 & c_2 \\ a_3 & d_3 & c_3 \end{vmatrix} \qquad \Delta z = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & \overset{\text{Столбец коэффициентов } z}{d_1} \\ a_2 & b_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & d_3 \end{vmatrix}$$

ВЕРНО. ТЕПЕРЬ ВЫЧИСЛИМ НЕИЗВЕСТНЫЕ, ПОЛЬЗУЯСЬ НАШИМ МЕТОДОМ "СУПЕРКРЕСТИКА".

НУЖНО РАЗДЕЛИТЬ Δx, Δy И Δz НА Δ, ДА? ТОГДА МЫ НАЙДЕМ ВСЕ НЕИЗВЕСТНЫЕ!

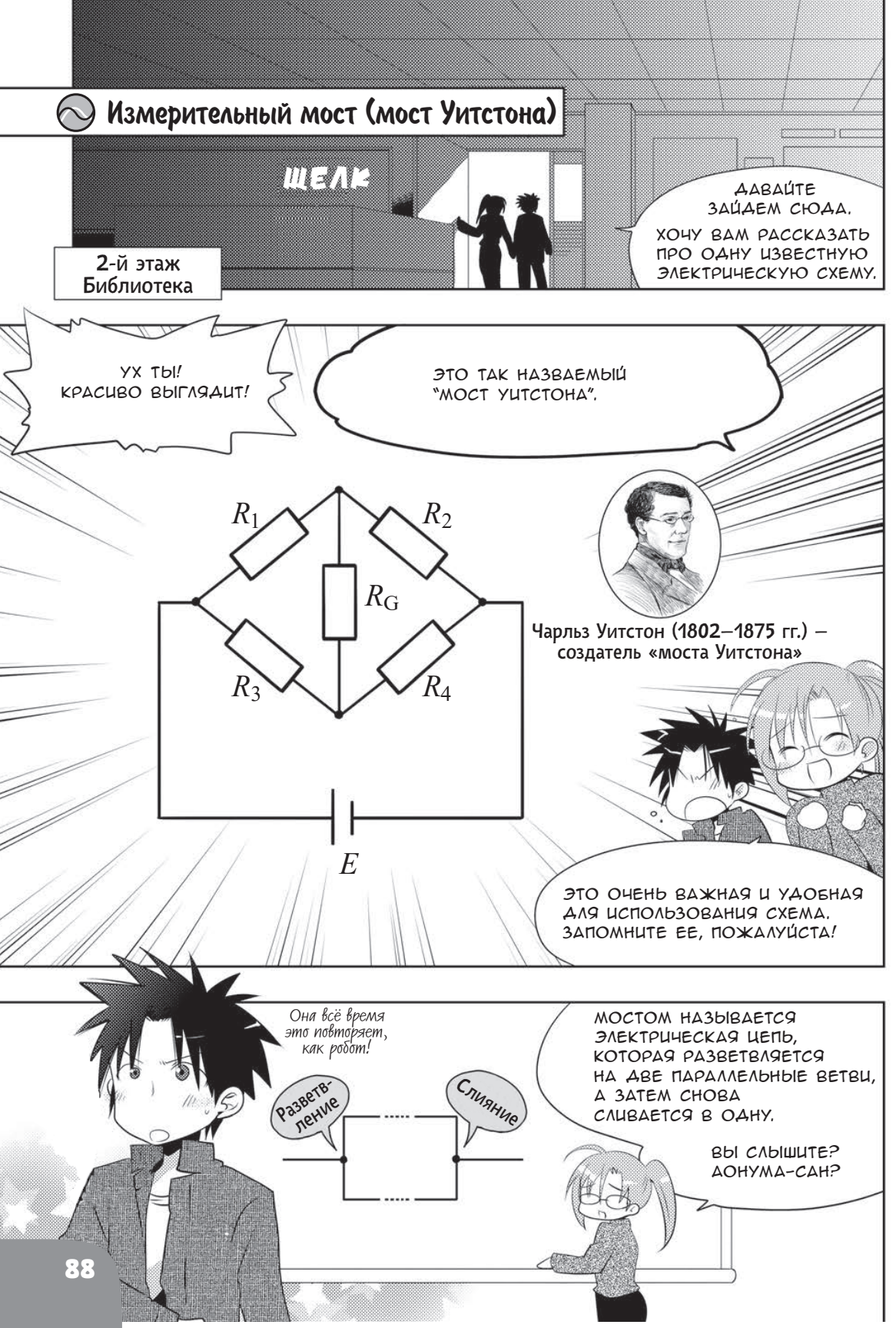
ДА, ВЕРНО!
ДАВАЙТЕ ТЕПЕРЬ ПОПРОБУЕМ ПРИМЕНИТЬ МАТРИЧНЫЙ МЕТОД ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПО ЭЛЕКТРОТЕХНИКЕ.

А, КСТАТИ. Я ЗАБЫЛА СКАЗАТЬ: ЭТОТ "СУПЕРКРЕСТИК" ПО-НАСТОЯЩЕМУ НАЗЫВАЕТСЯ "ПРАВИЛО САРРЮСА".

ЗНАЧИТ, НАСТОЯЩЕЕ НАЗВАНИЕ СУЩЕСТВУЕТ? ПОЧЕМУ ЖЕ ВЫ СРАЗУ НЕ СКАЗАЛИ?!

ПРОСТИТЕ, УВЛЕКЛАСЬ.

Измерительный мост (мост Уитстона)



ЧТО ЗА ОБОЗНАЧЕНИЕ В ЦЕНТРЕ – R_G?
РАЗВЕ МЫ ПРОХОДИЛИ G?
А!

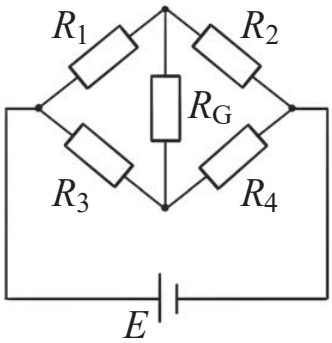
ЭТО ВОТ ЧТО – ГАЛЬВАНОМЕТР!
ГАЛЬВАНОМЕТР ПО-АНГЛИЙСКИ ПИШЕТСЯ "GALVANOMETER", А G – ЭТО ПЕРВАЯ БУКВА!
А! Я ВИДЕЛ ТАКОЙ НА ФИЗИКЕ, КОГДА ОПЫТЫ СТАВИЛИ!

В КАЧЕСТВЕ УСЛОВНОГО ОБОЗНАЧЕНИЯ ДЛЯ ГАЛЬВАНОМЕТРА ТАКЖЕ ИСПОЛЬЗУЕТСЯ БУКВА G. В ДАННОМ СЛУЧАЕ МЫ В НАШИХ ВЫЧИСЛЕНИЯХ ОБОЗНАЧИМ СОПРОТИВЛЕНИЕ ГАЛЬВАНОМЕТРА КАК R_G.
G
Вот что у нас в центре!
ХМ-ХМ. ГАЛЬВАНОМЕТР.
ДЛЯ ЧЕГО ЖЕ УДОБНА ЭТА ЦЕПЬ?

ХИ-ХИ-ХИ... В ДВУХ СЛОВАХ И НЕ РАССКАЖЕШЬ!
В ЛЮБОМ СЛУЧАЕ, ЛУЧШЕ УЗНАТЬ НА ПРАКТИКЕ!

А ЭТО ЗНАЧИТ – ДАВАЙТЕ ПРИСТУПИМ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ С МОСТОМ УИТСТОНА! LET'S GO!
Давай-давай-давай!
ОХ! ЕЁ НИЧЕМ НЕ ОСТАНОВИШЬ!

Задача Выведем систему уравнений для замкнутого контура



НАЙДЕМ УСЛОВИЕ РАВНОВЕСИЯ ДЛЯ ЭТОГО МОСТА УИТСТОНА.

ВНИМАНИЕ!
"УСЛОВИЕ РАВНОВЕСИЯ" – ЭТО УСЛОВИЕ, ПРИ КОТОРОМ СИЛА ТОКА НА СОПРОТИВЛЕНИИ R_G, КОТОРОЕ ПРЕДСТАВЛЯЕТ СОБОЙ ГАЛЬВАНОМЕТР, НАХОДЯЩИЙСЯ В ЦЕНТРАЛЬНОЙ ТОЧКЕ, РАВНА 0 (НУЛЮ).

Обсуждение

НУ ЧТО Ж, ДАВАЙТЕ РАЗБЕРЕМСЯ, ЧТО ЗА ПРОБЛЕМА ПЕРЕД НАМИ. ЦЕЛЬ ДАННОЙ ЗАДАЧИ – НАЙТИ УСЛОВИЕ, ПРИ КОТОРОМ СИЛА ТОКА, ПОСТУПАЮЩЕГО В ЦЕНТРАЛЬНУЮ ТОЧКУ R_G, БУДЕТ РАВНА НУЛЮ.

СНАЧАЛА ВСПОМНИМ, ЧТО МЫ ЗНАЕМ О РЕШЕНИИ ЗАДАЧ НА ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ. ПРЕЖДЕ ВСЕГО НЕОБХОДИМО ПРОВЕРИТЬ НАПРЯЖЕНИЕ ИСТОЧНИКА ПИТАНИЯ (ПОСТОЯННОЕ ИЛИ ПЕРЕМЕННОЕ), И ТИП СОЕДИНЕНИЯ (ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЕ ИЛИ ПАРАЛЛЕЛЬНОЕ). ЗАТЕМ СДЕЛАТЬ СЛЕДУЮЩЕЕ:

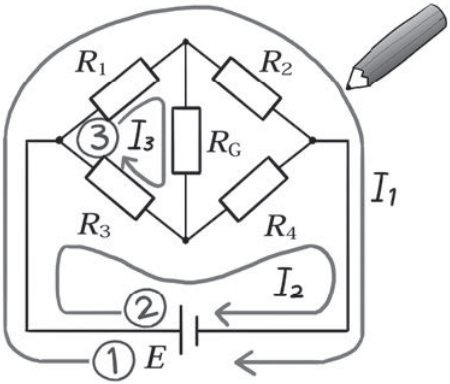
ШАГ 1. УСТАНОВИТЬ НАПРАВЛЕНИЕ ТЕЧЕНИЯ ТОКА.
ШАГ 2. НАЙТИ ЗАМКНУТЫЕ КОНТУРЫ В ЦЕПИ.
ШАГ 3. ПРОСЛЕДИТЬ КАЖДЫЙ ЗАМКНУТЫЙ КОНТУР И ПРИМЕНИТЬ ПРАВИЛА КИРХГОФА (ДЛЯ ТОКА И НАПРЯЖЕНИЯ).
ШАГ 4. В РЕЗУЛЬТАТЕ ПРИМЕНЕНИЯ НАЗВАННЫХ ПРАВИЛ МЫ ПОЛУЧИМ НЕСКОЛЬКО СИСТЕМ УРАВНЕНИЙ. РЕШИТЬ ИХ.

ОТВЕТЫ НА МНОГИЕ ЗАДАЧИ НАХОДЯТСЯ ИМЕННО ТАКИМ ОБРАЗОМ. ТАК ЧТО ДАВАЙТЕ В ЭТОМ СЛУЧАЕ ТОЖЕ НАЙДЕМ И ВЫПИШЕМ ЗАМКНУТЫЕ КОНТУРЫ!

УГУ. А ЕСТЬ КАКИЕ-ТО ХИТРОСТИ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЗАМКНУТЫХ КОНТУРОВ?

Давайте внимательно прочитаем условие задачи и подумаем, какой ответ нужно найти. В данном случае нам обязательно нужен замкнутый контур, в который входит R_G, так ведь? Помимо этого, поскольку по условию задачи нужно найти условие равновесия, нам понадобятся и контуры, включающие в себя остальные элементы – R_1, R_2, R_3, R_4, E и т. п.

Тогда, может быть, так? Контур (1): источник постоянного тока E ~ сопротивление R_1 ~ сопротивление R_2 ~ источник постоянного тока E; контур (2): источник постоянного тока E ~ сопротивление R_3 ~ сопротивление R_4 ~ источник постоянного тока E; контур (3): сопротивление R_1 ~ сопротивление R_G ~ R_3 ~ R_1.



Давайте самостоятельно выделим замкнутые контуры, как показано на рисунке!

Всё верно! Обозначим токи для каждого из контуров как I_1, I_2 и I_3 соответственно и вновь вернемся к условию задачи.

А! "При условии, что ток, поступающий на сопротивление R_G, равен нулю" – это, иначе говоря, значит "при условии, что $I_3 = 0$"!

Да! Теперь давайте напишем формулу I_3 и приступим к вычислениям.
Применяя к замкнутому контуру правило Кирхгофа, составим систему уравнений. У нас три неизвестных – I_1, I_2 и I_3, – значит, нужна система из трех уравнений. Вот и правило Саррюса, которое мы только что проходили!

Решение

Применяя к замкнутому контуру (1) второе правило Кирхгофа, получаем формулу для напряжения источника питания:

$$\begin{aligned} E &= R_1(I_1 + I_3) + R_2 I_1 \\ &= (R_1 + R_2)I_1 + R_1 I_3 \end{aligned}$$

Далее, применяя к замкнутому контуру (2) второе правило Кирхгофа, получаем еще одну формулу для напряжения источника питания:

$$\begin{aligned} E &= R_3(I_2 - I_3) + R_4 I_2 \\ &= (R_3 + R_4)I_2 - R_3 I_3 \end{aligned}$$

Снова применим второе правило Кирхгофа – теперь к контуру (3). Получаем ноль:

$$\begin{aligned} 0 &= R_1(I_1 + I_3) + R_G I_3 + R_3(-I_2 + I_3) \\ &= R_1 I_1 - R_3 I_2 + (R_1 + R_G + R_3)I_3 \end{aligned}$$

Совмещаем все три выражения:

$$\begin{cases} E = (R_1 + R_2)\underline{I_1} + R_1\underline{I_3} \\ E = (R_3 + R_4)\underline{I_2} - R_3\underline{I_3} \\ 0 = R_1\underline{I_1} - R_3\underline{I_2} + (R_1 + R_G + R_3)\underline{I_3} \end{cases}$$

И получаем систему уравнений с тремя неизвестными: I_1, I_2, I_3.

Внимание!
Теперь вам нужно решить с помощью правила Саррюса систему из трех уравнений. Пока вы еще не привыкли и не довели навык до автоматизма, рекомендуем составить такую таблицу.

Коэффициенты I_1	Коэффициенты I_2	Коэффициенты I_3	Свободные члены
R_1+R_2	0	R_1	E
0	R_3+R_4	$-R_3$	E
R_1	$-R_3$	$R_1+R_G+R_3$	0

Выразив I_3, получим следующее выражение:

$$I_3 = \frac{\Delta I_3 \begin{vmatrix} R_1+R_2 & 0 & E \\ 0 & R_3+R_4 & E \\ R_1 & -R_3 & 0 \end{vmatrix}}{\Delta \begin{vmatrix} R_1+R_2 & 0 & R_1 \\ 0 & R_3+R_4 & -R_3 \\ R_1 & -R_3 & R_1+R_G+R_3 \end{vmatrix}}$$

(подробно о способе решения системы уравнений с тремя неизвестными см. на стр. 85)

$$= \frac{-\{R_1(R_3+R_4)-R_3(R_1+R_2)\}E}{(R_1+R_2)(R_3+R_4)(R_1+R_G+R_3)-R_1^2(R_3+R_4)-R_3^2(R_1+R_2)}$$

$$= \frac{(R_2R_3-R_1R_4)E}{(R_1+R_2)\{(R_3+R_4)(R_1+R_G+R_3)-R_3^2\}-R_1^2(R_3+R_4)}$$

Для выполнения условия $I_3 = 0$ нужно, чтобы числитель указанной выше дроби был равен нулю, т. е. $(R_2R_3 - R_1R_4)E = 0$.

При этом поскольку $E \neq 0$ (так как напряжение источника питания, равное нулю, не соответствует условию задачи), то $R_1R_4 - R_2R_3 = 0$.

Следовательно, $R_1R_4 = R_2R_3$.

О, РЕШИЛ! РЕШИЛ, НО ЗАМУЧИЛСЯ.
ИЛИ ЛУЧШЕ СКАЗАТЬ, ЗАМУЧИЛСЯ, НО РЕШИЛ.

ХИ-ХИ-ХИ. ПОЗДРАВЛЯЮ!
ТЕПЕРЬ, ОТТАЛКИВАЯСЬ ОТ ВЫРАЖЕНИЯ $R_1R_4 = R_2R_3$,
ДАВАЙТЕ РАЗБЕРЕМСЯ, ЧЕМ ЖЕ НАМ ТАК ПОЛЕЗНА
СХЕМА ИЗМЕРИТЕЛЬНОГО МОСТА.

Условие равновесия в цепи измерительного моста

В РЕЗУЛЬТАТЕ РЕШЕНИЯ НАШЕЙ ЗАДАЧИ МЫ ПОЛУЧИЛИ ФОРМУЛУ $R_1R_4 = R_2R_3$. Я РАДА, ЧТО МЫ ТАКИМ ОБРАЗОМ К НЕЙ ПРИШЛИ – ВЕДЬ ЭТО ФОРМУЛА, КОТОРУЮ ОБЯЗАТЕЛЬНО НУЖНО ЗАПОМНИТЬ!

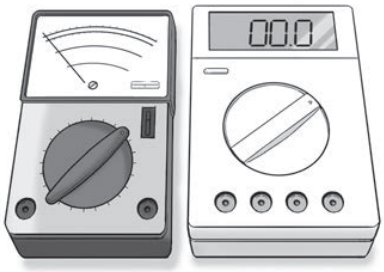
ХМ... ТАК ПОЧЕМУ ЭТА СХЕМА ТАКАЯ УДОБНАЯ?

ХИ-ХИ. А ВЫ НЕ ПОНИМАЕТЕ? ЭТА ФОРМУЛА ОЗНАЧАЕТ, ЧТО ЕСЛИ ЗНАЧЕНИЯ ТРЕХ ИЗ ВЕЛИЧИН – R_1, R_2, R_3 И R_4 – ИЗВЕСТНЫ, ТО МЫ МОЖЕМ НАЙТИ ЧЕТВЕРТУЮ.

ТО ЕСТЬ, РАСПОЛОЖИВ УКАЗАННЫМ ОБРАЗОМ ЧЕТЫРЕ СОПРОТИВЛЕНИЯ, В ЧИСЛЕ КОТОРЫХ ЕСТЬ ОДНО НЕИЗВЕСТНОЕ, И ОТРЕГУЛИРОВАВ ТАК, ЧТОБЫ СИЛА ПОСТУПАЮЩЕГО В ЦЕНТРАЛЬНУЮ ТОЧКУ ТОКА БЫЛА РАВНА НУЛЮ, МОЖНО НАЙТИ НЕИЗВЕСТНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ. РАЗВЕ НЕ ЗДОРОВО?!

ХМ... ЧТО-ТО Я СОМНЕВАЮСЬ. ОТРЕГУЛИРОВАТЬ ЦЕПЬ ТАК, ЧТОБЫ СИЛА ТОКА БЫЛА РАВНА НУЛЮ, НАВЕРНОЕ, ТРУДНО. НЕУЖЕЛИ ЭТО И ПРАВДА УДОБНО? НЕУЖЕЛИ НЕТ ДРУГОГО СПОСОБА ИЗМЕРИТЬ СОПРОТИВЛЕНИЕ?

ДА, ВООБЩЕ-ТО СУЩЕСТВУЕТ ПРИБОР ПОД НАЗВАНИЕМ ТЕСТЕР, МОЖНО БЫСТРО ИЗМЕРИТЬ СОПРОТИВЛЕНИЕ С ЕГО ПОМОЩЬЮ.

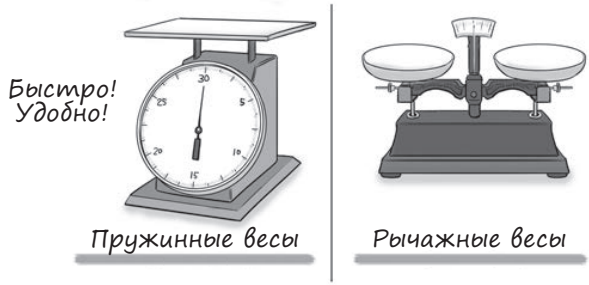


ТЕСТЕРЫ БЫВАЮТ СО ШКАЛОЙ ИЛИ С ЦИФРОВЫМ ДИСПЛЕЕМ. НА ЭКРАНЕ ОТОБРАЖАЕТСЯ ЗНАЧЕНИЕ СОПРОТИВЛЕНИЯ.

НО НАХОЖДЕНИЕ СОПРОТИВЛЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ ЦЕПИ ИЗМЕРИТЕЛЬНОГО МОСТА – ГОРАЗДО БОЛЕЕ ТОЧНЫЙ СПОСОБ, ЧЕМ ИЗМЕРЕНИЕ ТЕСТЕРОМ.

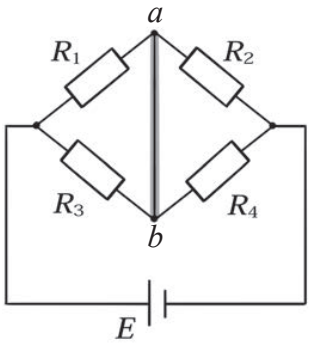
ДА?! ПРАВДА?

ИЗМЕРЕНИЕ ТЕСТЕРОМ НАЗЫВАЕТСЯ "МЕТОДОМ НЕПОСРЕДСТВЕННЫХ ИЗМЕРЕНИЙ", А ИЗМЕРЕНИЕ С ПОМОЩЬЮ ИЗМЕРИТЕЛЬНОГО МОСТА – "НУЛЕВЫМ МЕТОДОМ". НУЛЕВОЙ МЕТОД ВСЕГДА ДАЕТ ГОРАЗДО БОЛЕЕ ТОЧНЫЙ РЕЗУЛЬТАТ, ЧЕМ МЕТОД НЕПОСРЕДСТВЕННЫХ ИЗМЕРЕНИЙ. МОЖНО ПРЕДСТАВИТЬ СЕБЕ, ЧТО МЕТОД НЕПОСРЕДСТВЕННЫХ ИЗМЕРЕНИЙ – ЭТО ПРУЖИННЫЕ ВЕСЫ, А НУЛЕВОЙ МЕТОД – РЫЧАЖНЫЕ.



КСТАТИ, ЕСЛИ УЖ ОБ ЭТОМ ЗАШЛА РЕЧЬ, САМ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЙ МОСТ ЧЕМ-ТО НАПОМИНАЕТ РЫЧАЖНЫЕ ВЕСЫ. ПРИ ПРАВИЛЬНОЙ БАЛАНСИРОВКЕ В ЦЕНТРАЛЬНОЙ ТОЧКЕ ОБРАЗУЕТСЯ НОЛЬ.

ДА, ВЕРНО. ВОТ КАК МОЖНО ПОДЫТОЖИТЬ.



$$R_1R_4 = R_2R_3.$$

При выполнении этого равенства разница напряжений между точками a и b отсутствует → электрический ток между a и b не течет → значения тока и напряжения равны 0 → обеспечивается равновесие.

УСЛОВИЕ РАВНОВЕСИЯ КАК РАЗ И НАЗЫВАЕТСЯ ТАК ПОТОМУ, ЧТО "РАВНОВЕСИЕ" ЗНАЧИТ "ДОСТИГНУТЫЙ БАЛАНС, СОСТОЯНИЕ УРАВНОВЕШЕННОСТИ".

ДА, И ПРАВДА. ЗНАЧИТ, ЭТА СХЕМА ПРЕДНАЗНАЧЕНА ДЛЯ ТОЧНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ И ВЫПОЛНЯЕТ РОЛЬ РЫЧАЖНЫХ ВЕСОВ. КАЖЕТСЯ, Я ПОНЯЛ, В ЧЕМ ЕЕ УДОБСТВО!

ВО-О-ОТ! ЭТА СХЕМА ПРЕКРАСНА.
УСЛОВИЕ РАВНОВЕСИЯ ДЛЯ ИЗМЕРИТЕЛЬНОГО МОСТА – ЗАДАЧА, КОТОРУЮ ВСЕГДА ЛЕГКО РАСПОЗНАТЬ. ЗАПОМНИТЕ ЕЕ ХОРОШЕНЬКО!

3 Задачи с неравенствами

Свойства неравенств

В ЗАКЛЮЧЕНИЕ СЕГОДНЯШНЕГО ЗАНЯТИЯ ДАВАЙТЕ ПОГОВОРИМ О НЕРАВЕНСТВАХ. ВЫ, АОНУМА-САН, КОГДА-НИБУДЬ ВИДЕЛИ НЕРАВЕНСТВА?

НУ КОНЕЧНО.

НА ВСЯКИЙ СЛУЧАЙ ДАВАЙТЕ ПРОЯСНИМ, ЧТО ЭТО ТАКОЕ. НЕРАВЕНСТВО – ЭТО ОТНОШЕНИЕ МЕЖДУ ДВУМЯ ЧИСЛАМИ ИЛИ ВЫРАЖЕНИЯМИ, В КОТОРОМ ОДНО БОЛЬШЕ ИЛИ МЕНЬШЕ ДРУГОГО. В ЦЕЛОМ ИХ МОЖНО РАЗДЕЛИТЬ НА СЛЕДУЮЩИЕ ТИПЫ.

$a < b$ (a МЕНЬШЕ b)

$a > b$ (a БОЛЬШЕ b)

$a \leq b$ (a НЕ БОЛЬШЕ b, ТО ЕСТЬ МОЖЕТ БЫТЬ РАВНО b)

$a \geq \mathrm{b}$ (a НЕ МЕНЬШЕ b, ТО ЕСТЬ МОЖЕТ БЫТЬ РАВНО b)

ЭТИ ОБОЗНАЧЕНИЯ ($<, >, \leq, \geq$) НАЗЫВАЮТСЯ "ЗНАКАМИ НЕРАВЕНСТВА".

УГУ. ПОНЯТНО.

А КАК НАСЧЕТ РЕШЕНИЙ? ЕЩЕ ПОМНИТЕ? У НЕРАВЕНСТВ ЕСТЬ ТРИ СВОЙСТВА.

Три свойства неравенств

1 К обеим частям неравенства можно прибавить одинаковое число, и знак неравенства не поменяется:

если $a < b$, то $a + c < b + c$, $a - c < b - c$.

2 Обе части неравенства можно умножить на одно и то же положительное число, и знак неравенства не поменяется:

если $a < b$ и $c > 0$, то $ac < bc$, $a/c < b/c$.

3 Обе части неравенства можно умножить на одно и то же отрицательное число, и знак неравенства поменяется на противоположный:

если $a < b$ и $c < 0$, то $ac > bc$, $a/c > b/c$.

Я ЭТО ПОДЗАБЫЛ, НО ТЕПЕРЬ ВСПОМИНАЮ. ЭТО СОВСЕМ ПРОСТО! ЛЕГКИЙ МАТЕРИАЛ.

ИМЕННО ТАК ВСЕ И ДУМАЮТ, А ПОТОМ ОШИБАЮТСЯ.

ХМ!

НО ЕСЛИ НЕ ПОДХОДИТЬ К РЕШЕНИЮ НЕБРЕЖНО, ПРИМЕРЫ С НЕРАВЕНСТВАМИ ВПОЛНЕ НЕ ТАК УЖ СЛОЖНЫ. НЕРАВЕНСТВА ЧАСТО ФИГУРИРУЮТ В ЭЛЕКТРОТЕХНИКЕ В ФОРМЕ ЗАДАННЫХ ДИАПАЗОНОВ ЗНАЧЕНИЙ – НАПРИМЕР, "ОТ 100 ДО 150", ИЛИ "МЕНЕЕ 100" И Т. П.

ЕСЛИ В ЭЛЕКТРОТЕХНИКЕ ВЫ СЛЫШИТЕ ЧТО-ТО ВРОДЕ "УКАЖИТЕ ДИАПАЗОН" – ЭТО ЗНАЧИТ, ЧТО ОТВЕТ ТРЕБУЕТСЯ В ФОРМЕ НЕРАВЕНСТВА. КАК В ЗАДАЧЕ, КОТОРУЮ МЫ СЕЙЧАС БУДЕМ РЕШАТЬ!

ВОТ ТАК СРАЗУ – ЗАДАЧУ?

Задача Найдите диапазон, пользуясь неравенствами

Имеется предохранитель с номинальной силой тока 10 А. Найдите допустимый диапазон сопротивления резисторов, если напряжение источника питания составляет 100 В.

Обсуждение

Сначала разъясню термины. Номинальный означает предельно установленный. Иными словами, предохранитель с номинальной силой тока 10 А – это...

...означает, что предельное значение тока составляет 10 А. Иначе предохранитель вылетит.

Совершенно верно! Резистор – это элемент цепи, который порождает только сопротивление. Например, нагрузка в виде электрической лампочки порождает сопротивление, одновременно производя работу, – она светится. Но резистор, в отличие от нее, работы не производит, производит только сопротивление.

Э-Э-Э... Значит, он бесполезен?

Нет-нет! Именно в этом и заключается роль резистора. Он оказывает сопротивление и тем самым уменьшает силу тока. И нужен он для управления силой тока и проведения испытаний.

А, это было, когда мы говорили про закон Ома. Чем больше сопротивление, тем меньше ток! Значит, если сопротивление резистора будет не меньше предусмотренного, то предохранитель не вылетит?

A. Решение

Если при токе в 10 А предохранитель вылетает, то, следовательно, ток должен быть меньше 10 А. Тогда можно записать

$$I = \frac{E}{R}$$

$$\frac{E}{R} < 10 \text{ А}$$

Таким образом, нужно найти диапазон значений R, при котором данное неравенство будет верным. Умножив обе части неравенства на R, получим

$$E < 10R$$

Подставив значение $E = 100$ и перенеся неизвестное R в левую часть неравенства, получим

$$10R > 100$$

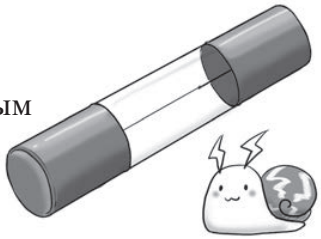
Следовательно

$$R > 10\ \Omega$$

Таким образом, значение сопротивления должно быть больше 10 Ом.

Интересные факты от Ден-куна.

Наверное, многие из вас знают, что предохранитель – это деталь, которая нужна для предотвращения несчастных случаев.



Если ток превышает номинальное значение, то предохранитель выходит из строя, тем самым предохраняя от перегрева и возгорания остальные элементы электрической цепи.

Слова «вылетел предохранитель», «перегорел предохранитель» означают, что расплавляется или разрывается металлическая нить внутри предохранителя.

Неравенство первой степени

ЗАДАЧА С ПРЕДОХРАНИТЕЛЕМ, КОТОРУЮ ВЫ РЕШИЛИ, – ЭТО ЗАДАЧА НА НЕРАВЕНСТВО ПЕРВОЙ СТЕПЕНИ. ПРИМЕРЫ СТЕПЕНИ ПРИВЕДЕНЫ В ТАБЛИЦЕ НИЖЕ.

Возведение в степень		
x ... x в 1-й степени	Отрицательные степени	Дробные степени
x^2 ... x во 2-й степени	$x^{-1} = \frac{1}{x}$	$x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}$
x^3 ... x в 3-й степени (показатель степени)	$x^{-2} = \frac{1}{x^2}$	

ХМ. ДА, R В ЗАДАЧЕ БЫЛО В ПЕРВОЙ СТЕПЕНИ. ТО ЕСТЬ, ВИДИМО, В ДРУГИХ ЗАДАЧАХ МОЖЕТ БЫТЬ И R^2 – ВО ВТОРОЙ СТЕПЕНИ?

ХИ-ХИ-ХИ. ОБЯЗАТЕЛЬНО БУДЕТ. ДАВАЙТЕ НАПОСЛЕДОК ОБРАТИМ ВНИМАНИЕ ЕЩЕ НА ОДИН НЮАНС, СВЯЗАННЫЙ С НЕРАВЕНСТВАМИ ПЕРВОЙ СТЕПЕНИ, И НА ЭТОМ НА СЕГОДНЯ ЗАКОНЧИМ.

$$ax + b > cx + d$$

Для решения этого неравенства нужно перенести все члены с x в левую часть, а все свободные члены – в правую:

$$(a - c)x > d - b$$

Тогда можно будет разделить обе части на $(a - c)$:

$$x > \frac{d-b}{a-c} \quad (\text{ если } \ a - c > 0\,) \quad \ldots \text{ положительное число}$$

$$x < \frac{d-b}{a-c} \quad (\text{ если } \ a - c < 0\,) \quad \ldots \text{ отрицательное число}$$

Знак неравенства определяется отношением между a и c: какой из коэффициентов больше.
Внимание! Делить на 0 нельзя, то есть в нашем случае $(a - c) \neq 0$.

ЗНАЧИТ, ЗНАК НЕРАВЕНСТВА ЗАВИСИТ ОТ ТОГО, НА ПОЛОЖИТЕЛЬНОЕ ЧИСЛО МЫ ДЕЛИМ ИЛИ НА ОТРИЦАТЕЛЬНОЕ. ОТЛИЧНО, Я ЗАПОМНИЛ.

УФ. ПОД КОНЕЦ ГОДА ДЕНЬ ЗАКАНЧИВАЕТСЯ РАНО.
ВОН КАК УЖЕ ТЕМНО НА УЛИЦЕ.

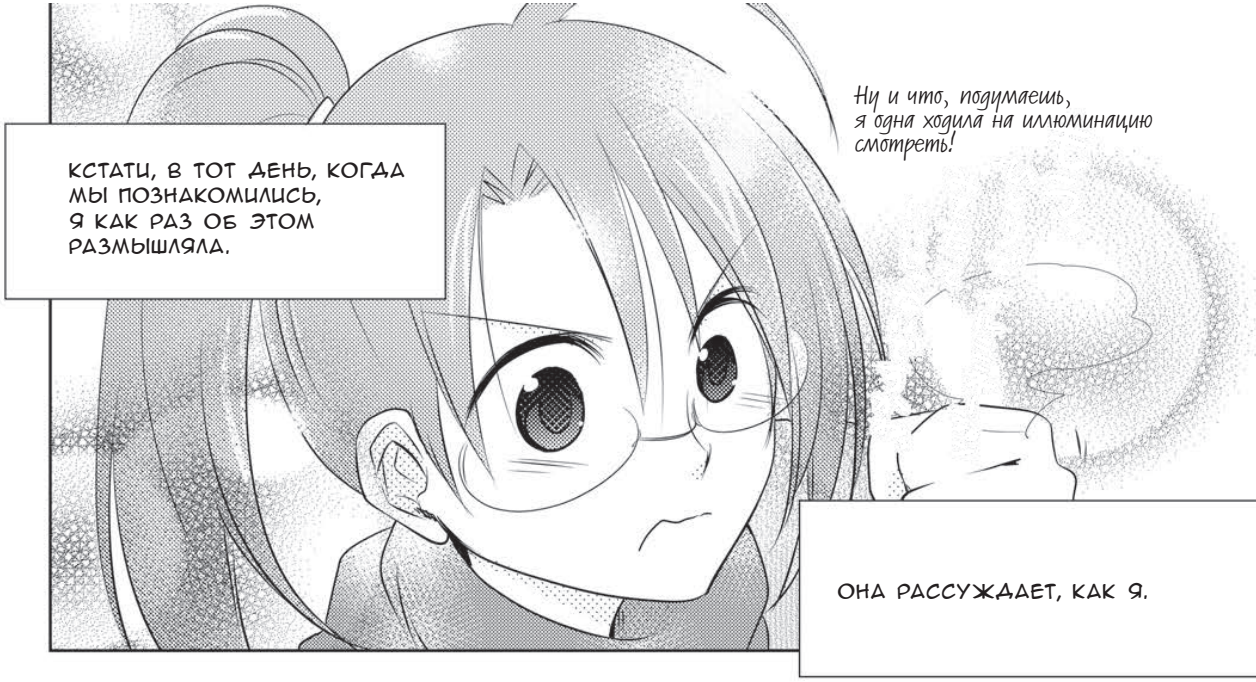
СПАСИБО, ЧТО УДЕЛИЛИ МНЕ ВРЕМЯ И СЕГОДНЯ.
ВЫ КАЖДЫЙ ДЕНЬ СО МНОЙ ВОЗИТЕСЬ. ТРАТИТЕ ВЫХОДНЫЕ.
НЕ СТОИТ БЛАГОДАРНОСТИ. Я ЖЕ ГОВОРИЛА, МНЕ НЕ ТРУДНО.

...Я СКАЗАЛ "СПАСИБО"!
Прогресс!
Ого!
ПОСЛЕ РОЖДЕСТВА ГОРОД РАЗОМ ПУСТЕЕТ, ПРАВДА?

ДА, ДЕЙСТВИТЕЛЬНО... И ИЛЛЮМИНАЦИЯ ГАСНЕТ.
КОГДА ВСЁ ЗАТИХАЕТ, НАЧИНАЕШЬ ЧУВСТВОВАТЬ, ЧТО КОНЧАЕТСЯ ГОД.

ЧЕСТНО ГОВОРЯ, Я НЕ ОЧЕНЬ-ТО ЛЮБЛЮ ВСЮ ЭТУ СУЕТУ ПЕРЕД РОЖДЕСТВОМ.
ТАК ЧТО СЕЙЧАС НАКОНЕЦ-ТО МОГУ ВЗДОХНУТЬ СВОБОДНО.

А! НО ИЛЛЮМИНАЦИЯ МНЕ НРАВИТСЯ – КРАСИВО. Я ВЕДЬ ЛЮБЛЮ ЭЛЕКТРИЧЕСТВО.
А ТУТ ВСЁ СВЕРКАЕТ ОГНЯМИ. НЕ МОГУ НЕ ВОСХИЩАТЬСЯ.
А...


Кстати, в тот день, когда мы познакомились, я как раз об этом размышляла.
Ну и что, подумаешь, я одна ходила на иллюминацию смотреть!
Она рассуждает, как я.

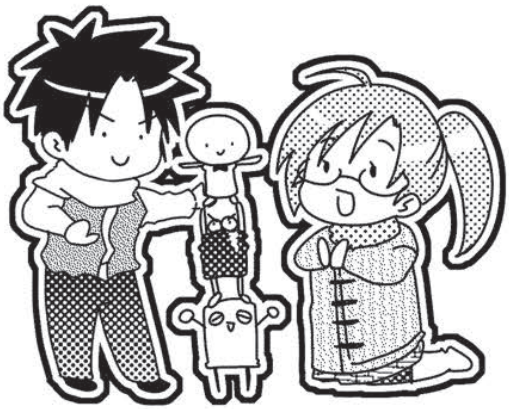
Смотри-ка.
А мы, кажется, похожи.
Я вас понимаю.
Я тоже вздыхаю с облегчением, когда Рождество проходит.
Вы меня понимаете?

Кажется, будто по улицам имеют право ходить только счастливые люди! Чувствуешь себя ничтожеством!
Да! Всё так и есть! Будто надо просить прощения за то, что существуешь!
Видимо, и правда.

Рождество – дурацкий праздник!
Дурацкий!
Новый год, скорее приходи! С рисовыми лепешками!
Ух ты, прямо гора с плеч свалилась.

Глава 3

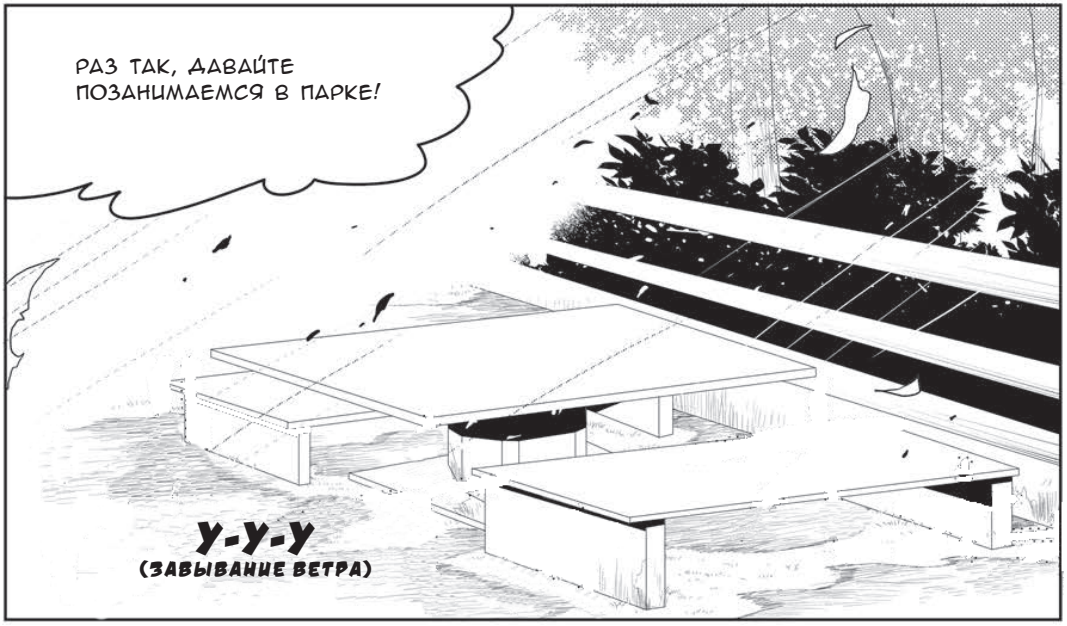
ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ И ВЕКТОР



топ-топ-топ
МУЗЕЙ ЭЛЕКТРОЭНЕРГИИ
ПРОСТИТЕ, ОПОЗДАЛ.
ЧТО СЛУЧИЛОСЬ?!
МОЛЧАНИЕ
Сегодня...
А, ВЫХОДНОЙ? НУ ДА, НОВЫЙ ГОД НА НОСУ. НИЧЕГО НЕ ПОДЕЛАЕШЬ.
Сегодня музей не работает. Ждем вас завтра.
ПРОСТИТЕ, Я СОВЕРШЕННО ЗАБЫЛА.
ЧТО ВЫ, ЧТО ВЫ! НИЧЕГО СТРАШНОГО!
всхлип
ДА, НО... ТЕПЕРЬ НАМ НУЖНО НАЙТИ ГДЕ-ТО МЕСТО ДЛЯ ЗАНЯТИЙ...
А?!

Э... МНЕ ЧТО, НУЖНО ПРЕДЛОЖИТЬ ПОЗАНИМАТЬСЯ У МЕНЯ ДОМА? ТАК ПОЛАГАЕТСЯ?
(СТУК СЕРДЦА)
НО МЫ ВЕДЬ ЗНАКОМЫ НЕСКОЛЬКО ДНЕЙ, РАЗВЕ УДОБНО ПРИГЛАШАТЬ ЕЕ ДОМОЙ?

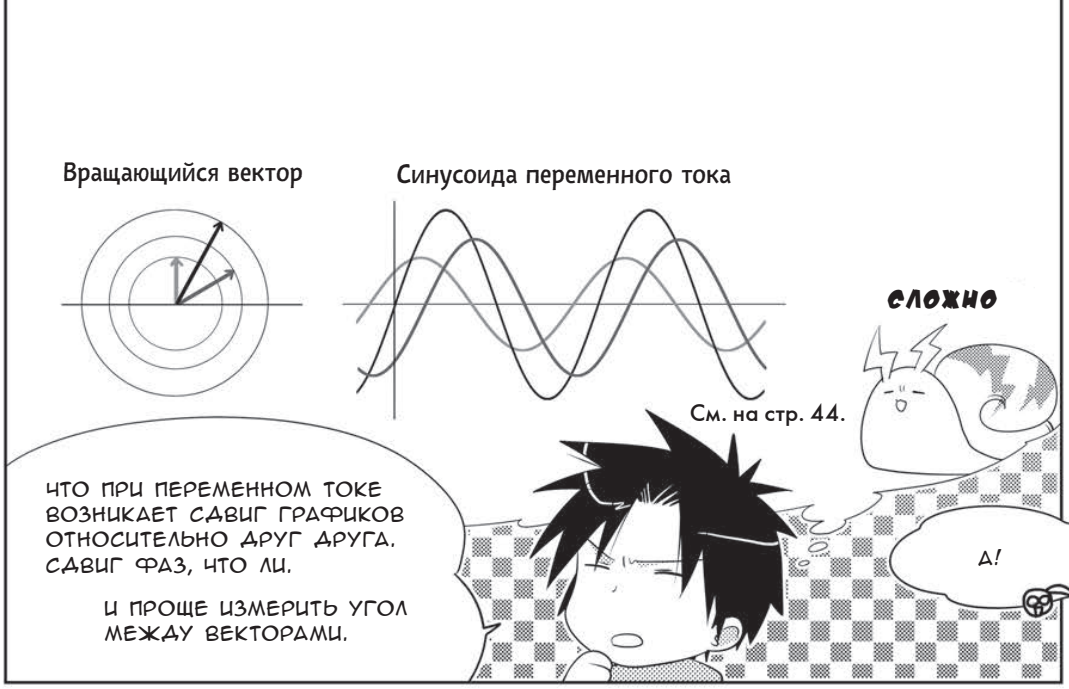
НАВЕРНОЕ, ЛУЧШЕ ГДЕ-НИБУДЬ В КАФЕШКЕ ПОСИДЕТЬ.
НО ВЕДЬ СЕЙЧАС КОНЕЦ ГОДА, ВЕЗДЕ ТОЛПЫ НАРОДУ, БУДЕТ НЕЛОВКО.
(СТУК СЕРДЦА)
ЛАДНО!

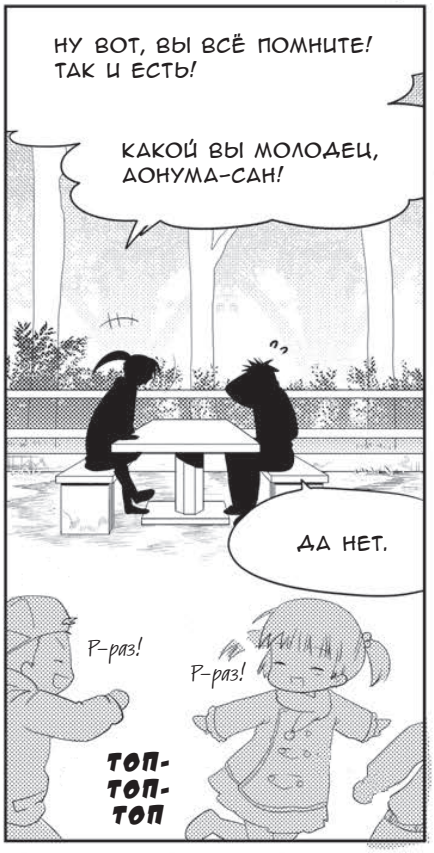

РАЗ ТАК, ДАВАЙТЕ ПОЗАНИМАЕМСЯ В ПАРКЕ!
У-У-У
(ЗАВЫВАНИЕ ВЕТРА)

Н-Н-НЕ БУДЕМ ИСКАТЬ СЕБЕ ОТГОВОРОК-К-К. МЫСЛИ ОБ ЭЛЕКТРИЧЕСТВЕ НАС СОГРЕЮТ.
Д-Д-ДАВА-ВАЙТЕ НАЧ-Ч-ЧЕМ.
Итак!
(дрожит)
У-У-У
(ЗАВЫВАНИЕ ВЕТРА)
А-А-А-А!

1 Основные сведения о переменном токе

Переменный ток – это сложно?


Вращающийся вектор
Синусоида переменного тока
сложно
См. на стр. 44.
что при переменном токе возникает сдвиг графиков относительно друг друга. сдвиг фаз, что ли.
и проще измерить угол между векторами.
д!

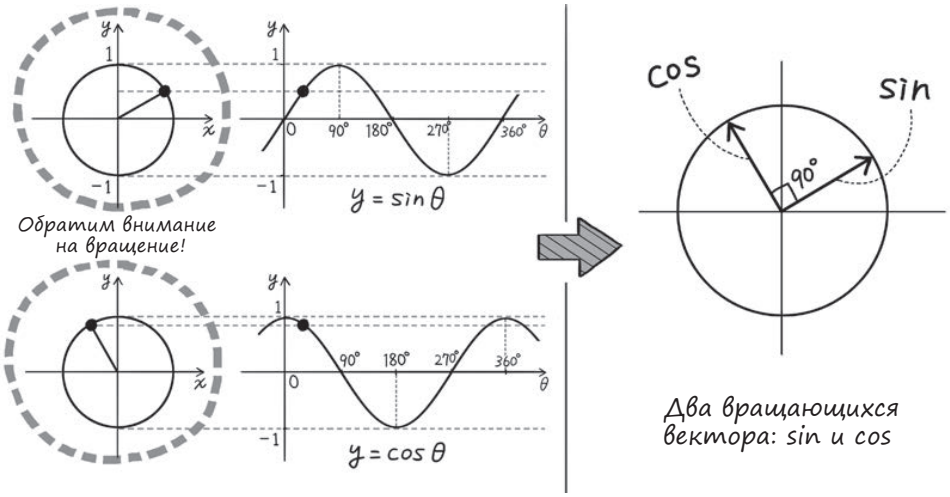

ну вот, вы всё помните! так и есть!
какой вы молодец, доунма-сан!
да нет.
Р-раз!
Р-раз!
топ-топ-топ

(чешет затылок)
ну что ж, переменный ток, как вы и сказали, – сложная штука.

но если вы помните то, о чем сказали, то, значит, долго объяснять не придется.
сперва давайте разберем векторы, которые отображают сдвиг фаз!

Векторы, выражающие сдвиг фаз

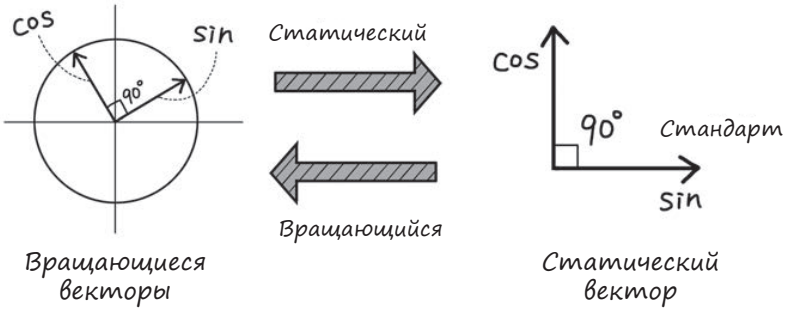
ПРЕЖДЕ ВСЕГО ДАВАЙТЕ ВСПОМНИМ ГРАФИКИ СИНУСА И КОСИНУСА (СМ. СТР. 31). ЕСЛИ ПОСМОТРЕТЬ НА ВОЛНОВЫЕ ДИАГРАММЫ, ТО ВИДНО, ЧТО ОНИ ОДИНАКОВЫЕ – ЗА ИСКЛЮЧЕНИЕМ СМЕЩЕНИЯ НА 90 ГРАДУСОВ. ОДНАКО НА ЭТОТ РАЗ ОБРАТИМ ВНИМАНИЕ НА ВРАЩЕНИЕ.



ВСПОМНИМ ДВИЖЕНИЕ ЧЕРНОЙ КАБИНКИ ПО КРУГУ И ПРЕДСТАВИМ ЕГО В ВИДЕ ВЕКТОРА. ИЗОБРАЗИМ SIN И COS В ВИДЕ ДВУХ ВЕКТОРОВ В ОДНОЙ ОКРУЖНОСТИ И СРАВНИМ ИХ. ЧТО ПОЛУЧАЕТСЯ?

А, УГОЛ МЕЖДУ ДВУМЯ ВЕКТОРАМИ ВСЕГДА СОСТАВЛЯЕТ 90 ГРАДУСОВ. ЭТО ЖЕ ИМЕННО ТЕ 90 ГРАДУСОВ, НА КОТОРЫЕ СМЕЩЕНЫ ОТНОСИТЕЛЬНО ДРУГ ДРУГА ВОЛНОВЫЕ ДИАГРАММЫ!

ВЕРНО. КСТАТИ, ЕСЛИ ВЗЯТЬ ОДИН ИЗ ВЕКТОРОВ ЗА СТАНДАРТ И НАЗНАЧИТЬ ЕГО СТАТИЧЕСКИМ, ТО УГОЛ МЕЖДУ ВЕКТОРАМИ БУДЕТ ЕЩЕ ПРОЩЕ ОТСЛЕДИТЬ.



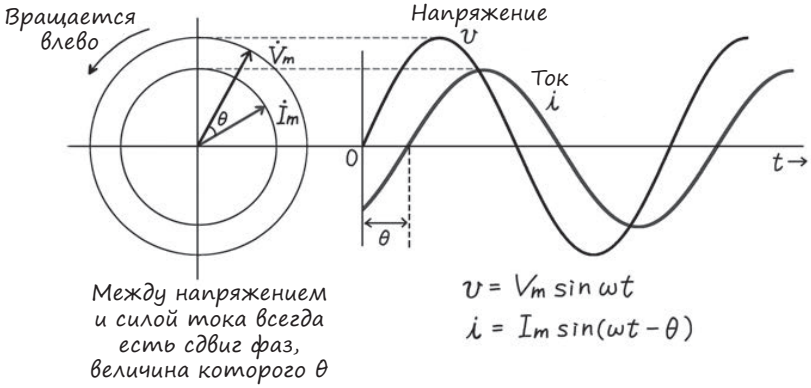
ИМЕННО ТАКИМ ОБРАЗОМ МЫ С ПОМОЩЬЮ УГЛА МЕЖДУ ВЕКТОРАМИ НАХОДИМ СДВИГ ФАЗ. ЭТОТ УГОЛ МЕЖДУ ВЕКТОРАМИ НАЗЫВАЕТСЯ ФАЗОВЫМ УГЛОМ.

ФАЗОВЫЙ УГОЛ – ЭТО РАЗНИЦА МЕЖДУ ФАЗАМИ. ЗНАЧИТ, ЧТОБЫ УЗНАТЬ ФАЗУ, НУЖНО ПРОСТО ПОСМОТРЕТЬ НА ФАЗОВЫЙ УГОЛ!

ОБРАТИТЕ ВНИМАНИЕ: НАПРАВЛЕНИЕ ВРАЩЕНИЯ ВЕКТОРА – ВСЕГДА ВЛЕВО (ПРОТИВ ЧАСОВОЙ СТРЕЛКИ). ИНЫМИ СЛОВАМИ, В ДАННОМ СЛУЧАЕ COS НА 90 ГРАДУСОВ ОПЕРЕЖАЕТ SIN. МОЖНО СКАЗАТЬ, ЧТО COS ОПЕРЕЖАЕТ ПО ФАЗЕ SIN НА 90 ГРАДУСОВ.

А, ВОТ КАК. ДО СИХ ПОР МЫ ГОВОРИЛИ ПРОСТО ПРО "СДВИГ". ОКАЗЫВАЕТСЯ, СДВИГ – ЭТО НЕ ПРОСТО СДВИГ, А ОПЕРЕЖЕНИЕ ИЛИ ОТСТАВАНИЕ.

ДА, ВЕРНО. НА ВОЛНОВОЙ ДИАГРАММЕ ТРУДНО РАЗЛИЧИТЬ ОПЕРЕЖЕНИЕ ИЛИ ОТСТАВАНИЕ, ПОЭТОМУ ДЛЯ ЭТИХ ЦЕЛЕЙ КАК РАЗ УДОБНЫ ВЕКТОРЫ. КРОМЕ ТОГО, ДЛИНА ВЕКТОРА СООТВЕТСТВУЕТ МАКСИМАЛЬНОМУ ЗНАЧЕНИЮ СИНУСОИДЫ, ПОЭТОМУ ЧЕМ ВЕКТОР ДЛИННЕЕ, ТЕМ ЭТО ЗНАЧЕНИЕ БОЛЬШЕ. РАССМОТРИМ СЛЕДУЮЩИЙ ПРИМЕР ТОКА И НАПРЯЖЕНИЯ, ПРЕДСТАВЛЕННЫХ В ВИДЕ ВРАЩАЮЩИХСЯ ВЕКТОРОВ.

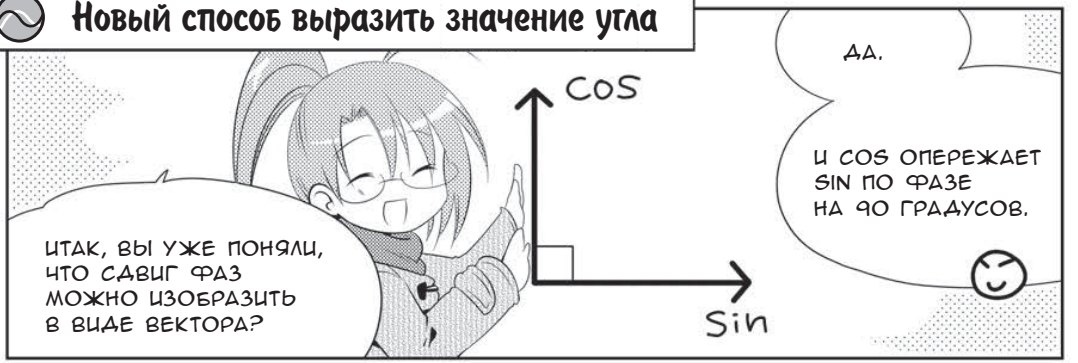


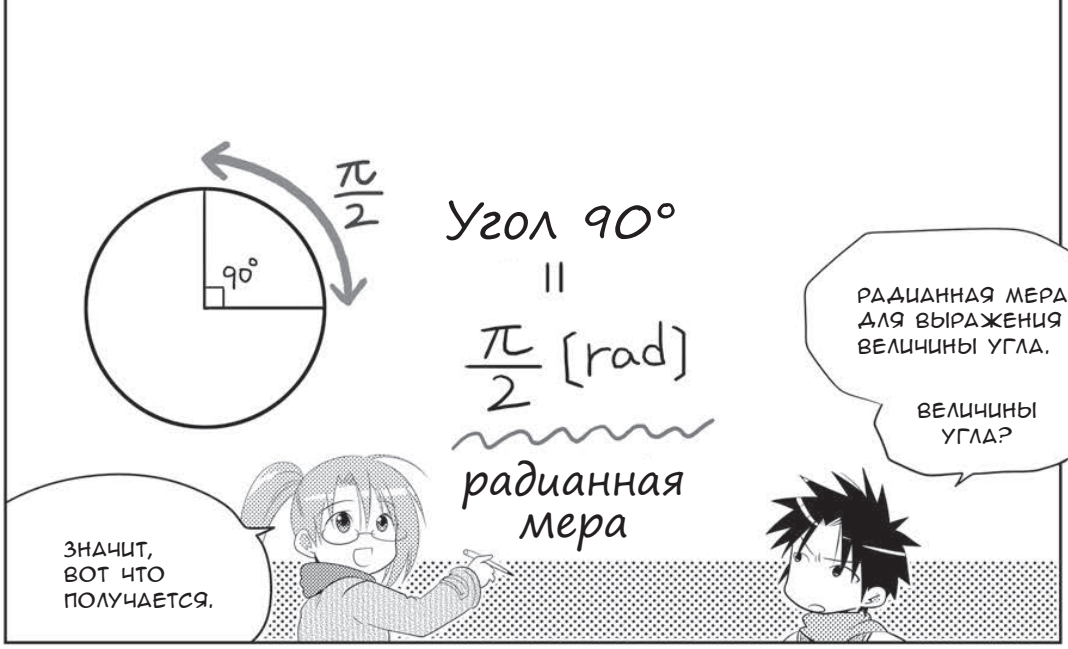
Два вращающихся вектора с разными максимальными значениями и сдвигом фаз между ними

ВОТ ОНО ЧТО. ЭТИ ВРАЩАЮЩИЕСЯ ВЕКТОРЫ ВНЕШНЕ ПОХОЖИ НА БОЛЬШУЮ И МАЛЕНЬКУЮ СТРЕЛКИ ЧАСОВ, А НА САМОМ ДЕЛЕ ВЕДУТ СЕБЯ СОВЕРШЕННО ИНАЧЕ. ВЕКТОРЫ ВРАЩАЮТСЯ ПРОТИВ ЧАСОВОЙ СТРЕЛКИ – ЭТО РАЗ. И К ТОМУ ЖЕ УГОЛ МЕЖДУ ЧАСОВЫМИ СТРЕЛКАМИ ПОСТОЯННО МЕНЯЕТСЯ, А МЕЖДУ ДВУМЯ ВРАЩАЮЩИМИСЯ ВЕКТОРАМИ ВСЕГДА ОСТАЕТСЯ ОДНИМ И ТЕМ ЖЕ – ЭТО ДВА.

СОВЕРШЕННО ВЕРНО! ВЕКТОРЫ СОВСЕМ НЕ ПОХОЖИ НА СТРЕЛКИ ЧАСОВ. ЗАПОМНИТЕ ЭТО ХОРОШЕНЬКО.

Новый способ выразить значение угла




π/2
90°
Угол 90°
=
π/2 [rad]
радианная мера
Радианная мера для выражения величины угла.
Величины угла?
Значит, вот что получается.

π – это отношение длины окружности к ее диаметру, верно?
Почему же для выражения величины угла нам нужно число π?
?
Хи-хи... Послушайте – сейчас я всё объясню.

А вот и наш котик!
ТА-ДА-А-АМ!
О! Омега!

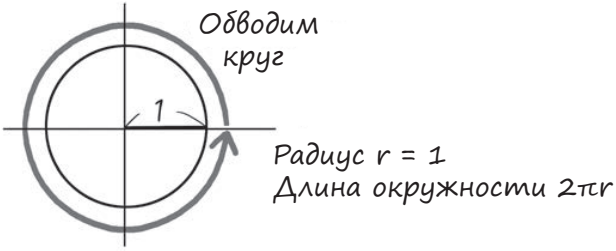
И еще котики...
Для измерения угловой скорости ω (омега) используется единица измерения рад/с (радиан в секунду).
Давайте-ка подытожим всё, о чем мы говорили!

Радианная мера

Когда речь идет о переменном токе, величину угла часто выражают через "радианную меру". Давайте тоже привыкнем использовать этот метод. (Радианная мера называется так по единице измерения "радиан".)

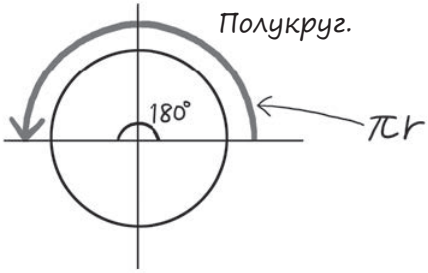
Угу. Я готов ее использовать, но кое-чего не могу понять. Почему величина угла вдруг выражается через число π? Ведь π – это отношение длины окружности к диаметру.

Для начала посмотрите на рисунок ниже. Это единичный круг, то есть круг с радиусом $r = 1$. Формула длины окружности для этого круга $2\pi r$ – может быть, вы ее уже подзабыли, но она из школьной программы.



Угу. Да, формулу я уже подзабыл. Но, когда вы сказали, вспомнил.

Итак, половина от $2\pi r$ – это πr. Посмотрим на рисунок:



Это 180°. А, это же круг с радиусом $r = 1$. Если $r = 1$, то, подставив в πr 1, получаем π!

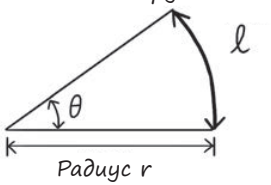
ВЕРНО! ЭТО И ЕСТЬ – ВЫРАЗИТЬ ЧЕРЕЗ РАДИАННУЮ МЕРУ. ЕДИНИЦА ИЗМЕРЕНИЯ – RAD (РАДИАН). МОЖНО СВЕСТИ ВЕЛИЧИНЫ ВОТ В ТАКУЮ ТАБЛИЦУ, КАК НИЖЕ.

Радиан	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	2π
Угол	30	45	60	90	180	360

Таблица соответствия между углом в градусах и в радианах

А, ВОТ ОНО ЧТО! ВОТ КАК ОНИ СООТНОСЯТСЯ. ЕСЛИ ЗАПОМНИТЬ, ЧТО $180° = \pi$, ТО ОСТАЛЬНОЕ ЛЕГКО МОЖНО ВЫЧИСЛИТЬ. НО... А ЗАЧЕМ НАМ ВООБЩЕ РАДИАННАЯ МЕРА?

ГОВОРЯ ОЧЕНЬ УПРОЩЕННО – ПОТОМУ, ЧТО ЭТО УДОБНО ДЛЯ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ В МАТЕМАТИЧЕСКИХ ВЫРАЖЕНИЯХ И ФОРМУЛАХ. И НАОБОРОТ: БЕЗ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ РАДИАННОЙ МЕРЫ ФОРМУЛЫ СТАНОВЯТСЯ СЛИШКОМ СЛОЖНЫМИ. ПРИВЕДУ ПРОСТОЙ ПРИМЕР: ВОТ КАК ИСПОЛЬЗУЕТСЯ РАДИАННАЯ МЕРА В ФОРМУЛЕ ДЛИНЫ ДУГИ ОКРУЖНОСТИ.



Чтобы найти длину дуги окружности:

- *с помощью величины угла θ в градусах, используется формула*

$$\ell = 2\pi r \times \frac{\theta}{360}$$

- *с помощью величины угла θ в радианах (rad) – формула*

$$\ell = 2\pi r \times \frac{\theta}{2\pi} = r\theta$$

Проще!!

КРОМЕ ТОГО, ИСПОЛЬЗОВАНИЕ РАДИАННОЙ МЕРЫ СВЯЗАНО С ФОРМУЛАМИ ИНТЕГРАЛОВ И ДИФФЕРЕНЦИАЛОВ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ, КОТОРЫЕ ОЧЕНЬ ВАЖНЫ В ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКОЙ МАТЕМАТИКЕ. СТОИТ НЕМНОГО ПРИВЫКНУТЬ, И ВЫ УВИДИТЕ, ЧТО РАДИАННАЯ МЕРА – ОЧЕНЬ УДОБНЫЙ И ЛЕГКИЙ ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ МЕТОД.

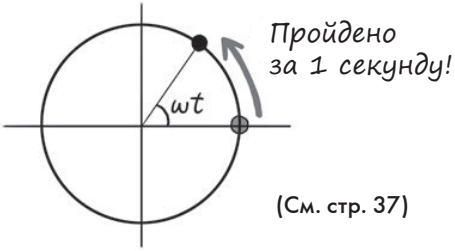
ОГО. ФОРМУЛЫ СТАНОВЯТСЯ ПРОЩЕ, А ВЫЧИСЛЕНИЯ УДОБНЕЕ. ТОГДА, КОНЕЧНО, РАДИАННУЮ МЕРУ НУЖНО ЗАПОМНИТЬ.

СОВЕРШЕННО ВЕРНО. ПОПРОБУЕМ ЕЙ ПОЛЬЗОВАТЬСЯ – НЕ ЗРЯ ЖЕ ЕЕ ПРИДУМАЛИ НАШИ ПРЕДШЕСТВЕННИКИ!

Омега – угловая скорость и угловая частота

ПОМНИТЕ, МЫ В САМОМ НАЧАЛЕ ГОВОРИЛИ ПРО ω?

ДА. КАК ТАМ: ω, ПОХОЖАЯ НА КОТЕНКА, НАЗЫВАЕТСЯ УГОЛОВОЙ СКОРОСТЬЮ И ВЫРАЖАЕТ ВЕЛИЧИНУ УГЛА, КОТОРЫЙ ТОЧКА, ДВИГАЮЩАЯСЯ ПО ОКРУЖНОСТИ, ПРОХОДИТ ЗА 1 СЕКУНДУ.



(См. стр. 37)

ПОЭТОМУ, ЕСЛИ УМНОЖИТЬ УГЛОВУЮ СКОРОСТЬ ω НА ВРЕМЯ t В СЕКУНДАХ, ПОЛУЧИТСЯ ВЕЛИЧИНА УГЛА. Я ТАК И ЗАПОМНИЛ: ωt = ВЕЛИЧИНА УГЛА?

ВЕРНО. ОСТАЛОСЬ ЕЩЕ ЗАПОМНИТЬ, ЧТО ЕДИНИЦЕЙ ИЗМЕРЕНИЯ ω ЯВЛЯЕТСЯ РАД/С (РАДИАН В СЕКУНДУ). ИНЫМИ СЛОВАМИ, ω ВЫРАЖАЕТ КОЛИЧЕСТВО РАДИАН, ПРОЙДЕННЫХ ЗА 1 СЕКУНДУ.

А! РАДИАН – ЭТО ЖЕ ТА САМАЯ РАДИАННАЯ МЕРА! ТО ЕСТЬ "НА СКОЛЬКО РАДИАН ПЕРЕМЕСТИЛАСЬ ТОЧКА?" – ЭТО ЗНАЧИТ "НА СКОЛЬКО ГРАДУСОВ ОНА ПЕРЕМЕСТИЛАСЬ?"

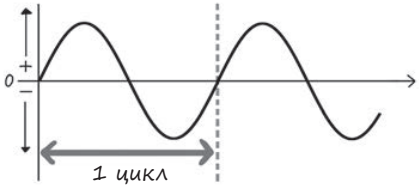
ДА. А ТЕПЕРЬ Я БЫ ХОТЕЛА, ЧТОБЫ ВЫ ОБЯЗАТЕЛЬНО ЗАПОМНИЛИ ОДНУ ФОРМУЛУ:

$$\text{угол } \theta = \text{угловая скорость} \times \text{время} = \omega t \text{ [рад]}$$

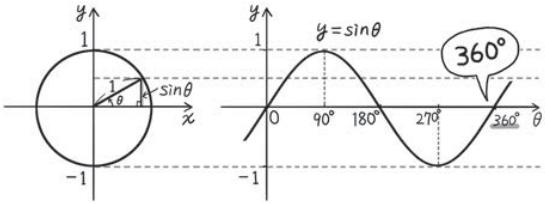
ДА-ДА. ЕДИНИЦА ИЗМЕРЕНИЯ ω – ЭТО РАД/С, ПОЭТОМУ ωt – ЭТО РАДИАНЫ (РАД).

В ПРОДОЛЖЕНИЕ Я ОБЪЯСНЮ КОЕ-ЧТО НОВОЕ. НА САМОМ ДЕЛЕ ω, КРОМЕ ТОГО ЧТО ЯВЛЯЕТСЯ УГЛОВОЙ СКОРОСТЬЮ, ТАКЖЕ НАЗЫВАЕТСЯ УГЛОВОЙ ЧАСТОТОЙ. ПОМНИТЕ ТАКОЕ ПОНЯТИЕ – ЧАСТОТА?

ЧАСТОТА ВЫРАЖАЕТ КОЛИЧЕСТВО ПОВТОРЕНИЙ ЦИКЛА ЗА 1 СЕКУНДУ. ОБОЗНАЧАЕТСЯ КАК f, ЕДИНИЦЕЙ ИЗМЕРЕНИЯ ЯВЛЯЕТСЯ Гц (ГЕРЦ). ТАК?

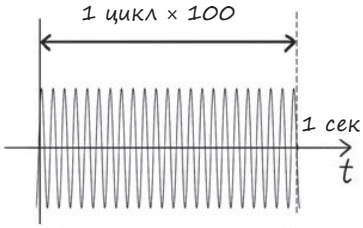


СОВЕРШЕННО ВЕРНО. КРОМЕ ТОГО, 1 ЦИКЛ – ЭТО 1 ОБОРОТ ПО КРУГУ, ПОМНИТЕ?



УГУ-УГУ. ЗНАЧИТ, ЧЕМ БОЛЬШЕ УГЛОВАЯ ЧАСТОТА (УГЛОВАЯ СКОРОСТЬ) ω, ТЕМ БЫСТРЕЕ СТАНОВЯТСЯ ОБОРОТЫ ПО КРУГУ И ТЕМ БОЛЬШЕ ЗНАЧЕНИЕ ЧАСТОТЫ f.

$$\omega = \underbrace{2\pi}_{360^\circ} \times 100$$



$$f = 100\,\text{Hz}$$

СОВЕРШЕННО ВЕРНО! ПРЕДСТАВИМ ОТНОШЕНИЕ МЕЖДУ УГЛОВОЙ ЧАСТОТОЙ (УГЛОВОЙ СКОРОСТЬЮ) ω И ЧАСТОТОЙ f В ВИДЕ ФОРМУЛЫ. 2π В ЭТОЙ ФОРМУЛЕ – ЭТО 1 ОБОРОТ В 360°, ВЫРАЖЕННЫЙ ЧЕРЕЗ РАДИАННУЮ МЕРУ.

Угловая частота (угловая скорость) $\omega = 2\pi f$ [рад]

ОГО. ЗНАЧИТ, ОТНОШЕНИЕ МЕЖДУ ω И f МОЖНО ПРЕДСТАВИТЬ В ТАКОМ ПРОСТОМ ВИДЕ. ТЕПЕРЬ Я ХОРОШО ПОНЯЛ ЗНАЧЕНИЕ ПОНЯТИЙ "УГЛОВАЯ СКОРОСТЬ" И "УГЛОВАЯ ЧАСТОТА".

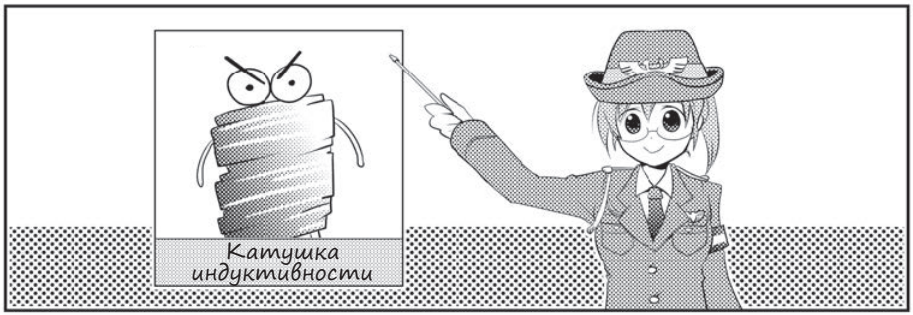
2 Использование векторов для переменного тока

Какова причина возникновения сдвига фаз?

Элементы	Обозначения	Единицы измерения	Примечания
Резистор (сопротивление)	R	Ом [Ω]	R – от английского слова *Resistance*, что значит сопротивление
Катушка индуктивности	L	Генри [H]	L – от английского слова *coiL*, что означает катушка
Конденсатор	C	Фарад [F]	C – от английского слова *Condenser*, что означает конденсатор

ТА-ДАМ!

Свойства катушки индуктивности



ПРЕЖДЕ ВСЕГО ДОКЛАДЫВАЮ ОБ УСТАНОВЛЕНИИ ЛИЧНОСТИ КАТУШКИ-КУН. В РЕЗУЛЬТАТЕ ТЩАТЕЛЬНОГО РАССЛЕДОВАНИЯ БЫЛО СОБРАНО МНОГО ИНФОРМАЦИИ.

КАКОЕ ЕЩЕ "УСТАНОВЛЕНИЕ ЛИЧНОСТИ"?

КАТУШКА ИНДУКТИВНОСТИ НАХОДИТСЯ, НАПРИМЕР, ВНУТРИ ЭЛЕКТРОМОТОРА. В НЕЙ В ОТВЕТ НА КОЛЕБАНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ТОКА ВОЗНИКАЕТ ЭЛЕКТРОДВИЖУЩАЯ СИЛА (НАПРЯЖЕНИЕ ИСТОЧНИКА ПИТАНИЯ). ДЕЛО В ТОМ, ЧТО КАТУШКА ИНДУКТИВНОСТИ ОБОЖАЕТ ИЗМЕНЕНИЯ! ПРИ ПРОПУСКАНИИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ТОКА В КАТУШКЕ ИНДУКТИВНОСТИ ВОЗНИКАЕТ ПРОТИВО-ЭЛЕКТРОДВИЖУЩАЯ СИЛА (ПРОТИВО-ЭДС). КОРОЧЕ ГОВОРЯ, КАТУШКА ОБРАЗУЕТ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК, ОБРАТНЫЙ ПЕРВОНАЧАЛЬНОМУ!

УХ ТЫ! НАДО ЖЕ, КАКАЯ СВОЕНРАВНАЯ ШТУЧКА!

ДА. ИМЕННО ЭТО СВОЙСТВО И ЯВЛЯЕТСЯ ПРИЧИНОЙ СДВИГА ФАЗ. ПОСМОТРИТЕ СЮДА.

Электрическая цепь	Векторы (начало отсчета – напряжение)	График волновой функции
Катушка индуктивности $\dot{I}$ [А] L [Гн] $\dot{V}$ [В]	$\dot{V}$ (Начало отсчета) $\frac{\pi}{2}$ [рад] $\dot{I}$ Сила тока запаздывает на $\pi/2$ (90°)	u + 0 ωt i –

ПРИ НАЛИЧИИ КАТУШКИ ИНДУКТИВНОСТИ ТОК ЗАПАЗДЫВАЕТ ПО ОТНОШЕНИЮ К НАПРЯЖЕНИЮ. ГОВОРЯ СОВСЕМ ПРОСТО, КАТУШКА ИНДУКТИВНОСТИ ВЫЗЫВАЕТ ВОЗНИКНОВЕНИЕ ОБРАТНОГО ТОКА. ИЗ-ЗА ТОГО, ЧТО ТОК В ПЕРВОНАЧАЛЬНОМ НАПРАВЛЕНИИ НЕ ТЕЧЕТ, ВОЗНИКАЕТ ЗАПАЗДЫВАНИЕ. ЭТО СОСТОЯНИЕ И НАЗЫВАЕТСЯ "СИЛА ТОКА i ЗАПАЗДЫВАЕТ ПО ФАЗЕ ПО ОТНОШЕНИЮ К НАПРЯЖЕНИЮ v".

Термин, отражающий свойство катушки, – это индуктивность*.

*Катушка по-английски называется inductor – индуктор, а индуктивность – inductance (о том, что значит окончание ~tance, см. подробнее на стр. 122).

Чем больше индуктивность, тем сильнее выражены свойства катушки; и наоборот, чем меньше индуктивность, тем свойства выражены слабее (у катушки есть различные свойства – например, магнитный поток и др.). Индуктивность обозначается буквой L, единица измерения индуктивности – Гн (генри).

А, до этого вы говорили, что катушка обозначается буквой L, а единицей измерения является генри – значит, на самом деле речь шла об индуктивности?

Да, верно. И еще одна вещь. Запомните одно очень важное понятие. Это "реактивное сопротивление" (реактанс*) – оно относится к тому, насколько затруднена передача переменного тока.

*По-английски reactance от слова *reaction* – реакция (подробнее см. на стр. 122).

Реактивное сопротивление похоже на рассмотренное ранее понятие "сопротивление", относящееся к переменному току. Обозначается буквой X, единица измерения, как и для обычного сопротивления, Ом.

Когда мы говорим о постоянном токе, у нас есть просто катушка и конденсатор. Однако при переменном токе возникает сопротивление, называющееся реактивным сопротивлением X. Вот так-то: катушка и конденсатор только выглядят безобидными, а на самом деле они – коварные ребята!

Да-а... Действительно, с этими разными сопротивлениями решать задачи будет труднее.

Да. Но у меня есть хорошая новость. Поскольку и реактивное сопротивление X (Ом), и сопротивление R (Ом) друг от друга не отличаются, для реактивного сопротивления тоже применим закон Ома!

Закон Ома

$$\text{Ток} = \frac{\text{Напряжение}}{\text{Сопротивление}}$$

$$I = \frac{V}{R} \Rightarrow I = \frac{V}{X}$$

О! Значит, как и в законе Ома, если знать две величины из трех, можно найти третью.

ДА. ПОЭТОМУ ЗАПОМНИТЕ ФОРМУЛУ РЕАКТИВНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ – МЫ БУДЕМ ГОВОРИТЬ О НЕЙ ДАЛЬШЕ! ОНА НУЖНА, ЧТОБЫ РЕШАТЬ ЗАДАЧИ... НЕТ, НА САМОМ ДЕЛЕ НЕ ДЛЯ ЗАДАЧ – ЭТО ЛЕГКИЙ СПОСОБ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ПРАКТИЧЕСКИХ ПРОБЛЕМ.
ВО-ПЕРВЫХ, РЕАКТИВНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ КАТУШКИ НАЗЫВАЕТСЯ "ИНДУКТИВНЫМ РЕАКТИВНЫМ СОПРОТИВЛЕНИЕМ" (ИЛИ ПРОСТО ИНДУКТИВНЫМ СОПРОТИВЛЕНИЕМ). ЕГО МОЖНО ВЫРАЗИТЬ СЛЕДУЮЩЕЙ ФОРМУЛОЙ:

Индуктивное сопротивление $X_L = \omega L = 2\pi f L$ [Ом]

Угловая частота — Индуктивность катушки

***Про угловую частоту (угловую скорость) $\omega = 2\pi f$ более подробно см. на стр. 115.**

ДОБАВЬТЕ К ОБОЗНАЧЕНИЮ РЕАКТИВНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ X ОБОЗНАЧЕНИЕ КАТУШКИ И ИНДУКТИВНОСТИ L. ПОЛУЧИТСЯ ОБОЗНАЧЕНИЕ ИНДУКТИВНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ X_L.

ХМ-М-М...

НЕ ЗЕВАЙТЕ, ДОНУМА-САН!
В ЭТОЙ ФОРМУЛЕ СКРЫВАЕТСЯ ВАЖНЫЙ МОМЕНТ.
РЕАКТИВНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ КАТУШКИ, ТО ЕСТЬ ИНДУКТИВНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ, ПРЯМО ПРОПОРЦИОНАЛЬНО ЧАСТОТЕ.

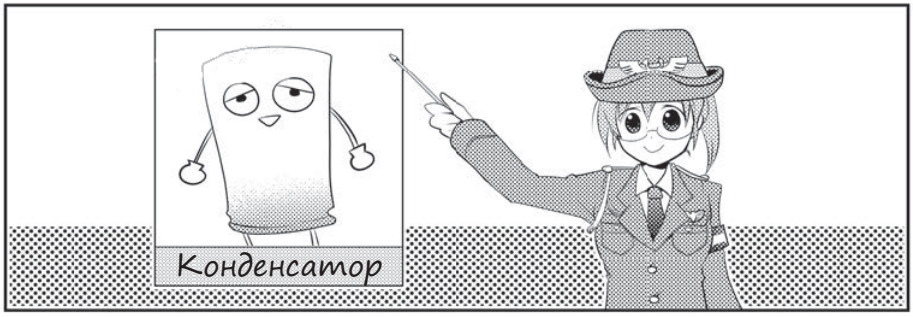
И ПРАВДА, ПРЯМО ПРОПОРЦИОНАЛЬНО.
ЗНАЧИТ, ЧЕМ БОЛЬШЕ ЧАСТОТА, ТЕМ БОЛЬШЕ РЕАКТИВНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ.
ДА? ВРОДЕ БЫ НИЧЕГО ОСОБЕННОГО В ЭТОМ НЕТ.

ХИ-ХИ-ХИ. А ТЕПЕРЬ ДАВАЙТЕ СРАВНИМ С КОНДЕНСАТОРОМ.
СКАЖУ СКАЗУ: РЕАКТИВНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ КОНДЕНСАТОРА ОБРАТНО ПРОПОРЦИОНАЛЬНО ЧАСТОТЕ.

ПРАВДА? ПРЯМО ПРОПОРЦИОНАЛЬНО И ОБРАТНО ПРОПОРЦИОНАЛЬНО – ПОЛУЧАЕТСЯ СОВСЕМ НАОБОРОТ.

СОВЕРШЕННО ВЕРНО. ЗАПОМНИТЕ ХОРОШЕНЬКО ЭТУ РАЗНИЦУ МЕЖДУ КАТУШКОЙ И КОНДЕНСАТОРОМ. ТЕПЕРЬ ДАВАЙТЕ ПОГОВОРИМ ЕЩЕ ОБ ОДНОМ ВИНОВНИКЕ – О КОНДЕНСАТОРЕ!

Свойства конденсатора



ТЕПЕРЬ ДОКЛАДЫВАЮ О КОНДЕНСАТОРЕ-КУНЕ. ГОВОРЯ ПРОСТО, КОНДЕНСАТОР МОЖЕТ НАКАПЛИВАТЬ ЭЛЕКТРИЧЕСКУЮ ЭНЕРГИЮ И ЗАРЯД.

И ЭТО ЕГО СВОЙСТВО ВЫЗЫВАЕТ СДВИГ ФАЗЫ?

ВЕРНО! ПОСМОТРИТЕ ВОТ СЮДА.

Электрическая цепь	Вектор (начало отсчета – напряжение)	График волновой функции
Конденсатор $\dot{I}$ [A] C [Ф] $\dot{V}$ [B]	$\dot{I}$ $\frac{\pi}{2}$ [рад] $\dot{V}$ (Начало отсчета) Ток опережает на π/2 (90°)	+ 0 – u i ωt

ПРИ НАЛИЧИИ КОНДЕНСАТОРА, НАПРОТИВ, НАЧИНАЕТ ОТСТАВАТЬ "НАПРЯЖЕНИЕ". НАПРЯЖЕНИЕ ПОНЕМНОГУ УВЕЛИЧИВАЕТСЯ, ПО МЕРЕ ТОГО КАК В КОНДЕНСАТОРЕ НАКАПЛИВАЕТСЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ЗАРЯД. ЭТО ТРЕБУЕТ ВРЕМЕНИ – ПОЭТОМУ НАПРЯЖЕНИЕ УВЕЛИЧИВАЕТСЯ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ. ЭТО НАЗЫВАЕТСЯ ОПЕРЕЖЕНИЕМ СИЛОЙ ТОКА i НАПРЯЖЕНИЯ u ПО ФАЗЕ.

СВОЙСТВО КАТУШКИ, КАК ВЫ ПОМНИТЕ, ОПИСЫВАЕТСЯ ТЕРМИНОМ "ИНДУКТИВНОСТЬ". СВОЙСТВО КОНДЕНСАТОРА НАЗЫВАЕТСЯ "ЕМКОСТЬ"* (= ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ЕМКОСТЬ).

*Конденсатор по-английски также называется capacitor, а «емкость» – capacitance). Емкость означает объем электрического заряда, который способен накапливать конденсатор.

А про вместимость помещений вроде бы тоже говорят "емкость". Емкость концертного зала – 100 человек, например. Я, правда, ни разу не ходил.

Я тоже ни разу не ходила. Хи-хи-хи. Но мы не о том. Электрическая емкость обозначается буквой C, единица измерения Ф (фарад).

Угу. Значит, при переменном токе в конденсаторе тоже возникает реактивное сопровление X, да?

Совершенно верно. Мы не знаем, что на уме у катушки и конденсатора! Так что давайте запомним еще кое-что. Реактивное сопротивление конденсатора – это емкостное реактивное сопротивление (или просто емкостное сопротивление). Вот формула:

$$\text{Емкостное сопротивление } X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C} \text{ [Ом]}$$

Угловая частота

Емкость конденсатора

К обозначению реактивного сопротивления X добавляем обозначение конденсатора и емкости C. Значит, обозначение емкостного сопротивления – это X_C. Да, как вы и говорили, получается обратно пропорциональное отношение.

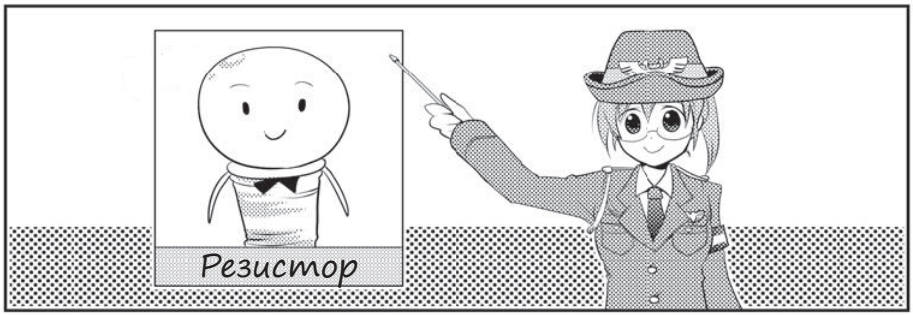
С характеристиками преступников вы теперь разобрались. Дальше обсудим резистор (сопротивление).

Для справки

Термины, которые заканчиваются в английском варианте на «~tance», выражают числовое значение какого-либо параметра: inductance (индуктивное сопротивление) – это inductor + tance, capacitance (емкостное сопротивление) – это capacitor + tance, reactance (реактивное сопротивление) – это reaction + tance.

Катушка и конденсатор реагируют на прохождение переменного тока, затрудняя его. Реактивное сопротивление (реактанс) – это числовое выражение того, насколько трудно проходить току.

Свойства резистора (сопротивления)



ИТАК, СОПРОТИВЛЕНИЕ ПРАКТИЧЕСКИ НИЧЕМ НЕ ОТЛИЧАЕТСЯ ЧТО В СЛУЧАЕ ПОСТОЯННОГО ТОКА, ЧТО В СЛУЧАЕ ПЕРЕМЕННОГО. ОБОЗНАЧАЕТСЯ БУКВОЙ R [Ом]. НА СДВИГ ФАЗ ТОЖЕ НИКАК НЕ ВЛИЯЕТ.

ХОРОШИЙ ПАРЕНЬ, БЕЗ НЕОЖИДАННОСТЕЙ.

ВЕРНО. ВОТ, ПОСМОТРИТЕ:

Электрическая цепь	Векторы (начало отсчета – вектор напряжения)	Графики волновых функций
Сопротивление $\dot{I}$ [А] R [Ом] $\dot{V}$ [В]	$\dot{V}$ (Начало отсчета) $\dot{I}$ Векторы немного разнесены, потому что при наложении друг на друга их будет трудно рассмотреть	u i + 0 – ωt

ОСОБЕННОСТЬ РЕЗИСТОРА-КУНА В ТОМ, ЧТО У НЕГО НЕТ СДВИГА ФАЗ – ТО ЕСТЬ ФАЗЫ СОВПАДАЮТ! ДОСТАТОЧНО ЗАПОМНИТЬ ЭТО.

ЯСНО. ТЕПЕРЬ Я ПОНЯЛ ОСОБЕННОСТИ ТРЕХ ЭЛЕМЕНТОВ ЦЕПИ.

КАТУШКА И КОНДЕНСАТОР – ВИНОВНИКИ СДВИГА ФАЗ. А РЕЗИСТОР В СДВИГЕ ФАЗ НЕ ЗАМЕШАН. С ЭТИХ ТРОИХ НЕЛЬЗЯ СПУСКАТЬ ГЛАЗ. ОНИ – САМЫЕ ПОДОЗРИТЕЛЬНЫЕ ЛИЧНОСТИ В МИРЕ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКОЙ МАТЕМАТИКИ!

Элементы цепи переменного тока: подытожим изученное

Электрическая цепь	Векторы (отсчет от вектора напряжения)	Сопротивление
Сопротивление $\dot{I}$ [А] R [Ом] $\dot{V}$ [В]	$\dot{V}$ (Начало отсчета) $\dot{I}$ Сдвиг отсутствует	R [Ом]
Катушка индуктивности $\dot{I}$ [А] L [Гн] $\dot{V}$ [В]	$\dot{V}$ (Начало отсчета) $\frac{\pi}{2}$ [рад] $\dot{I}$ Ток отстает на на $\pi/2$ (90°)	**Реактивное сопротивление** Индуктивное сопротивление $X_L = \omega L$ $= 2\pi f L$ [Ом]
Конденсатор $\dot{I}$ [А] C [Ф] $\dot{V}$ [В]	$\dot{I}$ $\frac{\pi}{2}$ [рад] $\dot{V}$ (Начало отсчета) Ток опережает на $\pi/2$ (90°)	Емкостное сопротивление $X_C = \frac{1}{\omega C}$ $= \frac{1}{2\pi f C}$ [Ом]

Что такое импеданс?

РАЗ УЖ МЫ ПОДЫТОЖИВАЕМ, ЧТО ЗНАЕМ ОБ ЭЛЕМЕНТАХ ЦЕПИ, ДАВАЙТЕ ЗАПОМНИМ ПОНЯТИЕ "ИМПЕДАНС". УСЛОВНОЕ ОБОЗНАЧЕНИЕ – БУКВА Z, ТО ЕСТЬ ИМПЕДАНС ОБОЗНАЧАЕТСЯ КАК Z.

Z – ВЫГЛЯДИТ ВНУШИТЕЛЬНО. НАВЕРНОЕ, ЧТО-ТО СЛОЖНОЕ.

НЕ ВОЛНУЙТЕСЬ: ИМПЕДАНС – ПО СУТИ, ОЧЕНЬ ПРОСТАЯ ВЕЩЬ. ИМПЕДАНС – ЭТО СУММА АКТИВНОГО И РЕАКТИВНОГО СОПРОТИВЛЕНИЙ.

Сопротивление
Сопротивление R [Ом]
Реактивное сопротивление
Катушка индуктивности Индуктивное сопротивление $X_L = \omega L = 2\pi f L$ [Ом]
Конденсатор Емкостное сопротивление $X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C}$ [Ом]

Сумма сопротивления R и реактивного сопротивления X

Импеданс Z

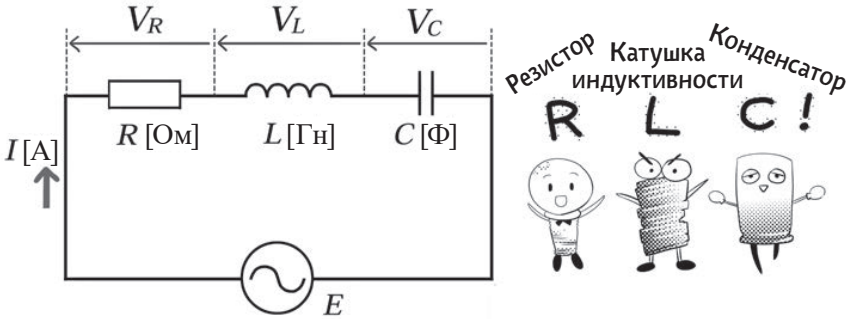
Единицей измерения, разумеется, является Ом.

А, ВОТ КАК. И ПРАВДА, ОЧЕНЬ ПРОСТО. ИНЫМИ СЛОВАМИ, ИМПЕДАНС Z – ЭТО СУММА ВСЕХ СОПРОТИВЛЕНИЙ В ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА.

СОВЕРШЕННО ВЕРНО. ЧАСТО ВСТРЕЧАЮТСЯ ЗАДАЧКИ: "НАЙДИТЕ ИМПЕДАНС Z". МЫ ТОЖЕ СКОРО ПОПРОБУЕМ ИХ ПОРЕШАТЬ. ЖДУ НЕ ДОЖДУСЬ!

Использование векторов с учетом сдвига фаз

А СЕЙЧАС ПОГОВОРИМ ОБ ОЧЕНЬ ВАЖНЫХ ВЕЩАХ. МЫ РАЗОБРАЛИ ЭЛЕМЕНТЫ ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА, КАЖДЫЙ В ОТДЕЛЬНОСТИ. НО ЭТО ЛИШЬ САМАЯ БАЗОВАЯ ИНФОРМАЦИЯ. В ЗАДАЧАХ НА ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ЭТИ ТРИ ЭЛЕМЕНТА ОБЪЕДИНЕНЫ ПО НЕСКОЛЬКУ ШТУК. ВОТ ТАК!



Поскольку это схема цепи переменного тока, напряжение источника питания e, силу тока i, снижение напряжения V_R, V_L, V_C можно обозначить маленькими буквами.

ОГО!

ЭТО НАЗЫВАЕТСЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЙ ЦЕПЬЮ RLC. КАК И ОТРАЖЕНО В НАЗВАНИИ, РЕЗИСТОР R, КАТУШКА ИНДУКТИВНОСТИ L И КОНДЕНСАТОР C СОЕДИНЕНЫ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНО. ПОХОЖЕ НА ЦЕПЬ, КОТОРУЮ МЫ ВИДЕЛИ ВО 2-М ПРАВИЛЕ КИРХГОФА (СМ. С. 62): ИМЕЕТСЯ НАПРЯЖЕНИЕ ИСТОЧНИКА ПИТАНИЯ E И ТРИ ПАДЕНИЯ НАПРЯЖЕНИЯ V... НО ЕСТЬ БОЛЬШОЕ ОТЛИЧИЕ! У НАС ИСТОЧНИК НЕ ПОСТОЯННОГО ТОКА, А ПЕРЕМЕННОГО, ПОЭТОМУ ВСЁ ГОРАЗДО СЛОЖНЕЕ.

НАПРИМЕР, НАЙДЕМ НАПРЯЖЕНИЕ ИСТОЧНИКА E:

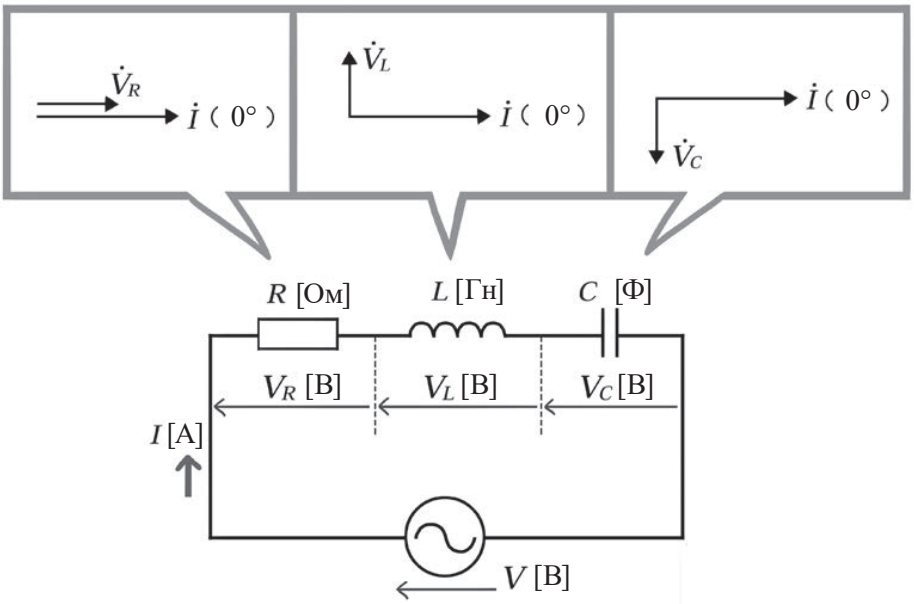
$$V_R + V_L + V_C = E \text{ (согласно 2-му правилу Кирхгофа).}$$

ЕСЛИ ПРОСТО ПОДСТАВИТЬ В ЭТУ ФОРМУЛУ ЧИСЛОВЫЕ ЗНАЧЕНИЯ И СЛОЖИТЬ, ТО МЫ НЕ ПОЛУЧИМ ПРАВИЛЬНОГО ОТВЕТА. ПОНИМАЕТЕ, ПОЧЕМУ?

ТАК... РАЗ ЭТО ИСТОЧНИК ПЕРЕМЕННОГО ТОКА, ТО НА КАТУШКЕ ИНДУКТИВНОСТИ И КОНДЕНСАТОРЕ ДОЛЖЕН ВОЗНИКАТЬ СДВИГ ФАЗ. В ТАКОМ СЛУЧАЕ ПРИ РАСЧЕТАХ НУЖНО ЕГО УЧИТЫВАТЬ. СДВИГ ФАЗ – ЗНАЧИТ, НАПРАВЛЕНИЕ ВЕКТОРОВ. УГУ.

ДА, ЗДЕСЬ ВАЖНО, КАК ИСПОЛЬЗУЮТСЯ ВЕКТОРЫ. ЕСЛИ В ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА ИСПОЛЬЗУЮТСЯ КАТУШКА ИНДУКТИВНОСТИ И КОНДЕНСАТОР, ТО ВОЗНИКАЕТ СДВИГ ФАЗ. ПОЛУЧАЕТСЯ, ВЕКТОРЫ БУДУТ НАПРАВЛЕНЫ В РАЗНЫЕ СТОРОНЫ. ВОТ, СМОТРИТЕ!

Векторная диаграмма, отображающая отношение между напряжением и током для различных элементов цепи (в данном случае мы хотим найти напряжение, поэтому берем за начало отсчета вектор тока)



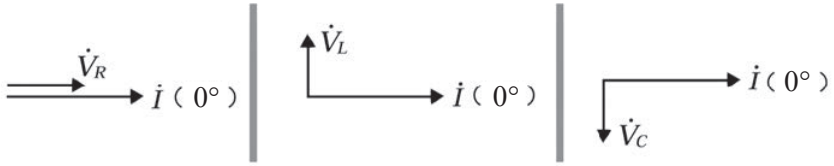
Последовательное соединение *RLC*

УГУ. В ПРЕДЫДУЩИХ ВЕКТОРНЫХ ДИАГРАММАХ МЫ ВЕЛИ ОТСЧЕТ ОТ ВЕКТОРА ТОКА. ХМ. ДЕЙСТВИТЕЛЬНО, ВЕКТОРЫ НАПРАВЛЕНЫ В РАЗНЫЕ СТОРОНЫ. ЧТО ЖЕ ДЕЛАТЬ?

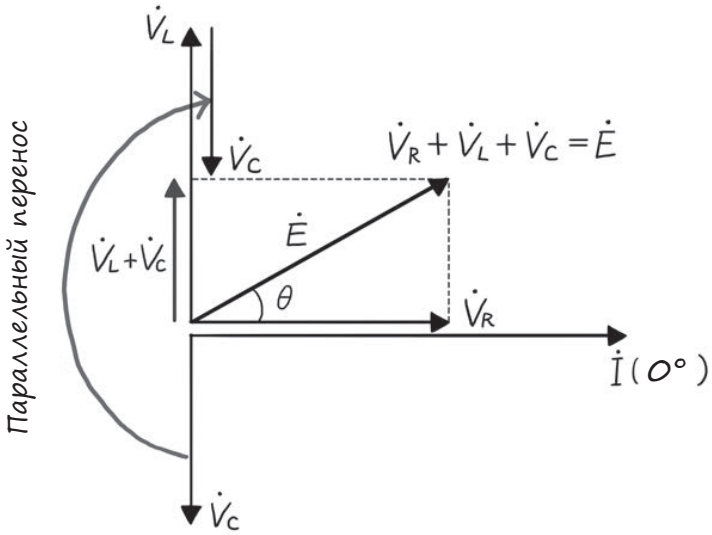
ХОД РАССУЖДЕНИЙ ОЧЕНЬ ПРОСТОЙ. ПЕРЕД ТЕМ КАК ПОДСТАВЛЯТЬ ЧИСЛОВЫЕ ЗНАЧЕНИЯ, НУЖНО ВЫПОЛНИТЬ СЛОЖЕНИЕ ВЕКТОРОВ.

А-А. ВЕКТОРЫ ЖЕ МОЖНО СКЛАДЫВАТЬ. ПОМНИТСЯ, В СТАРШИХ КЛАССАХ ШКОЛЫ МЫ ПРОХОДИЛИ СУММУ ВЕКТОРОВ.

ДА-ДА-ДА. СЕЙЧАС Я ПОКАЖУ, КАК БУДУТ ВЫГЛЯДЕТЬ ВЕКТОРЫ В РЕЗУЛЬТАТЕ СЛОЖЕНИЯ. А ВЫ ПОСТАРАЙТЕСЬ ВСПОМНИТЬ, КАК ВЕКТОРЫ ИСПОЛЬЗУЮТСЯ.



ТАКИМ ОБРАЗОМ, НА ЧЕРТЕЖЕ НИЖЕ МЫ РАСПОЛОЖИЛИ ТРИ ВЕКТОРА, ЧТОБЫ НАЙТИ ИХ СУММУ. НАМ ПОНАДОБЯТСЯ ПАРАЛЛЕЛЬНЫЙ ПЕРЕНОС И СУММА ВЕКТОРОВ. АОНУМА-САН, ПОНИМАЕТЕ?



Векторная диаграмма, отображающая отношение между напряжением и током

ВЕКТОРЫ Я ЕЩЕ НЕМНОЖКО ПОМНЮ – НАВЕРНОЕ, СПРАВЛЮСЬ. ТА-А-АК.

ШАГ 1. НУЖНО ОБЪЕДИНИТЬ ВЕКТОРЫ V_L И V_c, КОТОРЫЕ ЛЕЖАТ НА ВЕРТИКАЛЬНОЙ ОСИ И НАПРАВЛЕНЫ В ПРОТИВОПОЛОЖНЫЕ СТОРОНЫ. ДЛЯ ЭТОГО ВЫПОЛНИМ ПАРАЛЛЕЛЬНЫЙ ПЕРЕНОС ВЕКТОРА V_c.

ШАГ 2. У НАС ПОЛУЧИЛАСЬ СУММА $V_L + V_c$!

ШАГ 3. ТЕПЕРЬ НАЙДЕМ СУММУ ДВУХ ВЕКТОРОВ: $V_L + V_c$ И V_R.

ШАГ 4. ЧТОБЫ СЛОЖИТЬ $V_L + V_c + V_R$,
ПРОВЕДЕМ ДИАГОНАЛЬ В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ.
ТЕПЕРЬ МЫ НАШЛИ СУММУ ЭТИХ ТРЕХ ВЕКТОРОВ. ПРАВИЛЬНО?

СОВЕРШЕННО ВЕРНО! ПРИ ДЕЙСТВИЯХ С ВЕКТОРАМИ ОЧЕНЬ ВАЖЕН ПАРАЛЛЕЛЬНЫЙ ПЕРЕНОС. КРОМЕ ТОГО, ДЛЯ НАХОЖДЕНИЯ СУММЫ ВЕКТОРОВ МЫ СТРОИМ ПРЯМОУГОЛЬНИК И ПРОВОДИМ В НЕМ ДИАГОНАЛЬ.

ТЕПЕРЬ, КОГДА МЫ ДОШЛИ ДО ЭТОГО МОМЕНТА, НАМ СТАЛИ ЯСНЫ ДВА РАЗЛИЧИЯ.

$V_R + V_L + V_C = E$	*Просто сложить в случае переменного тока → нельзя!*
$\dot{V}_R + \dot{V}_L + \dot{V}_C = \dot{E}$	*Учитывать при сложении векторов сдвиг фаз!* → OK!

ДА! НА ПЕРВЫЙ ВЗГЛЯД ПОХОЖЕ, НО НА САМОМ ДЕЛЕ СОВСЕМ РАЗНЫЕ ВЕЩИ: УЧИТЫВАЕТСЯ ИЛИ НЕ УЧИТЫВАЕТСЯ СДВИГ ФАЗ ПРИ СЛОЖЕНИИ ВЕКТОРОВ. ПОЛУЧАЕТСЯ, ЭТО ВАЖНО ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ С ПЕРЕМЕННЫМ ТОКОМ.

ВЕРНО. ВЕКТОРЫ – НЕОТЪЕМЛЕМАЯ ЧАСТЬ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ С ПЕРЕМЕННЫМ ТОКОМ. КСТАТИ, ПРИ РЕШЕНИИ ЭЛЕКТРОМАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ ЧАСТО ИСПОЛЬЗУЮТСЯ КОМПЛЕКСНЫЕ ВЕКТОРЫ. С НИМИ МНОГИЕ ДЕЙСТВИЯ СТАНОВЯТСЯ ГОРАЗДО УДОБНЕЕ.

ДА? КОМПЛЕКСНЫЕ ВЕКТОРЫ – ЭТО ТЕ, КОТОРЫЕ ОБОЗНАЧАЮТСЯ j И РАСПОЛАГАЮТСЯ НА КОМПЛЕКСНОЙ ПЛОСКОСТИ? ИХ УДОБНО ИСПОЛЬЗОВАТЬ?

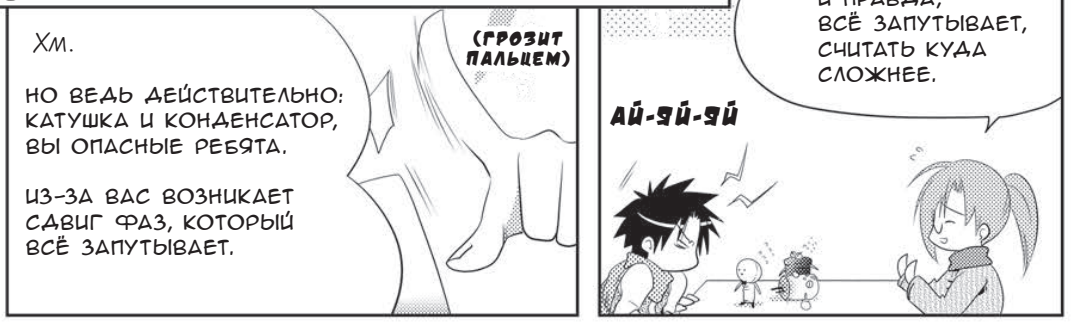
ХИ-ХИ-ХИ. БОЛЕЕ ПОДРОБНО ОБСУДИМ, КОГДА БУДЕМ ГОВОРИТЬ О КОМПЛЕКСНЫХ ЧИСЛАХ. КАК БЫ ТО НИ БЫЛО, ПОКА ЧТО, ДОНУМА-САН, ВАША ЗАДАЧА – НАУЧИТЬСЯ РАБОТАТЬ С ВЕКТОРАМИ. ЕСЛИ НЕ ЗАПОМНИТЕ, КАК ЭТО ДЕЛАЕТСЯ, ПРИДЕТСЯ ПОМЕСТИТЬ ВАС ПОД АРЕСТ!

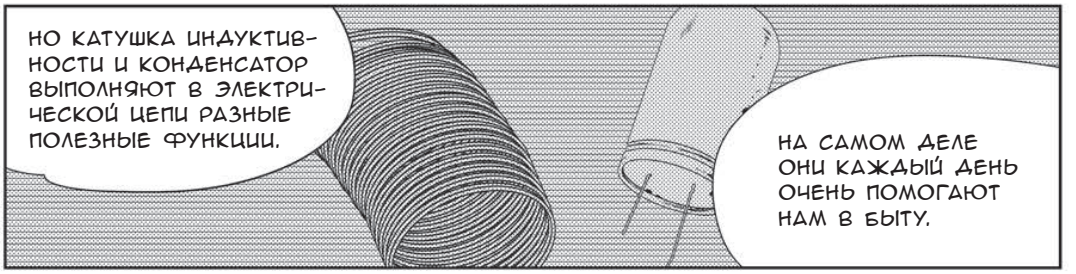
(ЭТО ОНА ПО-ПРЕЖНЕМУ ИГРАЕТ В ПОЛИЦЕЙСКОГО?)

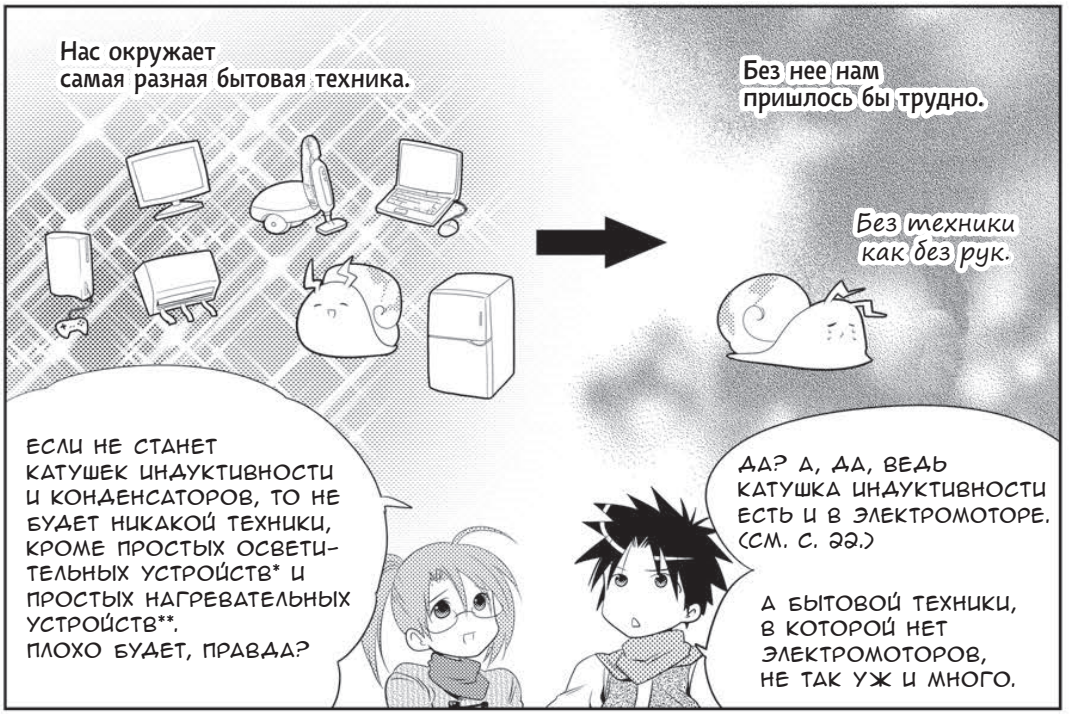
.....

(А ТЕПЕРЬ СМУТИЛАСЬ И МОЛЧИТ!)

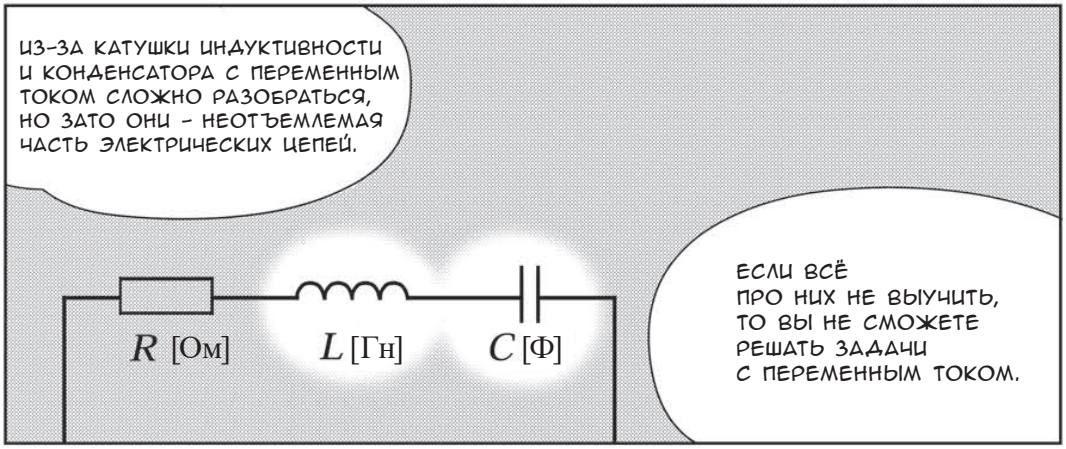
То, без чего не будет бытовых электроприборов

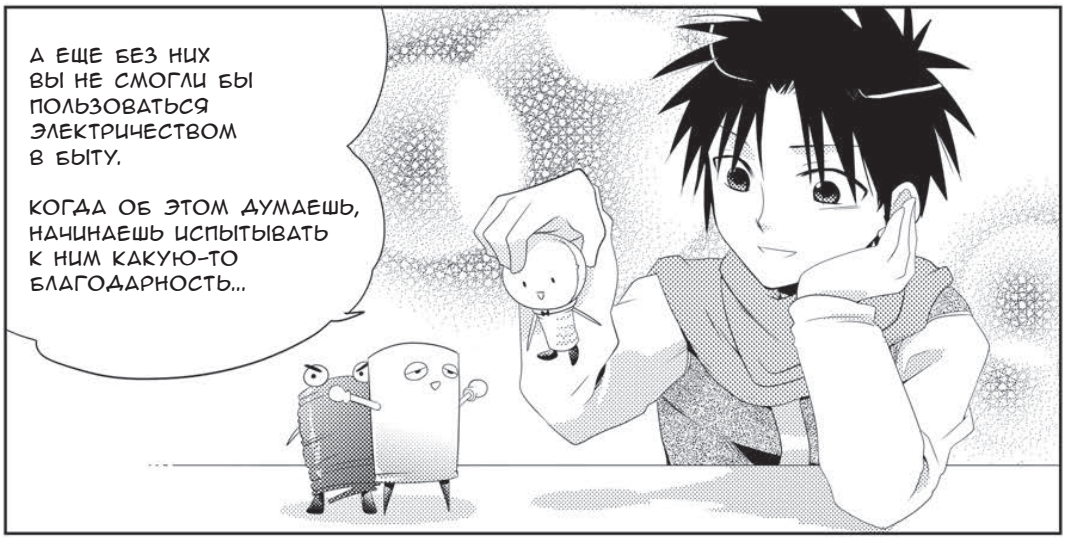






* Только лампы накаливания, без люминесцентных. ** Только устройства без регуляции температуры.

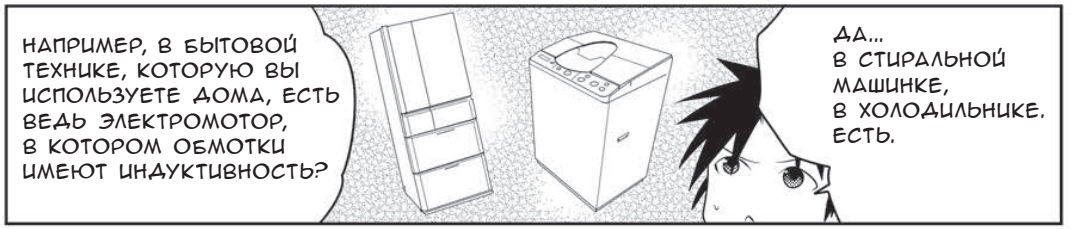

ИЗ-ЗА КАТУШКИ ИНДУКТИВНОСТИ И КОНДЕНСАТОРА С ПЕРЕМЕННЫМ ТОКОМ СЛОЖНО РАЗОБРАТЬСЯ, НО ЗАТО ОНИ – НЕОТЪЕМЛЕМАЯ ЧАСТЬ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ.
R [Ом]
L [Гн]
C [Ф]
ЕСЛИ ВСЁ ПРО НИХ НЕ ВЫУЧИТЬ, ТО ВЫ НЕ СМОЖЕТЕ РЕШАТЬ ЗАДАЧИ С ПЕРЕМЕННЫМ ТОКОМ.

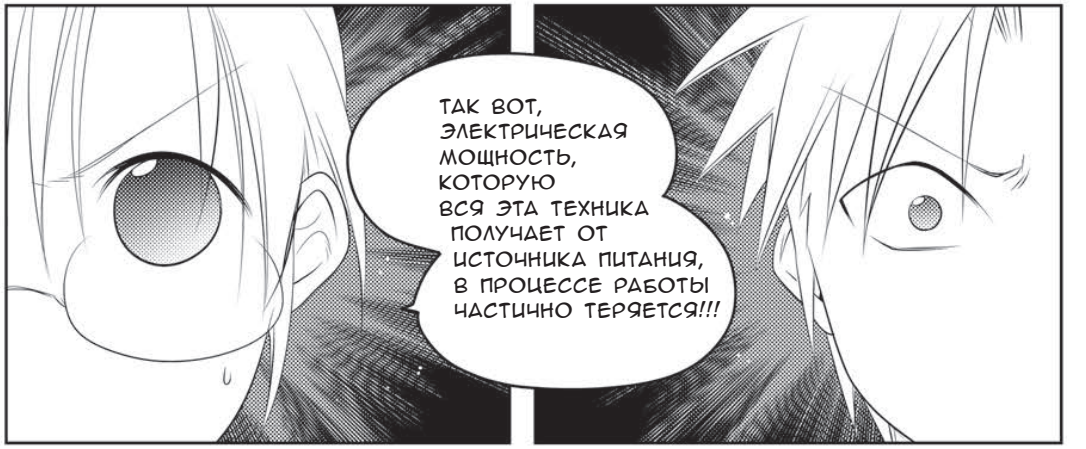

А ЕЩЕ БЕЗ НИХ ВЫ НЕ СМОГЛИ БЫ ПОЛЬЗОВАТЬСЯ ЭЛЕКТРИЧЕСТВОМ В БЫТУ.
КОГДА ОБ ЭТОМ ДУМАЕШЬ, НАЧИНАЕШЬ ИСПЫТЫВАТЬ К НИМ КАКУЮ-ТО БЛАГОДАРНОСТЬ...

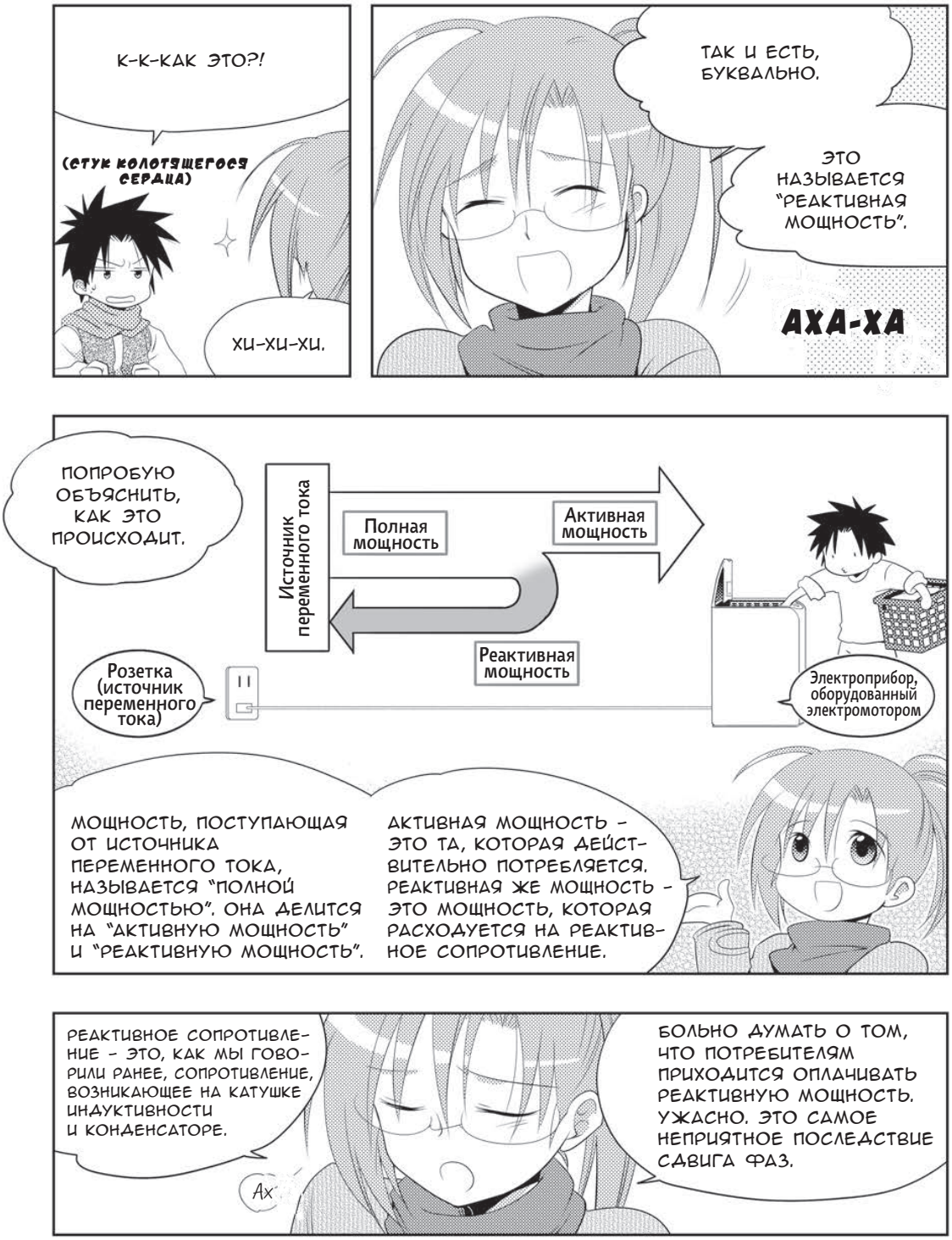
ЕСЛИ К НИМ ПРИСМОТРЕТЬСЯ, ОНИ ДАЖЕ МИЛЫЕ.
МИЛЫЕ?

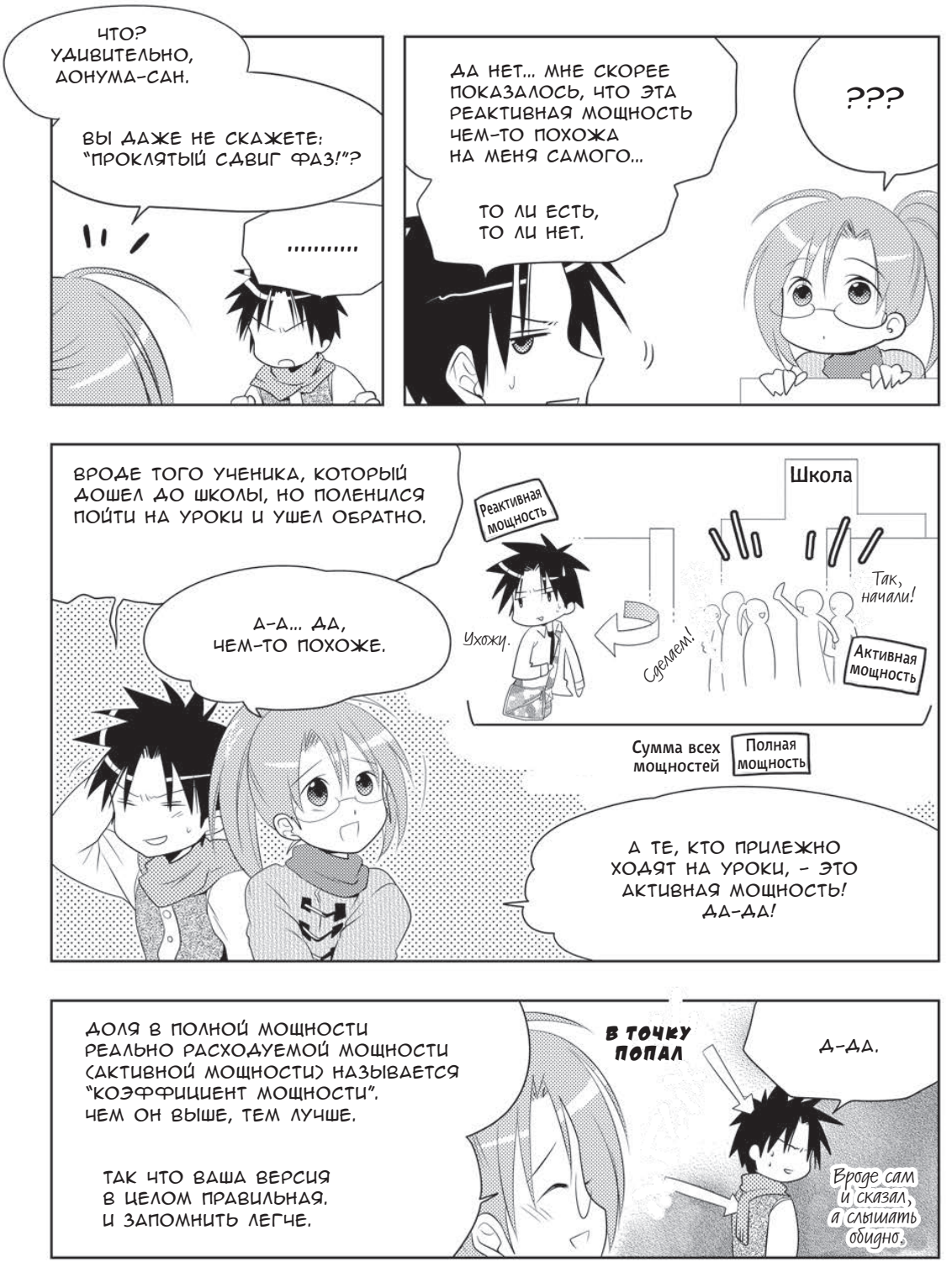
ЧТО ВЫ ТАКОЕ ГОВОРИТЕ, ДОНУМА-САН! РАЗВЕ ЗДЕСЬ МОЖЕТ БЫТЬ ЕЩЕ КТО-ТО МИЛЫЙ, КРОМЕ ДЕН-КУНА?
ТАК, ЗНАЧИТ, ДЛЯ НЕЕ ДЕН-КУН – ВЫСШЕЕ СУЩЕСТВО.
?

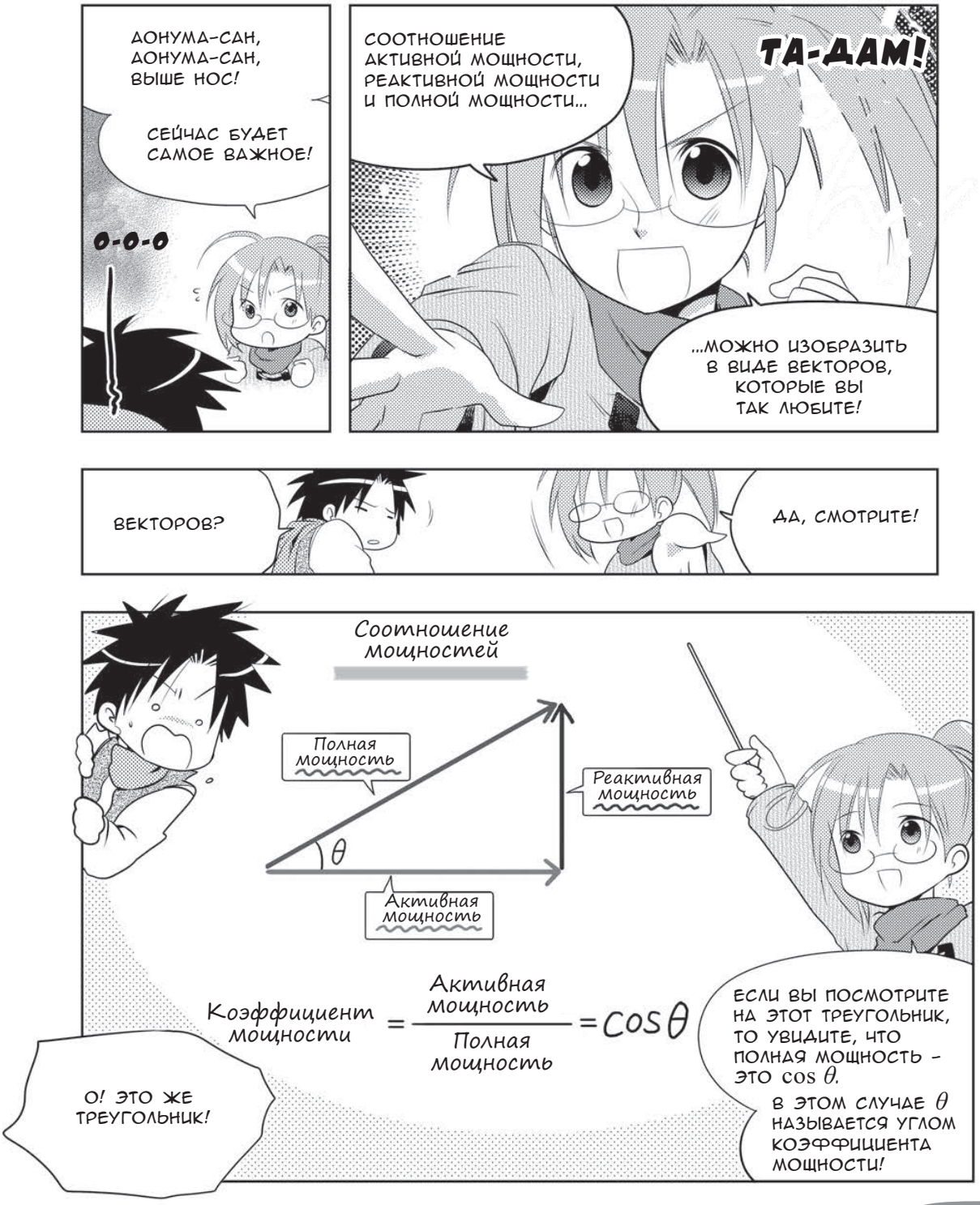
Коэффициент мощности






К-К-КАК ЭТО?!
(СТУК КОЛОТЯЩЕГОСЯ СЕРДЦА)
ХИ-ХИ-ХИ.
ТАК И ЕСТЬ, БУКВАЛЬНО.
ЭТО НАЗЫВАЕТСЯ "РЕАКТИВНАЯ МОЩНОСТЬ".
АХА-ХА
ПОПРОБУЮ ОБЪЯСНИТЬ, КАК ЭТО ПРОИСХОДИТ.
Источник переменного тока
Полная мощность
Активная мощность
Реактивная мощность
Розетка (источник переменного тока)
Электроприбор, оборудованный электромотором
МОЩНОСТЬ, ПОСТУПАЮЩАЯ ОТ ИСТОЧНИКА ПЕРЕМЕННОГО ТОКА, НАЗЫВАЕТСЯ "ПОЛНОЙ МОЩНОСТЬЮ". ОНА ДЕЛИТСЯ НА "АКТИВНУЮ МОЩНОСТЬ" И "РЕАКТИВНУЮ МОЩНОСТЬ".
АКТИВНАЯ МОЩНОСТЬ – ЭТО ТА, КОТОРАЯ ДЕЙСТВИТЕЛЬНО ПОТРЕБЛЯЕТСЯ. РЕАКТИВНАЯ ЖЕ МОЩНОСТЬ – ЭТО МОЩНОСТЬ, КОТОРАЯ РАСХОДУЕТСЯ НА РЕАКТИВНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ.
РЕАКТИВНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ – ЭТО, КАК МЫ ГОВОРИЛИ РАНЕЕ, СОПРОТИВЛЕНИЕ, ВОЗНИКАЮЩЕЕ НА КАТУШКЕ ИНДУКТИВНОСТИ И КОНДЕНСАТОРЕ.
Ах
БОЛЬНО ДУМАТЬ О ТОМ, ЧТО ПОТРЕБИТЕЛЯМ ПРИХОДИТСЯ ОПЛАЧИВАТЬ РЕАКТИВНУЮ МОЩНОСТЬ. УЖАСНО. ЭТО САМОЕ НЕПРИЯТНОЕ ПОСЛЕДСТВИЕ СДВИГА ФАЗ.


ЧТО? УДИВИТЕЛЬНО, АОНУМА-САН.
ВЫ ДАЖЕ НЕ СКАЖЕТЕ: "ПРОКЛЯТЫЙ СДВИГ ФАЗ!"?
.....
ДА НЕТ... МНЕ СКОРЕЕ ПОКАЗАЛОСЬ, ЧТО ЭТА РЕАКТИВНАЯ МОЩНОСТЬ ЧЕМ-ТО ПОХОЖА НА МЕНЯ САМОГО...
ТО ЛИ ЕСТЬ, ТО ЛИ НЕТ.
???
ВРОДЕ ТОГО УЧЕНИКА, КОТОРЫЙ ДОШЕЛ ДО ШКОЛЫ, НО ПОЛЕНИЛСЯ ПОЙТИ НА УРОКИ И УШЕЛ ОБРАТНО.
А-А... ДА, ЧЕМ-ТО ПОХОЖЕ.
Школа
Реактивная мощность
Ухожу.
Сделаем!
Так, начали!
Активная мощность
Сумма всех мощностей
Полная мощность
А ТЕ, КТО ПРИЛЕЖНО ХОДЯТ НА УРОКИ, – ЭТО АКТИВНАЯ МОЩНОСТЬ! ДА-ДА!
ДОЛЯ В ПОЛНОЙ МОЩНОСТИ РЕАЛЬНО РАСХОДУЕМОЙ МОЩНОСТИ (АКТИВНОЙ МОЩНОСТИ) НАЗЫВАЕТСЯ "КОЭФФИЦИЕНТ МОЩНОСТИ". ЧЕМ ОН ВЫШЕ, ТЕМ ЛУЧШЕ.
ТАК ЧТО ВАША ВЕРСИЯ В ЦЕЛОМ ПРАВИЛЬНАЯ. И ЗАПОМНИТЬ ЛЕГЧЕ.
В ТОЧКУ ПОПАЛ
Д-ДА.
Вроде сам и сказал, а слышать обидно.


АОНУМА-САН, АОНУМА-САН, ВЫШЕ НОС!
СЕЙЧАС БУДЕТ САМОЕ ВАЖНОЕ!
О-О-О
СООТНОШЕНИЕ АКТИВНОЙ МОЩНОСТИ, РЕАКТИВНОЙ МОЩНОСТИ И ПОЛНОЙ МОЩНОСТИ...
ТА-ДАМ!
...МОЖНО ИЗОБРАЗИТЬ В ВИДЕ ВЕКТОРОВ, КОТОРЫЕ ВЫ ТАК ЛЮБИТЕ!
ВЕКТОРОВ?
ДА, СМОТРИТЕ!
Соотношение мощностей
Полная мощность
Реактивная мощность
θ
Активная мощность
Коэффициент мощности = Активная мощность / Полная мощность = cos θ
О! ЭТО ЖЕ ТРЕУГОЛЬНИК!
ЕСЛИ ВЫ ПОСМОТРИТЕ НА ЭТОТ ТРЕУГОЛЬНИК, ТО УВИДИТЕ, ЧТО ПОЛНАЯ МОЩНОСТЬ – ЭТО cos θ.
В ЭТОМ СЛУЧАЕ θ НАЗЫВАЕТСЯ УГЛОМ КОЭФФИЦИЕНТА МОЩНОСТИ!

КОЭФФИЦИЕНТ МОЩНОСТИ РАВЕН $\cos\theta$, ОН ВЫРАЖАЕТСЯ ВЕЛИЧИНОЙ ОТ 0 ДО 1, ИЛИ ОТ 0% ДО 100%.

КОЭФФИЦИЕНТ МОЩНОСТИ БОЛЕЕ 0,80 (ИЛИ БОЛЕЕ 80%) НАЗЫВАЕТСЯ ВЫСОКИМ.

Значения коэффициента мощности и $\cos\theta$

(Данная таблица составлена на основе отношений сторон в треугольнике. См. на стр. 140)

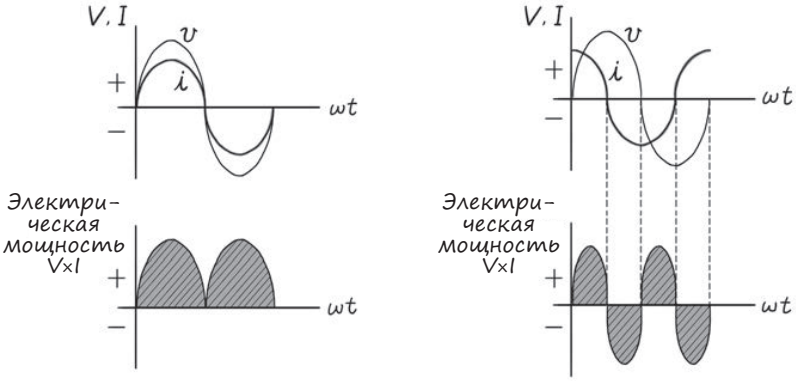
Угол	0°	30°	45°	60°	90°
$\cos\theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\fallingdotseq 0.87$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$ $\fallingdotseq 0.70$	$\frac{1}{2}$ $= 0.5$	0
Коэффициент мощности	1 (100%)	0.87 (87%)	0.70 (70%)	0.5 (50%)	0 (0%)

← 80% и выше

Высокий коэффициент мощности

Механизм возникновения реактивной мощности

Теперь давайте разберемся, почему из-за сдвига фаз возникает реактивная мощность. Вспомните формулу "электрическая мощность = напряжение × сила тока" и посмотрите на рисунок ниже.



Без сдвига фаз

Со сдвигом фаз

Цитируется по интернет-ресурсу «Старший инженер-электротехник» (с исправл.)

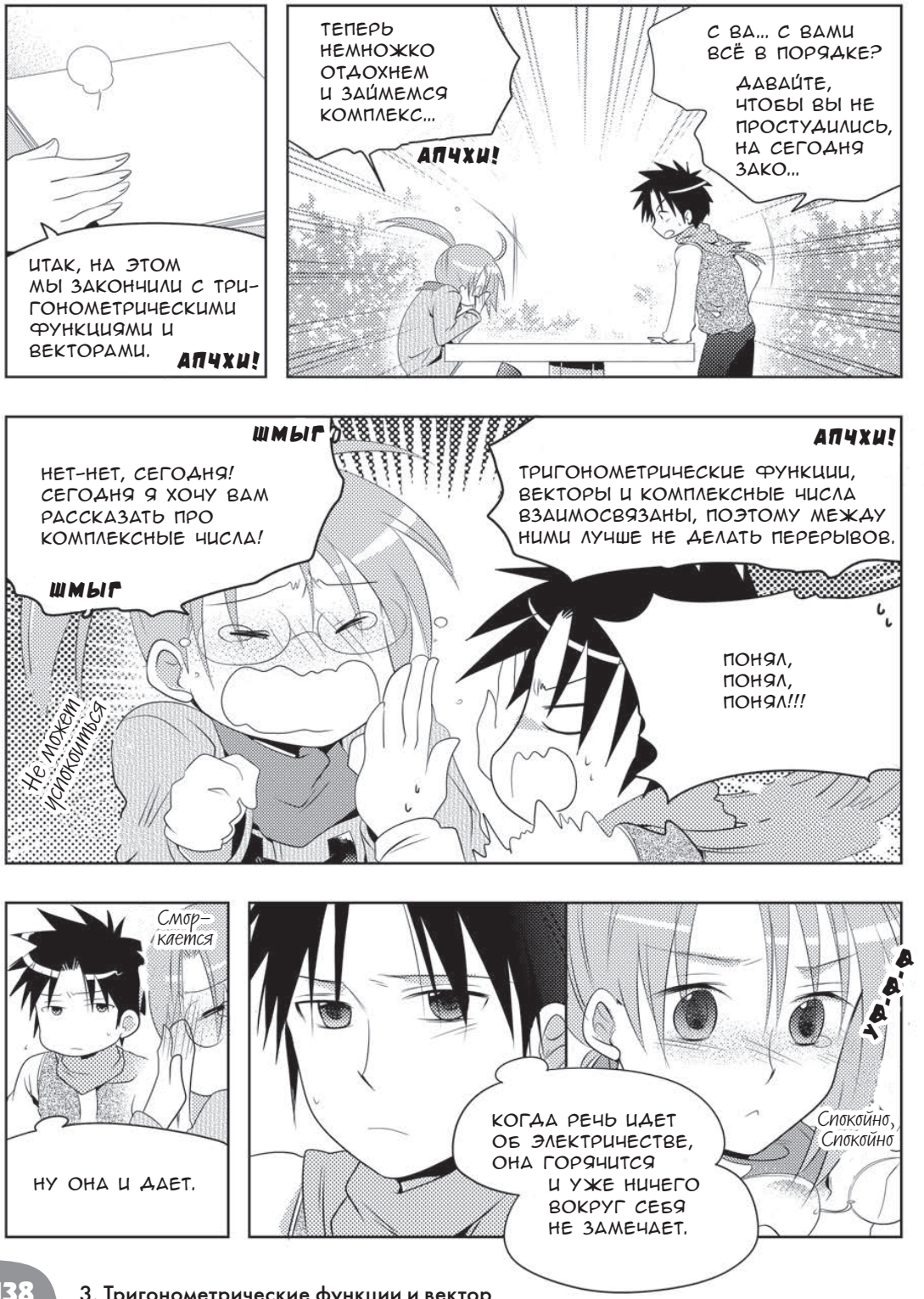
Левый рисунок – это диаграмма без сдвига фаз. Электрическая мощность (положительное значение) = напряжение (положительное значение) × сила тока (положительное значение) или электрическая мощность (положительное значение) = напряжение (отрицательное значение) × сила тока (отрицательное значение). Таким образом, электрическая мощность имеет положительное значение.

Однако если мы посмотрим на правый рисунок, где изображена диаграмма со сдвигом фаз, то увидим, что положительные и отрицательные значения на диаграмме перемешаны, поэтому в некоторых случаях мощность приобретает отрицательное значение. Вот эта отрицательная мощность – это и есть реактивная мощность.

О! А объяснение-то, кажется, совсем простое.

Если посмотреть на этот рисунок, становится понятно, почему "когда сдвиг фаз небольшой, реактивная мощность тоже небольшая". Соответственно, когда реактивная мощность становится меньше, коэффициент мощности повышается.

А, то есть "чем меньше сдвиг фаз, тем выше коэффициент мощности", да? Теперь мне понятно, как связаны сдвиг фаз и коэффициент мощности!


Итак, на этом мы закончили с тригонометрическими функциями и векторами.
Апчхи!
Теперь немножко отдохнем и займемся комплекс...
Апчхи!
С ва... с вами всё в порядке?
Давайте, чтобы вы не простудились, на сегодня зако...
Шмыг
Нет-нет, сегодня! Сегодня я хочу вам рассказать про комплексные числа!
Шмыг
Не может успокоиться
Апчхи!
Тригонометрические функции, векторы и комплексные числа взаимосвязаны, поэтому между ними лучше не делать перерывов.
Понял, понял, понял!!!
Сморкается
Ну она и дает.
Когда речь идет об электричестве, она горячится и уже ничего вокруг себя не замечает.
Спокойно, спокойно
Уф-ф-ф

ДО МОЕГО ДОМА СОВСЕМ НЕДАЛЕКО.
МОЖЕТ, У МЕНЯ ПОЗАНИМАЕМСЯ?
ЕСЛИ ВЫ НЕ ВОЗРАЖАЕТЕ, ДОНУМА-САН, ДАВАЙТЕ!
ОЙ!
!
ДА НЕТ... ДА Я... ДА Я НЕ...
А-А-А-А-А-А!!!
ПРАВДА?
ПАНИКА
Я ЖЕ НЕ СОБИРАЛСЯ ЭТОГО ГОВОРИТЬ!!!
ДА.
ТОГДА ИДЕМТЕ.

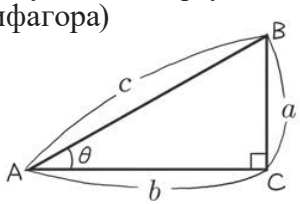
Формулы соотношения сторон треугольника и тригонометрических функций

Тригонометрические функции – неотъемлемая часть электротехнической математики. График переменного тока – это синусоида, угол коэффициента мощности (фазовый угол) – это cos θ.
При решении задач с переменным током необходимы вычисления тригонометрических функций. Здесь нужно быть внимательным. Вычисления тригонометрических функций имеют свои особенности. Например, cos $(\alpha + \beta)$ – это совсем не $\cos\alpha + \cos\beta$!
На самом деле $\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$.
Ниже представлены важные тригонометрические тождества.

Соотношение сторон прямоугольного треугольника

Угол	30°	45°	60°
sin	$\sin 30° = \frac{1}{2}$	$\sin 45° = \frac{1}{\sqrt{2}}$	$\sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$
cos	$\cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$	$\cos 45° = \frac{1}{\sqrt{2}}$	$\cos 60° = \frac{1}{2}$
tan	$\tan 30° = \frac{1}{\sqrt{3}}$	$\tan 45° = \frac{1}{1} = 1$	$\tan 60° = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}$

Теорема прямоугольного треугольника (теорема Пифагора)



$$a^2 + b^2 = c^2$$

Часто используемые формулы, помогающие понять взаимоотношения между тригонометрическими функциями.

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$$

$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$$

Формулы суммы углов

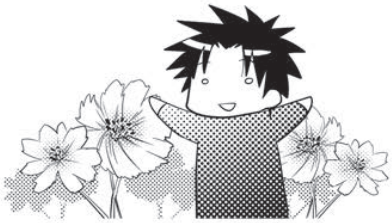
Их обязательно нужно запомнить, потому что из них выводятся другие формулы.

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta$$

Как запомнить:
синус на косинус, косинус на синус.

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta$$

Как запомнить:
косинус на косинус без синуса на синус.



Формулы для тангенса получаются путем подстановки.

$$\tan(\alpha+\beta) = \frac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 - \tan\alpha\tan\beta} \leftarrow \tan(\alpha+\beta) = \frac{\sin(\alpha+\beta)}{\cos(\alpha+\beta)}$$

$$\tan(\alpha-\beta) = \frac{\tan\alpha - \tan\beta}{1 + \tan\alpha\tan\beta} \leftarrow \tan(\alpha-\beta) = \frac{\sin(\alpha-\beta)}{\cos(\alpha-\beta)}$$

Формулы двойного угла

Получить формулу двойного угла можно с помощью формулы суммы углов, в которой $\alpha = \beta$.

$$\begin{aligned} \sin 2\alpha &= 2\sin\alpha\cos\alpha & \leftarrow \sin(\alpha+\alpha) = \sin\alpha\cos\alpha + \cos\alpha\sin\alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2\alpha - \sin^2\alpha & \leftarrow \cos(\alpha+\alpha) = \cos\alpha\cos\alpha - \sin\alpha\sin\alpha \\ &= 2\cos^2\alpha - 1 = 1 - 2\sin^2\alpha & \leftarrow \sin^2\alpha = 1 - \cos^2\alpha\,,\ \cos^2\alpha = 1 - \sin^2\alpha \end{aligned}$$

Формула половинного угла

Формула половинного угла выводится из формулы двойного угла.

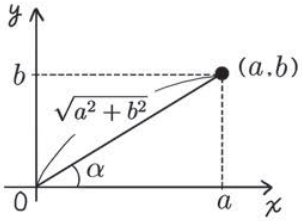
$$\sin^2\frac{\alpha}{2} = \frac{1-\cos\alpha}{2}\ ,\quad \cos^2\frac{\alpha}{2} = \frac{1+\cos\alpha}{2}$$

Формула сложения гармонических колебаний

Можно объяснить, используя формулу суммы углов.

$$a\sin\theta + b\cos\theta = \sqrt{a^2+b^2}\sin(\theta+\alpha)$$

$$\cos\alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}\ ,\quad \sin\alpha = \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$$



Формулы тройного угла

Выводятся из формул суммы углов и формул двойного угла.

$$\sin 3\alpha = 3\sin\alpha - 4\sin^3\alpha$$
$$\cos 3\alpha = 4\cos^3\alpha - 3\cos\alpha$$

$$\begin{aligned}
\sin 3\alpha &= \sin(\alpha + 2\alpha) \\
&= \sin\alpha\cos 2\alpha + \cos\alpha\sin 2\alpha \quad \leftarrow \text{Сумма углов} \\
&= \sin\alpha(1 - 2\sin^2\alpha) + \cos\alpha \cdot 2\sin\alpha\cos\alpha \quad \leftarrow \\
&= \sin\alpha(1 - 2\sin^2\alpha) + 2\sin\alpha(1 - \sin^2\alpha) \quad \text{Двойной угол} \\
&= 3\sin\alpha - 4\sin^3\alpha
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\cos 3\alpha &= \cos(\alpha + 2\alpha) \\
&= \cos\alpha\cos 2\alpha - \sin\alpha\sin 2\alpha \quad \leftarrow \text{Сумма углов} \\
&= \cos\alpha(2\cos^2\alpha - 1) - \sin\alpha \cdot 2\sin\alpha\cos\alpha \quad \leftarrow \text{Двойной угол} \\
&= \cos\alpha(2\cos^2\alpha - 1) - 2(1 - \cos^2\alpha)\cos\alpha \\
&= 4\cos^3\alpha - 3\cos\alpha
\end{aligned}$$

Объяснение формулы тройного угла с использованием формулы Эйлера

(попробуйте разобраться, когда привыкнете к вычислениям)

$$e^{jx} = \cos x + j\sin x$$

$$e^{j3x} = \cos 3x + j\sin 3x = (\cos x + j\sin x)^3$$

$$(A+B)^3 = A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3$$

$$= \cos^3 x + j3\sin x\cos^2 x - 3\cos x\sin^2 x - j\sin^3 x$$

$$= \{\cos^3 x - 3\cos x\sin^2 x\} + j\{3\sin x\cos^2 x - \sin^3 x\}$$

$$(\sin^2 x = 1 - \cos^2 x,\ \cos^2 x = 1 - \sin^2 x \text{ より})$$

$$e^{j3x} = \{\cos^3 x - 3\cos x(1 - \cos^2 x)\} + j\{3\sin x(1 - \sin^2 x) - \sin^3 x\}$$

$$= (4\cos^3 x - 3\cos x) + j(3\sin x - 4\sin^3 x)$$

$$= \cos 3x + j\sin 3x$$

Из действительной части:
$$\cos 3x = 4\cos^3 x - 3\cos x$$

Из мнимой части:
$$\sin 3x = 3\sin x - 4\sin^3 x$$

Выведем формулу суммы углов самостоятельно!

(это удобно, можно забыть мнемонические правила!)

$$e^{j(x+y)} = e^{jx} \cdot e^{jy} = \cos(x+y) + j\sin(x+y) \quad \text{—— ①}$$

$$= (\cos x + j\sin x)(\cos y + j\sin y)$$

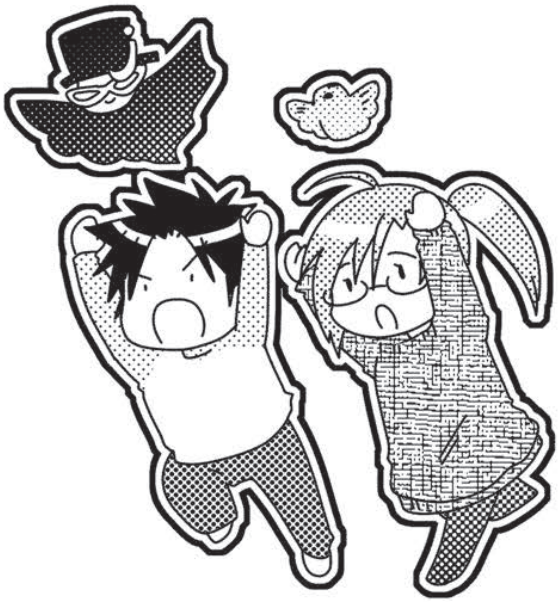
$$= \cos x\cos y - \sin x\sin y + j(\cos x\sin y + \sin x\cos y) \quad \text{—— ②}$$

Из действительной части (1) и (2):
$$\cos(x+y) = \cos x\cos y - \sin x\sin y$$

Из мнимой части:
$$\sin(x+y) = \cos x\sin y + \sin x\cos y$$

Глава 4

КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА

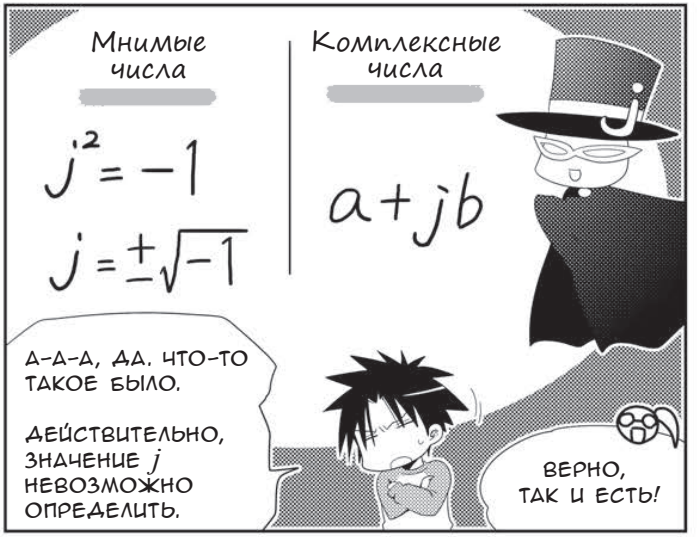


ЩЕЛК
ПРО...
...ПРОХОДИТЕ.
СВЕТ ВКЛЮЧАЕТСЯ. А В ТОТ РАЗ СВЕТА НЕ БЫЛО.
Радуется
ДА, ВЫ МНЕ ТОГДА ОЧЕНЬ ПОМОГЛИ.
НУ ЧТО ЖЕ, ПРОЙДУ ВНУТРЬ...
.....
А-А-А!!! ЧТО ДЕЛАТЬ?
В ПЕРВЫЙ РАЗ КО МНЕ ДОМОЙ ПРИШЕЛ КТО-ТО, КРОМЕ МАМЫ!!
?
Н-НЕ ВАЛЯЕТСЯ ЛИ У МЕНЯ ЧТО-НИБУДЬ НА ВИДУ.
ЧТО-НИБУДЬ НЕПОДХОДЯЩЕЕ.
Озирается вокруг
?

ЧТО С ВАМИ, АОНУМА-САН?
ДАВАЙТЕ НАЧИНАТЬ!
СЕГОДНЯ МЫ РАЗБЕРЕМ МНИМЫЕ И КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА. ЭТО САМАЯ ИНТЕРЕСНАЯ ТЕМА ВО ВСЕЙ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКОЙ МАТЕМАТИКЕ!
.....
А! ВОТ ОНО ЧТО!
ТАТИБАНА-САН ЭТО ВОСПРИНИМАЕТ КАК РЕПЕТИТОР, КОТОРЫЙ ПРИШЕЛ ПРОВОДИТЬ ЗАНЯТИЕ.
ХА-ХА.
ЭТО Я ОТЧЕГО-ТО РАЗВОЛНОВАЛСЯ.
И ПРАВДА, ЧЕГО ЭТО Я ВОЛНУЮСЬ?
АОНУМА-САН?
НАЧИНАЕМ?
А, ОЙ, ДА, ПРОСТИТЕ!!
ДАВАЙТЕ НАЧИНАТЬ!!!

1 Свойства комплексных чисел

Мнимые числа – наши друзья!



Умножение мнимого числа

Для начала давайте рассмотрим простые вычисления. Вот что получается, если умножать действительное число 1 на j в разных степенях.

$$1 \times j = j$$
$$j \times j = j^2 = -1$$
$$j^2 \times j = j^3 = -j$$
$$j^3 \times j = j^4 = j^2 \times j^2 = 1$$

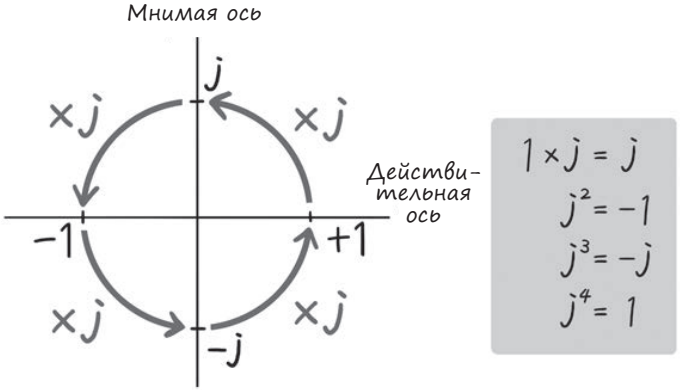
Подытожим:

$$1 \times j = j$$
$$j^2 = -1$$
$$j^3 = -j$$
$$j^4 = 1$$

Угу-угу. И правда, так и получается.

А сейчас – кое-что интересное! Представим произведение чисел, о котором только что говорили, на комплексной плоскости.
(О комплексной плоскости см. на стр. 48.)

Та-дадам!



Возведение числа j в степень по возрастанию

Что-о-о-о?!
Да оно же вращается по кругу против часовой стрелки!

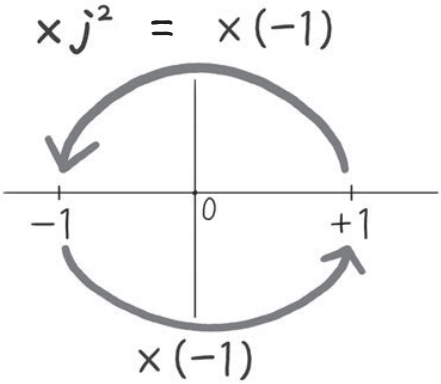
ВЕРНО.
ДЕЛО В ТОМ, ЧТО КАЖДАЯ СТЕПЕНЬ МНИМОЙ ЕДИНИЦЫ ПРЕДСТАВЛЯЕТ СОБОЙ ПОВОРОТ ПРОТИВ ЧАСОВОЙ СТРЕЛКИ НА 90°.

СТЕПЕНЬ – ЭТО ПОВОРОТ?? У СТЕПЕНЕЙ ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫХ ЧИСЕЛ, С КОТОРЫМИ МЫ ОБЫЧНО ИМЕЕМ ДЕЛО, ВСЁ СОВСЕМ НЕ ТАК.

ДА, НАВЕРНОЕ, СПЕРВА К ЭТОМУ ТРУДНО ПРИВЫКНУТЬ.
НО С ПОМОЩЬЮ КОМПЛЕКСНОЙ ПЛОСКОСТИ МОЖНО ОБНАРУЖИТЬ МНОГО ИНТЕРЕСНОГО.
НАПРИМЕР, НАС УЧИЛИ, ЧТО МИНУС НА МИНУС ДАЕТ ПЛЮС, ДА?

НУ, ДА, Я ЭТО ПОМНЮ: $-1 \times -1 = +1$.
ВРОДЕ БЫ ЭТО ЗАКОН МАТЕМАТИКИ.
НО, ЧЕСТНО ГОВОРЯ, Я НЕ ПОНИМАЮ, ПОЧЕМУ ТАК ПОЛУЧАЕТСЯ. НЕ-А.

НЕ ВОЛНУЙТЕСЬ! НА КОМПЛЕКСНОЙ ПЛОСКОСТИ ХОРОШО ВИДНО, ПОЧЕМУ МИНУС НА МИНУС ДАЕТ ПЛЮС. СМОТРИТЕ!



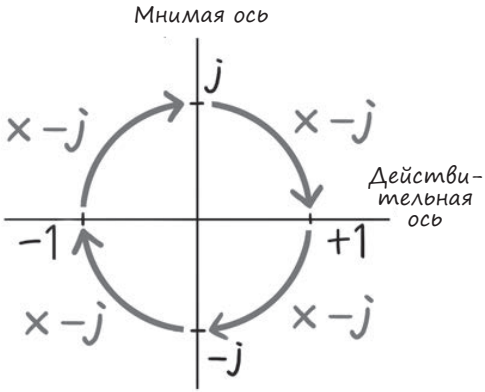
Умножение на j^2 на комплексной плоскости

ОГО, И ПРАВДА: ЕСЛИ УМНОЖИТЬ МИНУС НА МИНУС, ТО ПОЛУЧИТСЯ ПОЛНЫЙ ОБОРОТ И ВЫЙДЕТ ПЛЮС. ЭТО КАК "НАОБОРОТ" УМНОЖИТЬ НА "НАОБОРОТ" РАВНО "ТАК ЖЕ, КАК БЫЛО"!
А ЕЩЕ НА ЭТОЙ ДИАГРАММЕ ВИДНО, ПОЧЕМУ j^2 РАВНО -1.
КАК ИНТЕРЕСНО!

ХИ-ХИ-ХИ. ВИДИТЕ, МНИМАЯ ЕДИНИЦА И КОМПЛЕКСНАЯ ПЛОСКОСТЬ – ЭТО СОВЕРШЕННО НОВЫЙ ПРИЕМ, КОТОРЫЙ ПОЛНОСТЬЮ ОБОСНОВАН МАТЕМАТИЧЕСКИ.

О.
ЧЕМ-ТО ПОХОЖЕ НА ФОКУС.

А ТЕПЕРЬ ДАВАЙТЕ ПОСМОТРИМ ДРУГИЕ ФОКУСЫ. ПОПРОБУЕМ УМНОЖИТЬ НА ДЕЙСТВИТЕЛЬНОЕ ЧИСЛО 1 НЕ j, А $-j$ В РАЗНОЙ СТЕПЕНИ. ВОТ ЧТО ПОЛУЧАЕТСЯ.



$$1 \times -j = -j$$
$$(-j)^2 = -1$$
$$(-j)^3 = +j$$
$$(-j)^4 = +1$$

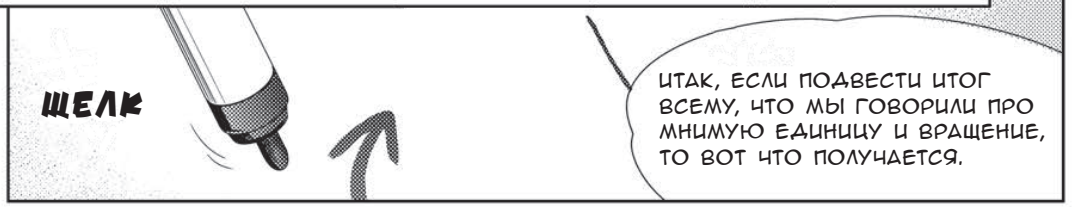
Умножение на $-j^2$ на комплексной плоскости

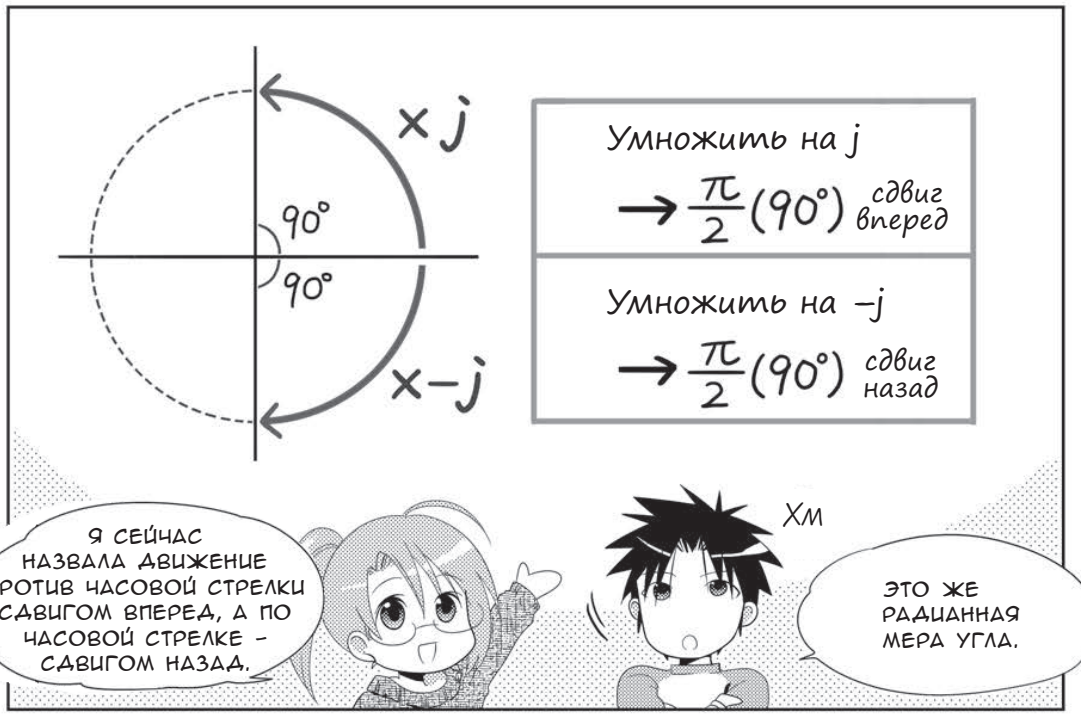
ТЕПЕРЬ ВСЕ НАОБОРОТ ПО СРАВНЕНИЮ С ПРЕДЫДУЩИМ РИСУНКОМ! ВРАЩЕНИЕ ПРОИСХОДИТ ПО 90° ПО ЧАСОВОЙ СТРЕЛКЕ!

ВЕРНО. ПОВОРОТ НА 90° ПРИ УМНОЖЕНИИ – ЭТО ИНТЕРЕСНАЯ ОСОБЕННОСТЬ МНИМОЙ ЕДИНИЦЫ j. И ЭТА ОСОБЕННОСТЬ ЧРЕЗВЫЧАЙНО ПОЛЕЗНА ДЛЯ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКОЙ МАТЕМАТИКИ.

ПРИ ВОЗВЕДЕНИИ В СТЕПЕНЬ j ЕГО ЗНАЧЕНИЕ ВРАЩАЕТСЯ ПРОТИВ ЧАСОВОЙ СТРЕЛКИ. ПРИ ВОЗВЕДЕНИИ В СТЕПЕНЬ $-j$ ЕГО ЗНАЧЕНИЕ ВРАЩАЕТСЯ ПО ЧАСОВОЙ СТРЕЛКЕ. ЭТО НАМ ПРИГОДИТСЯ?
ХМ-М, ТАКОЕ ОЩУЩЕНИЕ, ЧТО У МЕНЯ В ГОЛОВЕ ТЕПЕРЬ ТОЖЕ ВСЁ ВЕРТИТСЯ ПО КРУГУ.

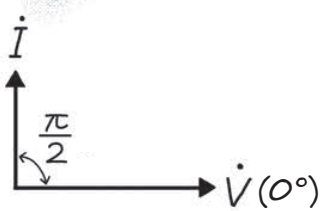
Взаимоотношение между мнимой единицей и сдвигом фаз





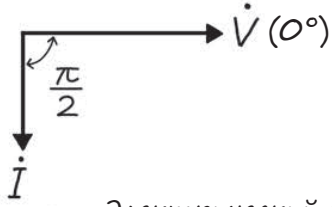
На самом деле... через мнимую единицу j можно выразить сдвиг фаз!

Взаимосвязь между векторами (на векторной диаграмме) можно передать просто комплексным числом (выражением)!



Электрический ток опережает на 90°.

$$\dot{I} = j\frac{\dot{V}}{|Z|}$$

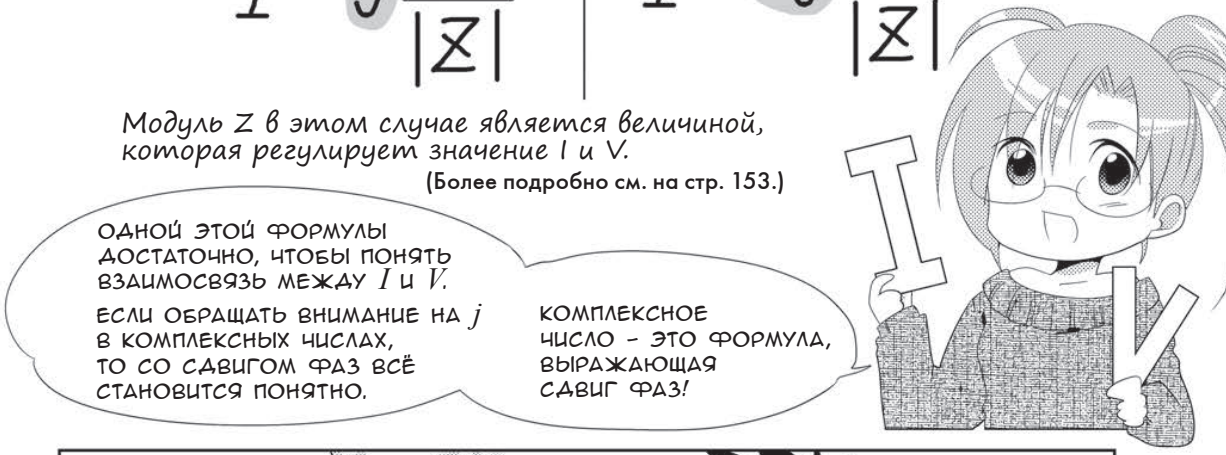


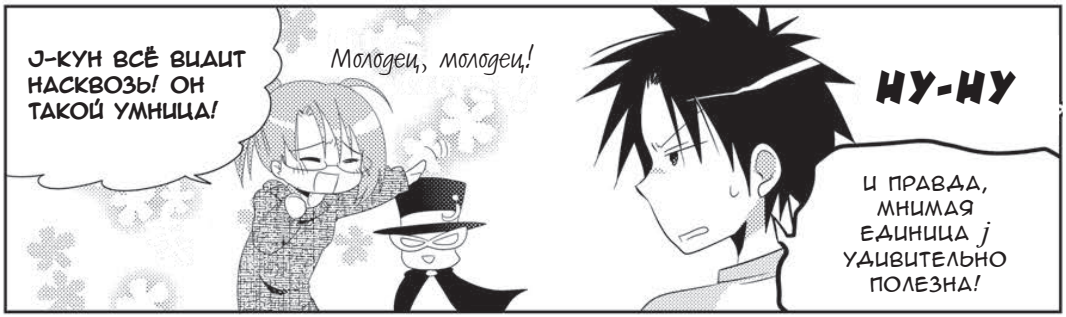
Электрический ток запаздывает на 90°.

$$\dot{I} = -j\frac{\dot{V}}{|Z|}$$

Модуль Z в этом случае является величиной, которая регулирует значение I и V.

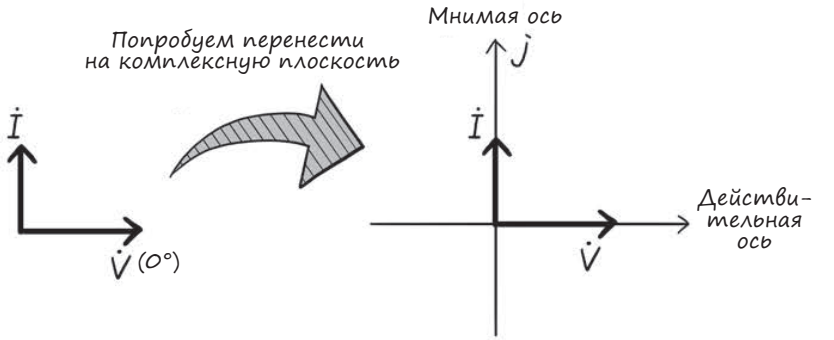
(Более подробно см. на стр. 153.)





*** О вычислениях с комплексными числами см. стр. 169.**

ПОЭТОМУ ВПРЕДЬ ДАВАЙТЕ СТАРАТЬСЯ ИСПОЛЬЗОВАТЬ КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА. ТО ЖЕ И С ВЕКТОРАМИ – ДАВАЙТЕ ДОГОВОРИМСЯ ПОЛЬЗОВАТЬСЯ В ПЕРВУЮ ОЧЕРЕДЬ КОМПЛЕКСНЫМИ ВЕКТОРАМИ. НЕ ДУМАЙТЕ, ЧТО ЭТО СЛИШКОМ СЛОЖНО. ЕСЛИ ПОСТРОИТЬ ВЕКТОР НА КОМПЛЕКСНОЙ ПЛОСКОСТИ, ТО ЭТО И БУДЕТ КОМПЛЕКСНЫЙ ВЕКТОР!

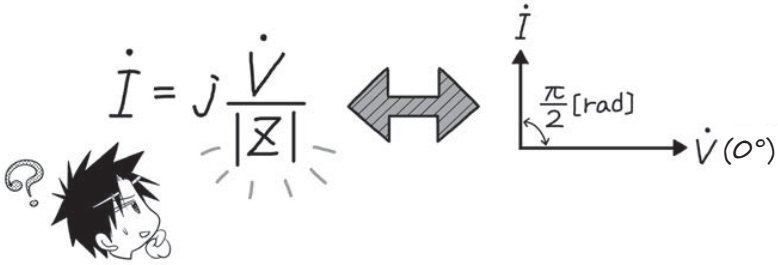


О КОМПЛЕКСНЫХ ЧИСЛАХ И КОМПЛЕКСНЫХ ВЕКТОРАХ МЫ УЖЕ ГОВОРИЛИ ПОДРОБНО (СМ. СТР. 49). ИНЫМИ СЛОВАМИ, ВЫЧИСЛЕНИЯ С КОМПЛЕКСНЫМИ ЧИСЛАМИ – ЭТО ОДНОВРЕМЕННО И ВЫЧИСЛЕНИЯ С КОМПЛЕКСНЫМИ ВЕКТОРАМИ.

Дополнение, касающееся формул

Недавно мы встретили в формуле $|Z|$. Сейчас объясню, что это такое. Во-первых, Z – это импеданс, то есть, как мы помним, сумма сопротивлений при переменном токе (см. стр. 125).

Значит, $|Z|$ – в виде модуля или абсолютной величины – это величина сопротивления? Но откуда здесь вдруг взялось сопротивление? На векторной диаграмме были только сила тока I и напряжение V.



Хи-хи. Дело в том, что $|Z|$, то есть импеданс (сумма сопротивлений), вводится для того, чтобы определить величину I и V. Единицы измерения I и V разные, поэтому их величину сравнить невозможно. Это то же самое, как пытаться сравнить между собой, например, скорость и расстояние: это ведь тоже невозможно, потому что они измеряются разными единицами.

Угу, и правда: если единицы измерения разные, то сравнивать нельзя. Да? Но хотя просто расстояние и скорость сравнить невозможно, если добавить в уравнение время, то можно вывести единую формулу. Потому что скорость (км/ч) = расстояние (км) / время (ч).

Да! Совершенно верно! А теперь вспомните закон Ома. Если $I = V/R$, то получается $|I| = |V|/|Z|$!

А, ну да! Зная, как связаны между собой эти три величины, можно объединить I и V в одно выражение. Поэтому нам и понадобился $|Z|$, да?

Да. $|Z|$ нужен именно для того, чтобы привести I и V к единому знаменателю. А для того, чтобы задать направление векторов, нужно j или $-j$.

Как возникла мнимая единица?

УГУ. Я ПОНЯЛ: МНИМАЯ ЕДИНИЦА j ПОЛЕЗНА ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ С ПЕРЕМЕННЫМ ТОКОМ. НО КТО И ЗАЧЕМ ВООБЩЕ ПРИДУМАЛ ТАКУЮ ВЕЩЬ, КАК МНИМОЕ ЧИСЛО?

ЛЮБОПЫТНО, ПРАВДА? МНИМЫЕ ЧИСЛА ВПЕРВЫЕ БЫЛИ ОТКРЫТЫ В XVI ВЕКЕ. ОНИ БЫЛИ ПРИДУМАНЫ ДЛЯ ТОГО, ЧТОБЫ НАЙТИ РЕШЕНИЕ НЕРЕШАЕМЫХ УРАВНЕНИЙ.

$$x^2+5=x^2-(-5)=(x+j\sqrt{5})(x-j\sqrt{5})=0$$

ЗДЕСЬ ПОЛУЧАЕТСЯ, ЧТО РЕШЕНИЕ – ЭТО $x^2+5=0$.

ТО ЕСТЬ ЕСЛИ НАЙТИ ЧИСЛО, КОТОРОЕ БУДЕТ ОТРИЦАТЕЛЬНЫМ ПРИ ВОЗВЕДЕНИИ ВО ВТОРУЮ СТЕПЕНЬ, ТО МОЖНО РЕШАТЬ ЛЮБЫЕ УРАВНЕНИЯ ВТОРОЙ СТЕПЕНИ!

УХ ТЫ. ПОЛУЧАЕТСЯ, ИМ ХОТЕЛОСЬ РЕШИТЬ ЭТИ УРАВНЕНИЯ ВО ЧТО БЫ ТО НИ СТАЛО.

ЧТО Ж, ТАКИМ ОБРАЗОМ ПОЯВИЛИСЬ МНИМЫЕ ЧИСЛА. НО УВЫ, ТОГДАШНИЕ МАТЕМАТИКИ ИХ НЕ СЛИШКОМ ХОРОШО ПРИНЯЛИ. В ТО ВРЕМЯ МНИМЫЕ ЧИСЛА СУЩЕСТВОВАЛИ ТОЛЬКО КАК КОНЦЕПЦИЯ ЧИСЕЛ, КОТОРЫЕ ПРИ ВОЗВЕДЕНИИ ВО ВТОРУЮ СТЕПЕНЬ ДАДУТ ОТРИЦАТЕЛЬНОЕ ЗНАЧЕНИЕ, А ПРАКТИЧЕСКОГО ПРИМЕНЕНИЯ ОНИ НЕ ИМЕЛИ. ПОСЛЕ ТОГО КАК МНИМЫЕ ЧИСЛА БЫЛИ ОПИСАНЫ В КНИГАХ, О НИХ ФАКТИЧЕСКИ ЗАБЫЛИ НА ЦЕЛЫХ 200 ЛЕТ. НАВЕРНОЕ, ОНИ ЧУВСТВОВАЛИ СЕБЯ ОЧЕНЬ ОДИНОКО.

КАЖЕТСЯ, Я ИХ В ЧЕМ-ТО ПОНИМАЮ.

НО ПОТОМ ПОЯВИЛСЯ МАТЕМАТИК ПО ИМЕНИ ЛЕОНАРД ЭЙЛЕР (1707–1783). ЕГО НАЗЫВАЮТ КРУПНЕЙШИМ И НАИБОЛЕЕ ЗНАЧИТЕЛЬНЫМ МАТЕМАТИКОМ XVIII СТОЛЕТИЯ. ОН ВВЕЛ ОБОЗНАЧЕНИЕ i (В ЭЛЕКТРОТЕХНИКЕ УПОТРЕБЛЯЕТСЯ j) ДЛЯ МНИМОЙ ЕДИНИЦЫ – ТО ЕСТЬ МНИМОГО ЧИСЛА, ЯВЛЯЮЩЕГОСЯ КОРНЕМ ИЗ -1. КРОМЕ ТОГО, В 1748 ГОДУ ОН ВЫВЕЛ ФОРМУЛУ ЭЙЛЕРА – ЧРЕЗВЫЧАЙНО ВАЖНУЮ ФОРМУЛУ, ВКЛЮЧАЮЩУЮ В СЕБЯ МНИМЫЕ ЧИСЛА. О НЕЙ Я ЕЩЕ РАССКАЖУ ВАМ БОЛЕЕ ПОДРОБНО.

АГА. ЗНАЧИТ, БЛАГОДАРЯ ЭТОМУ ЭЙЛЕРУ ПОЯВИЛИСЬ ВЫРАЖЕНИЯ С МНИМЫМИ ЧИСЛАМИ?

ДА. НО ДАЖЕ ПОСЛЕ ЭТОГО МНОГИЕ НЕ ХОТЕЛИ ИХ ПРИЗНАВАТЬ. ДЕЛО В ТОМ, ЧТО СЧИТАЛОСЬ, БУДТО МНИМЫЕ ЧИСЛА НЕВОЗМОЖНО ИЗОБРАЗИТЬ НА ДИАГРАММЕ, ВЫРАЗИТЬ ГРАФИЧЕСКИ.

КАК? ВЕДЬ МЫ ЖЕ С ВАМИ ИЗОБРАЖАЛИ ИХ НА КОМПЛЕКСНОЙ ПЛОСКОСТИ?

ВЕРНО! ПОЗДНЕЕ БЫЛИ ВВЕДЕНЫ И КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА, И КОМПЛЕКСНАЯ ПЛОСКОСТЬ. БЛАГОДАРЯ КОМПЛЕКСНОЙ ПЛОСКОСТИ ВПЕРВЫЕ СТАЛО ВОЗМОЖНО ВЫРАЖАТЬ МНИМЫЕ ЧИСЛА НАГЛЯДНО, НА ДИАГРАММЕ. МОЖНО СКАЗАТЬ, ЧТО МНИМЫЕ ЧИСЛА ВПЕРВЫЕ ПОЛУЧИЛИ ГРАЖДАНСКИЕ ПРАВА!

А, ВОТ ОНО КАК! ПОЛУЧАЕТСЯ, МНИМЫЕ ЧИСЛА ВПЕРВЫЕ ВЫШЛИ ИЗ ТЕНИ.

КОМПЛЕКСНАЯ ПЛОСКОСТЬ ТАКЖЕ НАЗЫВАЕТСЯ ПЛОСКОСТЬЮ ГАУССА – ЭТО ТОЖЕ ФАМИЛИЯ. ЭТОЙ ПРОБЛЕМОЙ ЗАНИМАЛИСЬ РАЗНЫЕ ЛЮДИ, НО НАИБОЛЬШЕГО УСПЕХА ДОБИЛСЯ МАТЕМАТИК ИОГАНН КАРЛ ФРИДРИХ ГАУСС (1777–1855), ПОЭТОМУ ПЛОСКОСТЬ И НАЗЫВАЮТ ЕГО ИМЕНЕМ.

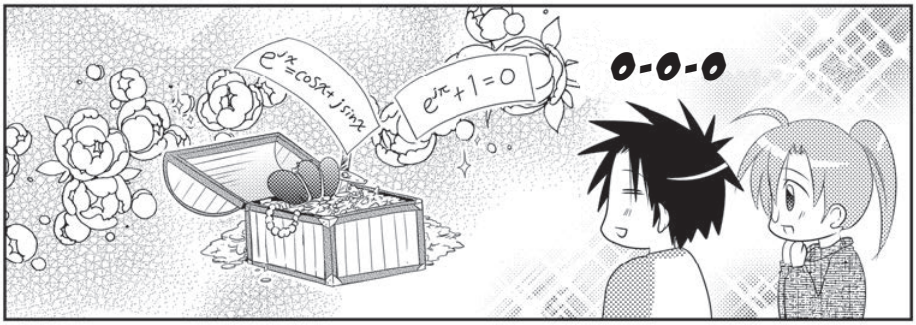
ВОТ ТАК ПОЯВИЛИСЬ МНИМЫЕ И КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА, А ТАКЖЕ КОМПЛЕКСНАЯ ПЛОСКОСТЬ. И ВСКОРЕ ПРОИЗОШЕЛ ПРОРЫВ: СТАЛО ЯСНО, ЧТО ИХ МОЖНО ИСПОЛЬЗОВАТЬ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ С ПЕРЕМЕННЫМ ТОКОМ!

1886: АНГЛИЙСКИЙ УЧЕНЫЙ ХЭВИСАЙД ПРЕДЛОЖИЛ ИСПОЛЬЗОВАТЬ КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА ПРИ РАСЧЕТАХ, СВЯЗАННЫХ С ЦЕПЯМИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА. 1893: АНГЛИЙСКИЙ ИНЖЕНЕР КЕННЕЛЛИ ПОКАЗАЛ, ЧТО ИМПЕДАНС ПРИ ВЫЧИСЛЕНИЯХ МОЖНО ВЫРАЗИТЬ КОМПЛЕКСНЫМ ЧИСЛОМ. В ТОТ ЖЕ ГОД АМЕРИКАНСКИЙ ИНЖЕНЕР ШТЕЙНМЕЦ ОПУБЛИКОВАЛ РАБОТУ, В КОТОРОЙ ИЗЛОЖИЛ ТЕОРИЮ РАСЧЕТОВ ДЛЯ ЦЕПЕЙ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МНИМОЙ ЕДИНИЦЫ j, КОТОРАЯ РАВНА КОРНЮ ИЗ -1.

ВОТ ТАК В ЭЛЕКТРОТЕХНИКЕ СТАЛИ ИСПОЛЬЗОВАТЬСЯ МНИМЫЕ И КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА.

2 Важные формулы, которые можно выразить через комплексные числа

Формула Эйлера



А ТЕПЕРЬ Я ВАС ПОЗНАКОМЛЮ С ОЧЕНЬ ВАЖНЫМИ ФОРМУЛАМИ, В КОТОРЫХ ИСПОЛЬЗУЮТСЯ МНИМЫЕ ЧИСЛА. ЭТО ФОРМУЛА ЭЙЛЕРА И ТОЖДЕСТВО ЭЙЛЕРА.

М? КАКИЕ-ТО ОЧЕНЬ ПОХОЖИЕ НАЗВАНИЯ.

ДА. И ЭТО НЕ СЛУЧАЙНО. ЕСЛИ НЕМНОГО ИЗМЕНИТЬ ФОРМУЛУ ЭЙЛЕРА, ТО ПОЛУЧИТСЯ ТОЖДЕСТВО ЭЙЛЕРА. ПОЭТОМУ ДАВАЙТЕ ЗАПОМНИМ ИХ ВМЕСТЕ. КСТАТИ, ОДИН ФИЗИК НАЗВАЛ ЭТУ ФОРМУЛУ "НАШИМ ВЕЛИЧАЙШИМ СОКРОВИЩЕМ".

НИЧЕГО СЕБЕ, "ВЕЛИЧАЙШИМ СОКРОВИЩЕМ"! СИЛЬНО СКАЗАНО!

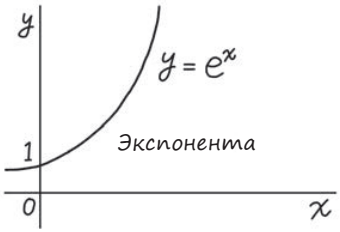
ХИ-ХИ-ХИ. ВОТ ДО ЧЕГО ЭТО КРАСИВАЯ И ПОЛЕЗНАЯ ФОРМУЛА. НО ЛУЧШЕ ОДИН РАЗ УВИДЕТЬ, ЧЕМ СТО РАЗ УСЛЫШАТЬ. ПРЕЖДЕ ВСЕГО ПОСМОТРИТЕ НА ФОРМУЛУ ЭЙЛЕРА.

$$\underbrace{e^{jx}}_{\text{Экспонента}} = \underbrace{\cos x + j \sin x}_{\text{Тригонометрическая функция}}$$

ПРОСТИТЕ, А ДАВАЙТЕ ПРОСТО СДЕЛАЕМ ВИД, ЧТО Я ЭТОГО НЕ ВИДЕЛ? ВЫГЛЯДИТ ОЧЕНЬ СЛОЖНО.

НЕТ-НЕТ! НЕ ВОЛНУЙТЕСЬ – СЕЙЧАС Я ОБЪЯСНЮ, И ВСЁ СТАНЕТ ПОНЯТНО! ОСОБЕННОСТЬ ЭТОЙ ФОРМУЛЫ В ТОМ, ЧТО С ПОМОЩЬЮ МНИМОЙ ЕДИНИЦЫ j ОНА СВЯЗЫВАЕТ ДВЕ РАЗНЫЕ ФУНКЦИИ – ЭКСПОНЕНТУ И ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКУЮ ФУНКЦИЮ.

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ – ЭТО УЖЕ ЗНАКОМЫЕ НАМ $\sin\theta$ И $\cos\theta$. ПЕРЕМЕННАЯ В ДАННОМ СЛУЧАЕ ОБОЗНАЧЕНА КАК x, А НЕ КАК θ. ЭКСПОНЕНТА ОБОЗНАЧАЕТСЯ КАК e В СТЕПЕНИ x. ВОТ КАК ВЫГЛЯДИТ ЕЕ ГРАФИК.



Применение графика

- *для изображения резкого роста в геометрической прогрессии (например, при размножении бактерий и т. п.);*
- *в статистике*

ЗАПОМНИТЕ НАЗВАНИЯ:

e^x ← *Показатель степени*

Основание степени

УГУ-УГУ. Я ТУТ ВОТ О ЧЕМ ПОДУМАЛ. ПОКАЗАТЕЛЬ СТЕПЕНИ – ЭТО ВЕДЬ ПОХОЖЕ НА ВОЗВЕДЕНИЕ В СТЕПЕНЬ, ПРО КОТОРОЕ МЫ ГОВОРИЛИ РАНЬШЕ (СМ. СТР. 100). ОНИ ЧЕМ-ТО ОТЛИЧАЮТСЯ?

ХОРОШИЙ ВОПРОС. ВОТ КАКИЕ ЕСТЬ ОТЛИЧИЯ:

Показатель степени в функциях	*Показатель степени в одно- и многочленах*
e^x – *показатель x.*	x^3+x^2+1 – *показатель 3 (считается по самому большому показателю степени).*
x^6y^9 – *показатели 6 и 9.*	
В некоторых случаях могут быть не только целыми числами, но и переменными	*Часто используется в многочленах, обычно является целым числом*

ЧТО КАСАЕТСЯ e, ТО ЭТО МАТЕМАТИЧЕСКАЯ КОНСТАНТА, КОТОРУЮ НАЗЫВАЮТ ЧИСЛОМ НЕПЕРА, – ОНА ЯВЛЯЕТСЯ ОСНОВАНИЕМ НАТУРАЛЬНОГО ЛОГАРИФМА. ЭТО БЕСКОНЕЧНАЯ ДРОБЬ, У КОТОРОЙ ПОСЛЕ ЗАПЯТОЙ ИМЕЕТСЯ БЕСКОНЕЧНОЕ ЧИСЛО ЗНАКОВ: $e = 2{,}718281828459045$.

А... ЭТО ЧТО-ТО ВРОДЕ ЧИСЛА π – ОТНОШЕНИЯ ДЛИНЫ ОКРУЖНОСТИ К ДИАМЕТРУ. ВСЕ ЗНАКИ ЗАПОМНИТЬ НЕВОЗМОЖНО.

НА ПЕРВЫЙ ВЗГЛЯД ЗНАЧЕНИЕ ЧИСЛА e КАЖЕТСЯ ПРОСТО БЕССМЫСЛЕННОЙ ЦЕПОЧКОЙ ЦИФР, НО НА САМОМ ДЕЛЕ В НЕМ ТАЯТСЯ РАЗНЫЕ ОСОБЕННОСТИ, КОТОРЫЕ ИСПОЛЬЗУЮТСЯ В МАТЕМАТИЧЕСКОМ АНАЛИЗЕ И В РАБОТЕ С ФУНКЦИЯМИ.

При вычислениях e иногда записывают следующим образом. Запомните его хорошенько, чтобы узнавать во всех видах:

$$e^{x} = \exp(x)$$

Показатель степени — Показатель степени

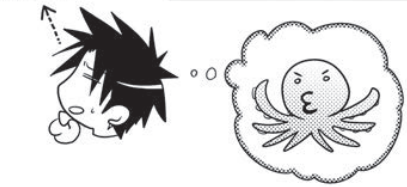
exp в данном случае – это сокращение от слова exponential, то есть экспонента. Показательная функция также называется экспонентой (exp).

Понятно. В компьютерных играх встречается сокращение exp (опыт) – но это, наверное, другое.

Ну что ж, с терминами мы вроде разобрались, давайте поговорим об электричестве. Вот как записывается формула Эйлера в электротехнике. Эй, Аонума-сан! Посмотрите-ка на нее внимательно!

Показательная функция — Тригонометрическая функция

$$\varepsilon^{j\theta} = \cos\theta + j\sin\theta$$



Хм-м... Значит, θ – это показатель x, который является переменной. Только я не понимаю, почему у e какие-то щупальца выросли, как у осьминога!

Щупальца, как у осьминога! Такая ε называется эпсилон. Мы просто заменили один символ на другой, так что эпсилон по-прежнему означает основание натурального логарифма e.

А, вот оно что. Получается, это то же самое, что замена обозначения мнимой единицы i на j. Значит, в электротехнике основание натурального логарифма e обозначается как ε (эпсилон).

Верно. Формула Эйлера и показательная функция ε играют очень важную роль в дальнейших объяснениях. Так что лучше к ним привыкнуть.

КСТАТИ, ПОЧЕМУ ЖЕ ПОКАЗАТЕЛЬНАЯ ФУНКЦИЯ ДЛЯ НАС ТАК ВАЖНА? ДЕЛО В ТОМ, ЧТО, ПРЕОБРАЗУЯ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ В ПОКАЗАТЕЛЬНЫЕ, МОЖНО ПРОИЗВОДИТЬ ВЫЧИСЛЕНИЯ СО СТЕПЕНЯМИ.

Если m, n являются целыми и $x \neq 0$, то верно следующее:

$$x^m \times x^n = x^{m+n}, \quad (x^m)^n = x^{mn}, \quad (xy)^n = x^n y^n, \quad x^0 = 1.$$

Примеры: $x^3 \times x^2 = x^{(3+2)} = x^5, \quad (x^3)^2 = x^{(3\times 2)} = x^6,$

$$(x^2y^3)^3 = x^{(2\times 3)}y^{(3\times 3)} = x^6y^9.$$

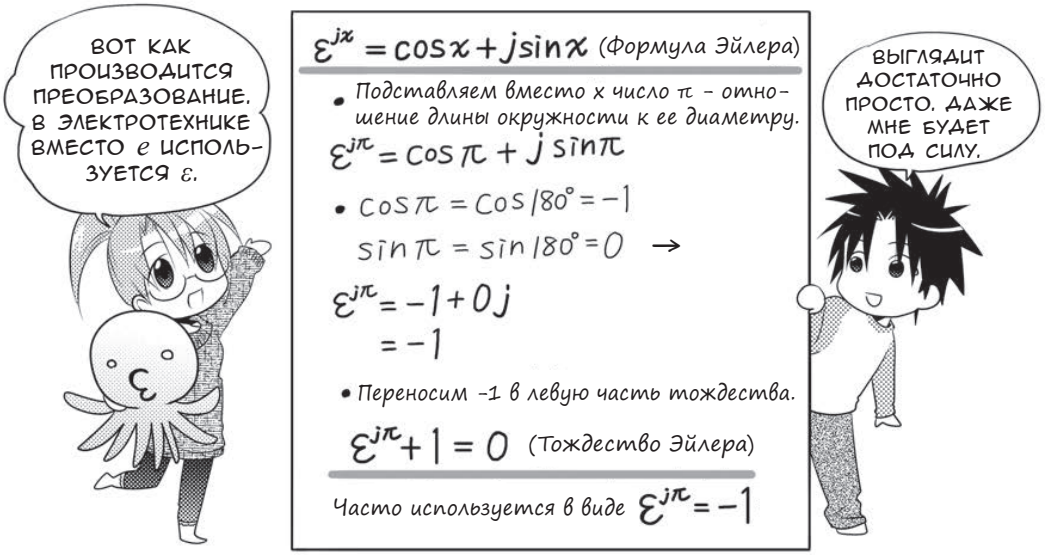
РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ПО ЭЛЕКТРОТЕХНИКЕ ЧАСТО СТАНОВИТСЯ ПРОЩЕ, ЕСЛИ ПРИМЕНЯТЬ ВЫЧИСЛЕНИЯ СО СТЕПЕНЯМИ.

ОГО. ЕСЛИ ТАК БУДЕТ ПРОЩЕ, ТО Я, КОНЕЧНО, ХОЧУ ИСПОЛЬЗОВАТЬ ПОКАЗАТЕЛЬНЫЕ ФУНКЦИИ.

НУ ВОТ, ПРО ФОРМУЛУ ЭЙЛЕРА Я ВАМ ВСЁ РАССКАЗАЛА. НАПОСЛЕДОК ЕЩЕ ОДНА ВЕЩЬ, О КОТОРОЙ НЕЛЬЗЯ ЗАБЫВАТЬ. ЭТО ТОЖДЕСТВО ЭЙЛЕРА, КОТОРОЕ ПОЛУЧАЕТСЯ ПУТЕМ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФОРМУЛЫ ЭЙЛЕРА:

$$\varepsilon^{j\pi} + 1 = 0.$$

ТОЖДЕСТВО ЭЙЛЕРА – САМОЕ КРАСИВОЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ВЫРАЖЕНИЕ! ВЕДЬ В НЕМ СОДЕРЖАТСЯ ВСЕ ПЯТЬ ЧИСЕЛ, НА КОТОРЫХ ДЕРЖИТСЯ МАТЕМАТИКА: ОСНОВАНИЕ НАТУРАЛЬНОГО ЛОГАРИФМА ε (e), МНИМАЯ ЕДИНИЦА j (i), ЧИСЛО π (ОТНОШЕНИЕ ДЛИНЫ ОКРУЖНОСТИ К ЕЕ ДИАМЕТРУ), 1 И 0.



Выразим формулы переменного тока через комплексные числа

ФОРМУЛА ЭЙЛЕРА, О КОТОРОЙ МЫ ТОЛЬКО ЧТО ГОВОРИЛИ, ПРИГОДИТСЯ НАМ ВО МНОГИХ СЛУЧАЯХ. НАПРИМЕР, ФОРМУЛУ НАПРЯЖЕНИЯ ПРИ ПЕРЕМЕННОМ ТОКЕ МОЖНО ЗАПИСАТЬ ЧЕРЕЗ ФОРМУЛУ ЭЙЛЕРА!

*** В данном случае в качестве примера использована формула напряжения, однако то же самое можно сделать для формулы тока.**

Новый вид формулы!!

$$\dot{V} = V_{\mathrm{m}}\,\varepsilon^{j\omega t}$$

Формула в том виде, который использовался до сих пор (см. стр. 36)

$$v(t) = V_{\mathrm{m}} \sin \omega t$$

ХМ... ПОПРОЩЕ ВРОДЕ СТАЛО!? ТОЧНЕЕ, ФОРМУЛА ВЫГЛЯДИТ СОВЕРШЕННО ИНАЧЕ! ФОРМУЛА ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКОЙ ФУНКЦИИ СТАЛА ВЕКТОРОМ, КОТОРЫЙ ВЫРАЖЕН ПОКАЗАТЕЛЬНОЙ ФУНКЦИЕЙ!

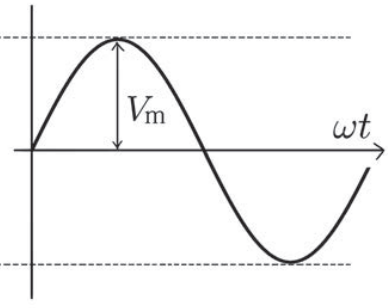
ДА-ДА, ВСЁ ВЕРНО. ВОТ ВЫ И РАЗОБРАЛИСЬ С ЭТИМИ ДВУМЯ ФУНКЦИЯМИ, ДОНУМА-САН. В ДОПОЛНЕНИЕ ЕЩЕ СКАЖУ, ЧТО ФОРМУЛА ПОКАЗАТЕЛЬНОЙ ФУНКЦИИ – ЭТО КОМПЛЕКСНЫЙ ВЕКТОР, СОДЕРЖАЩИЙ МНИМУЮ ЕДИНИЦУ j. НИЖЕ ПОКАЗАНО, КАК ЕГО МОЖНО ИЗОБРАЗИТЬ НА КОМПЛЕКСНОЙ ПЛОСКОСТИ.

$$\dot{V} = V_{\mathrm{m}}\,\varepsilon^{j\omega t}$$

Эта формула – вращающийся вектор длиной V_{m}, расположенный на комплексной плоскости.

Вот что получится, если спроецировать вектор на мнимую (вертикальную) ось:

$$v = V_{\mathrm{m}} \sin \omega t$$



А, НА ДИАГРАММЕ ВЫГЛЯДИТ ГОРАЗДО ПОНЯТНЕЕ. НО ЧТО МЫ ДЕЛАЕМ С ФОРМУЛОЙ ЭЙЛЕРА, ЧТОБЫ ПОЛУЧИТЬ ЭТО ВЫРАЖЕНИЕ?

ХИ-ХИ-ХИ. ЕСТЬ СПОСОБ, КАК ЭТО СДЕЛАТЬ.
СНАЧАЛА НУЖНО ВЫДЕЛИТЬ ИЗ ФОРМУЛЫ ЭЙЛЕРА МНИМУЮ ЧАСТЬ.

Формула Эйлера: $\mathcal{E}^{j\theta} = \cos\theta + j\,\underline{\underline{\sin\theta}}$

Выделяем мнимую часть: $\underbrace{\mathrm{Im}(\mathcal{E}^{j\theta})}_{\text{Мнимая часть}} = \underline{\underline{\sin\theta}}$

ЧТО-О-О-О?!! МОЖНО ТАК СДЕЛАТЬ? КАЖЕТСЯ, БУДТО БЫ МЫ СЪЕДАЕМ ТОЛЬКО КЛУБНИКУ, КОТОРОЙ УКРАШЕНО ПИРОЖНОЕ.

ДА. МОЖНО СДЕЛАТЬ И ТАК, ЕСЛИ ЭТО НУЖНО ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЙ. В ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИХ ВЫЧИСЛЕНИЯХ МЫ ИНОГДА ВЫДЕЛЯЕМ ТОЛЬКО МНИМУЮ ИЛИ ТОЛЬКО ДЕЙСТВИТЕЛЬНУЮ ЧАСТЬ. МНИМУЮ ЧАСТЬ МЫ ОБОЗНАЧАЕМ КАК $\mathrm{Im}(\bullet)$, ДЕЙСТВИТЕЛЬНУЮ – КАК $\mathrm{Re}(\bullet)$. БУДЬТЕ ВНИМАТЕЛЬНЫ, ЧТОБЫ НЕ ПЕРЕПУТАТЬ ЭТО ОБОЗНАЧЕНИЕ С ОБОЗНАЧЕНИЕМ МАКСИМАЛЬНОГО ЗНАЧЕНИЯ СИЛЫ ТОКА $\mathrm{I_m}$.

ВОТ ЧТО МЫ ДЕЛАЕМ ДАЛЬШЕ: ПОДСТАВЛЯЕМ ВЫДЕЛЕННУЮ ЧАСТЬ В ФОРМУЛУ НАПРЯЖЕНИЯ ДЛЯ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА. ЕСЛИ ПОНЯТЬ САМУ КОНЦЕПЦИЮ ВЫДЕЛЕНИЯ, ТО С ДАЛЬНЕЙШИМИ ВЫЧИСЛЕНИЯМИ РАЗОБРАТЬСЯ НЕСЛОЖНО.

$$\mathrm{Im}(\mathcal{E}^{j\theta}) = \sin\theta \rightarrow$$

$$\mathcal{E}^{j\theta} = \sin\theta$$

$$\mathcal{E}^{j\omega t} = \sin\omega t \quad \cdots ①$$

Подставляем в формулу для напряжения при переменном токе.

$$v = V_m \underline{\sin\omega t}$$

Подставляем сюда (1)

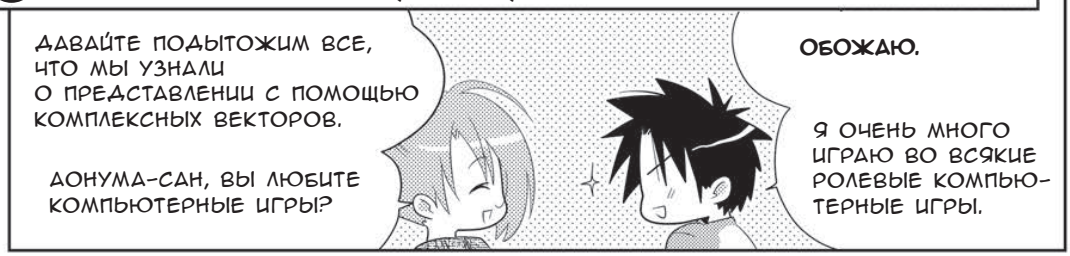
$$v = V_m \mathcal{E}^{j\omega t} \quad \text{(комплексное число)}$$

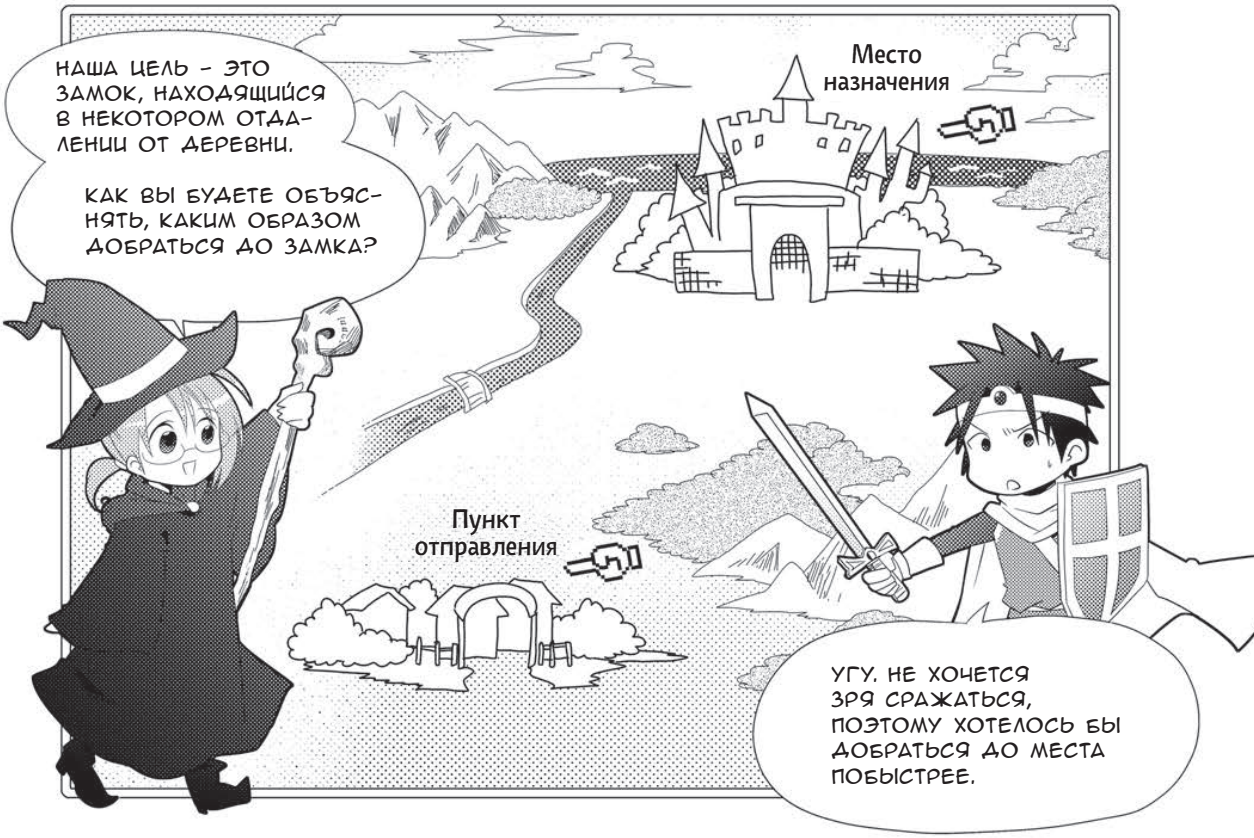
$$\dot{V} = V_m \mathcal{E}^{j\omega t} \quad \text{(комплексный вектор)}$$

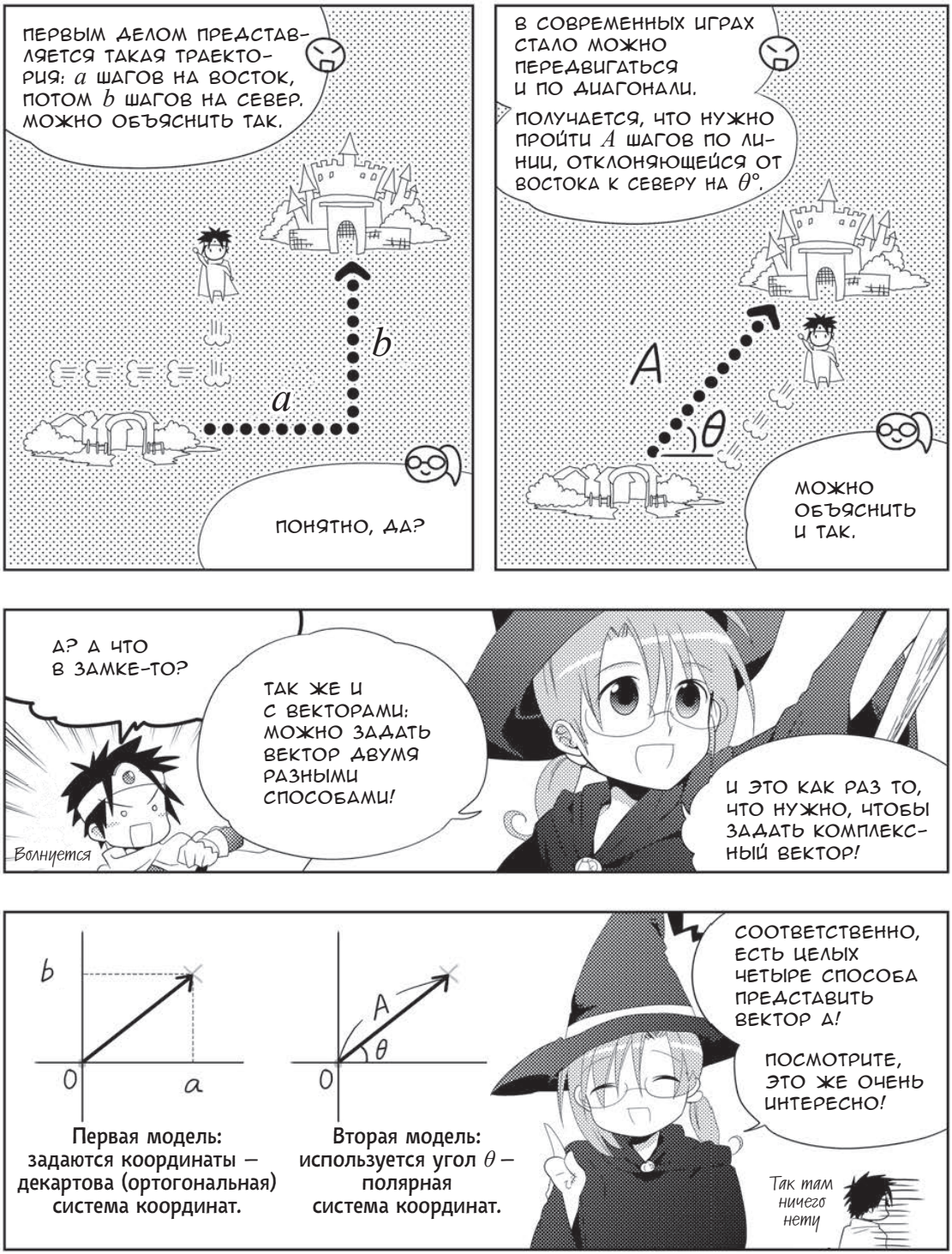
ЕСЛИ ПОДЫТОЖИТЬ, ТО ПОЛУЧАЕТСЯ, ЧТО ЦЕЛЬ НАШИХ ВЫЧИСЛЕНИЙ – ВЫВЕСТИ ФОРМУЛУ НАПРЯЖЕНИЯ ПРИ ПЕРЕМЕННОМ ТОКЕ. ЗНАЧЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЯ ПРОЕЦИРУЕТСЯ НА МНИМУЮ (ВЕРТИКАЛЬНУЮ) ОСЬ, ПОЭТОМУ МЫ ВЫДЕЛИЛИ МНИМУЮ ЧАСТЬ. ЕСЛИ ПОДУМАТЬ О ЦЕЛИ ВЫЧИСЛЕНИЙ, ТО ВЫХОДИТ, ЧТО ДЕЙСТВИТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ НАМ БЫЛА НЕ НУЖНА. ТОГДА ЛОГИЧНО.

ТАКИЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ ВОЗМОЖНЫ БЛАГОДАРЯ ТОМУ, ЧТО СУЩЕСТВУЮТ КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА, В КОТОРЫХ ДЕЙСТВИТЕЛЬНАЯ И МНИМАЯ ЧАСТИ ЧЕТКО РАЗДЕЛЕНЫ МЕЖДУ СОБОЙ.

Разные способы векторного представления комплексных чисел



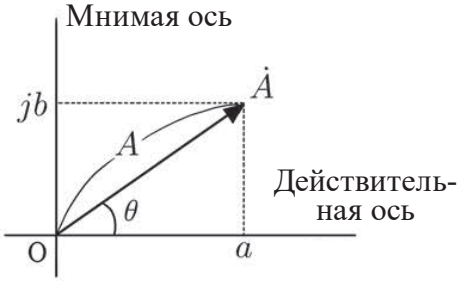



ПЕРВЫМ ДЕЛОМ ПРЕДСТАВЛЯЕТСЯ ТАКАЯ ТРАЕКТОРИЯ: a ШАГОВ НА ВОСТОК, ПОТОМ b ШАГОВ НА СЕВЕР. МОЖНО ОБЪЯСНИТЬ ТАК.
a
b
ПОНЯТНО, ДА?
В СОВРЕМЕННЫХ ИГРАХ СТАЛО МОЖНО ПЕРЕДВИГАТЬСЯ И ПО ДИАГОНАЛИ.
ПОЛУЧАЕТСЯ, ЧТО НУЖНО ПРОЙТИ A ШАГОВ ПО ЛИНИИ, ОТКЛОНЯЮЩЕЙСЯ ОТ ВОСТОКА К СЕВЕРУ НА θ°.
A
θ
МОЖНО ОБЪЯСНИТЬ И ТАК.
А? А ЧТО В ЗАМКЕ-ТО?
Волнуется
ТАК ЖЕ И С ВЕКТОРАМИ: МОЖНО ЗАДАТЬ ВЕКТОР ДВУМЯ РАЗНЫМИ СПОСОБАМИ!
И ЭТО КАК РАЗ ТО, ЧТО НУЖНО, ЧТОБЫ ЗАДАТЬ КОМПЛЕКСНЫЙ ВЕКТОР!
b
0
a
Первая модель: задаются координаты — декартова (ортогональная) система координат.
A
θ
0
Вторая модель: используется угол θ — полярная система координат.
СООТВЕТСТВЕННО, ЕСТЬ ЦЕЛЫХ ЧЕТЫРЕ СПОСОБА ПРЕДСТАВИТЬ ВЕКТОР А!
ПОСМОТРИТЕ, ЭТО ЖЕ ОЧЕНЬ ИНТЕРЕСНО!
Так там ничего нету

Разные способы представления комплексных векторов!

① В декартовой — Координатное представление

② В полярной
③ Через cos и sin
④ Через экспоненту — Полярное представление



$A^2 = a^2 + b^2, \quad A = \sqrt{a^2 + b^2}$ (модель комплексного числа $\dot{A}$: $|\dot{A}| = A$)
Теорема Пифагора

$$\frac{b}{A} = \sin\theta \;\longrightarrow\; b = A\sin\theta, \qquad \frac{a}{A} = \cos\theta \;\longrightarrow\; a = A\cos\theta$$

→ Отсюда выводится формула (3)

① Координатное: $\dot{A} = a + jb$

② Полярное: $\dot{A} = A\angle\theta, \;\; A = \sqrt{a^2 + b^2}$

③ Через cos и sin: $\dot{A} = a + jb = A(\cos\theta + j\sin\theta)$

$\dot{A} = A(\cos\theta + j\sin\theta)$ → Векторная диаграмма на следующей странице

④ Через экспоненту: $\dot{A} = A\varepsilon^{j\omega t}$

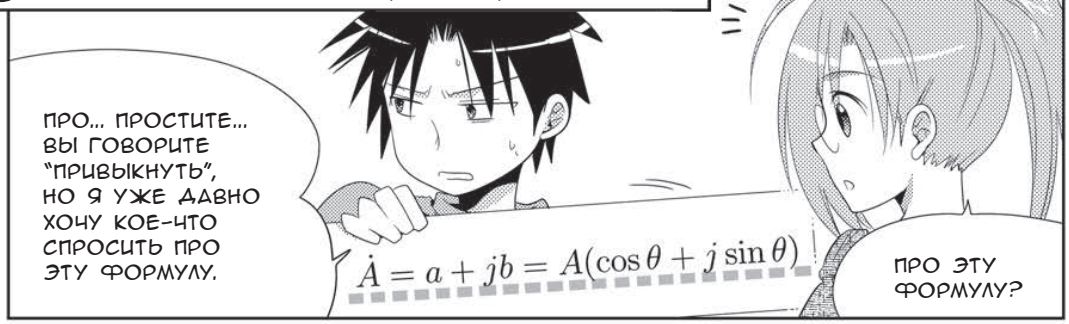
$\varepsilon^{j\theta} = (\cos\theta + j\sin\theta)$ ··· Формула Эйлера

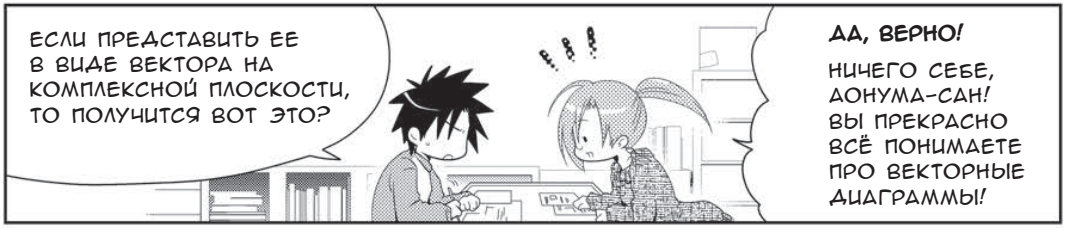
Представление напряжения в виде комплексного числа $\dot{V} = V_{\mathrm{m}}\,\varepsilon^{j\omega t}$

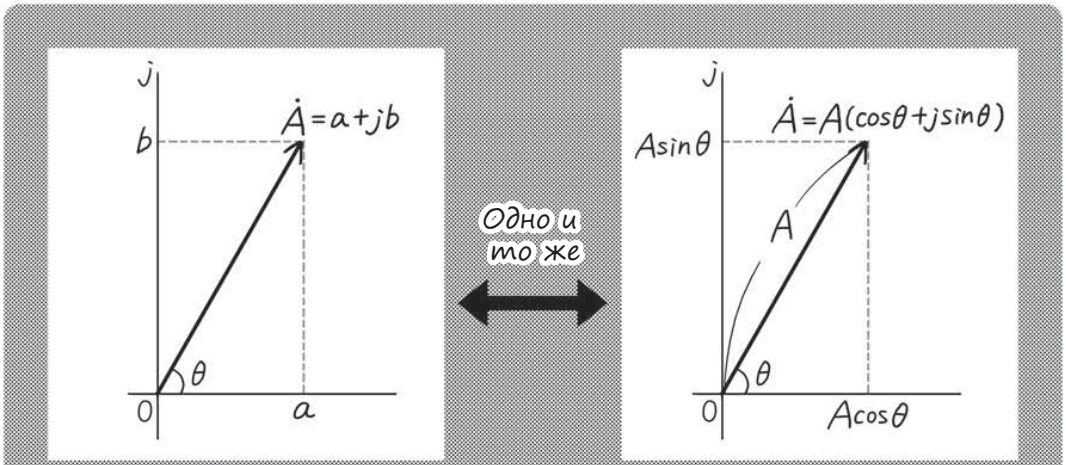
$$\dot{A} = A\varepsilon^{j\theta} = A(\cos\theta + j\sin\theta) = A\angle\theta = a + jb$$

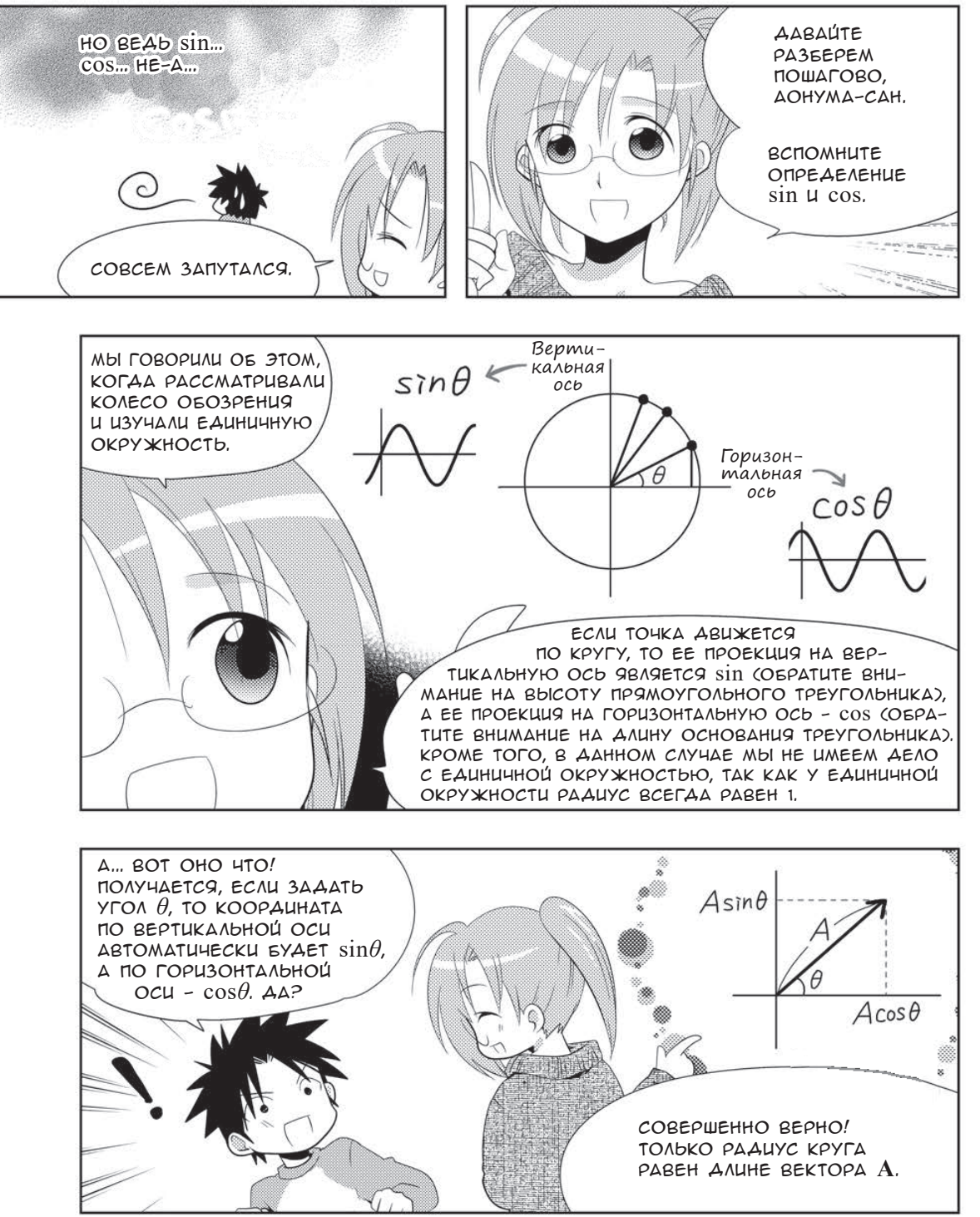
Кстати, $A\varepsilon^{j\theta} = A\varepsilon^{j\omega t} = A\exp(j\omega t)$

Дополнительно о векторном представлении







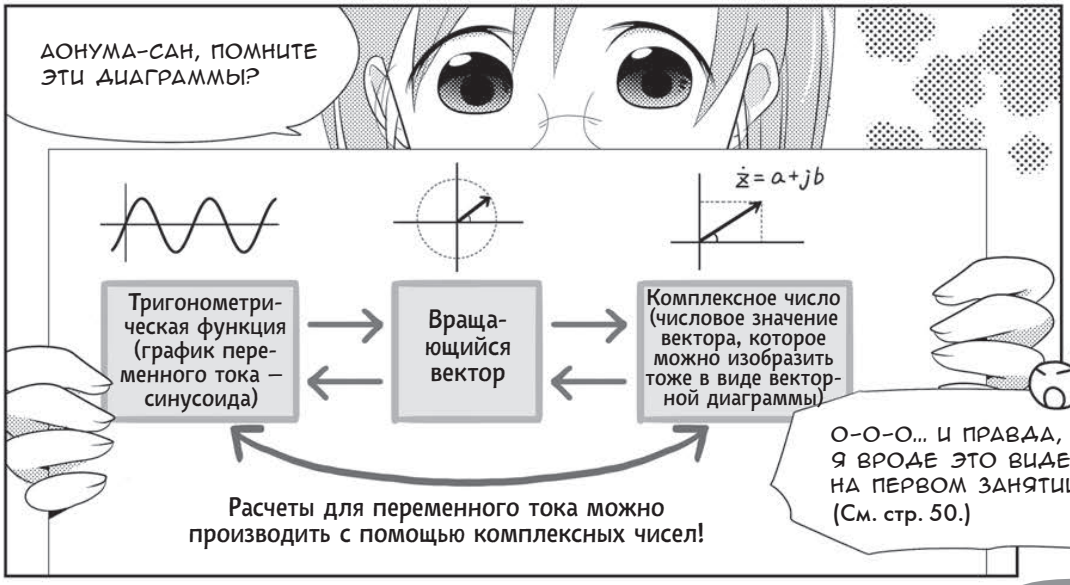

НО ВЕДЬ sin... cos... НЕ-А...
СОВСЕМ ЗАПУТАЛСЯ.
ДАВАЙТЕ РАЗБЕРЕМ ПОШАГОВО, ДОНУМА-САН.
ВСПОМНИТЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ sin И cos.
МЫ ГОВОРИЛИ ОБ ЭТОМ, КОГДА РАССМАТРИВАЛИ КОЛЕСО ОБОЗРЕНИЯ И ИЗУЧАЛИ ЕДИНИЧНУЮ ОКРУЖНОСТЬ.
sinθ
Верти-кальная ось
θ
Горизон-тальная ось
cosθ
ЕСЛИ ТОЧКА ДВИЖЕТСЯ ПО КРУГУ, ТО ЕЕ ПРОЕКЦИЯ НА ВЕРТИКАЛЬНУЮ ОСЬ ЯВЛЯЕТСЯ sin (ОБРАТИТЕ ВНИМАНИЕ НА ВЫСОТУ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ТРЕУГОЛЬНИКА), А ЕЕ ПРОЕКЦИЯ НА ГОРИЗОНТАЛЬНУЮ ОСЬ – cos (ОБРАТИТЕ ВНИМАНИЕ НА ДЛИНУ ОСНОВАНИЯ ТРЕУГОЛЬНИКА). КРОМЕ ТОГО, В ДАННОМ СЛУЧАЕ МЫ НЕ ИМЕЕМ ДЕЛО С ЕДИНИЧНОЙ ОКРУЖНОСТЬЮ, ТАК КАК У ЕДИНИЧНОЙ ОКРУЖНОСТИ РАДИУС ВСЕГДА РАВЕН 1.
А... ВОТ ОНО ЧТО! ПОЛУЧАЕТСЯ, ЕСЛИ ЗАДАТЬ УГОЛ θ, ТО КООРДИНАТА ПО ВЕРТИКАЛЬНОЙ ОСИ АВТОМАТИЧЕСКИ БУДЕТ sinθ, А ПО ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ОСИ – cosθ. ДА?
!
Asinθ
A
θ
Acosθ
СОВЕРШЕННО ВЕРНО! ТОЛЬКО РАДИУС КРУГА РАВЕН ДЛИНЕ ВЕКТОРА A.

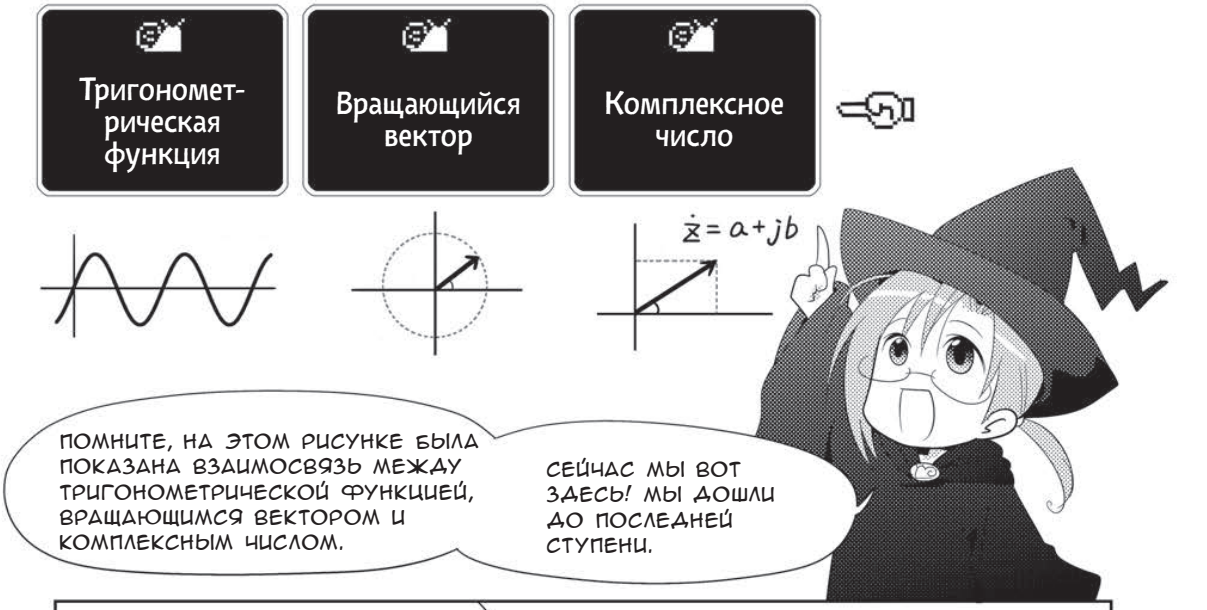
$$\dot{A} = \underbrace{A\varepsilon^{j\theta}}_{\text{Представление (4)}} = \underbrace{A(\cos\theta + j\sin\theta)}_{\text{Представление (3)}} = \underbrace{A\angle\theta}_{\text{Представление (2)}} = \underbrace{a + jb}_{\text{Представление (1)}}$$

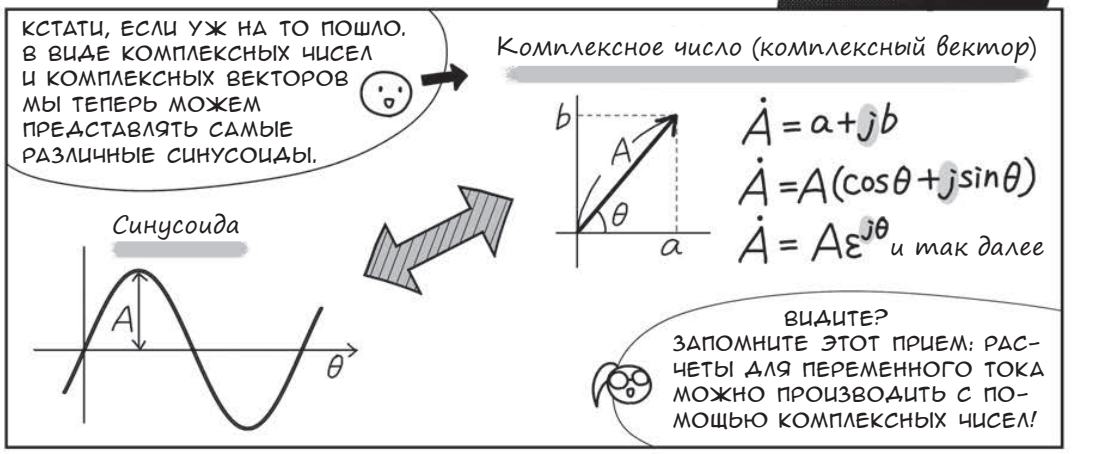
- $\dot{A} = a + jb = A(\cos\theta + j\sin\theta)$

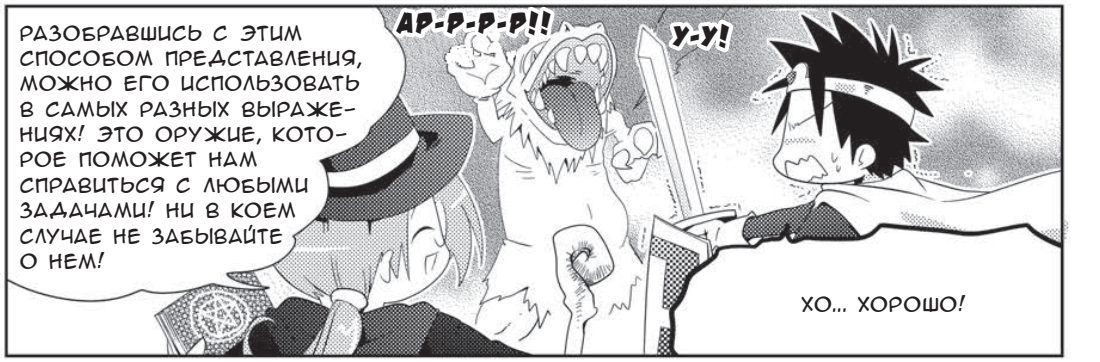
- $\boxed{\varepsilon^{j\theta} = \cos\theta + j\sin\theta}$

Если подставить формулу Эйлера, то получится представление (4)




Тригонометрическая функция
Вращающийся вектор
Комплексное число
$\dot{z} = a + jb$
ПОМНИТЕ, НА ЭТОМ РИСУНКЕ БЫЛА ПОКАЗАНА ВЗАИМОСВЯЗЬ МЕЖДУ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКОЙ ФУНКЦИЕЙ, ВРАЩАЮЩИМСЯ ВЕКТОРОМ И КОМПЛЕКСНЫМ ЧИСЛОМ.
СЕЙЧАС МЫ ВОТ ЗДЕСЬ! МЫ ДОШЛИ ДО ПОСЛЕДНЕЙ СТУПЕНИ.


КСТАТИ, ЕСЛИ УЖ НА ТО ПОШЛО. В ВИДЕ КОМПЛЕКСНЫХ ЧИСЕЛ И КОМПЛЕКСНЫХ ВЕКТОРОВ МЫ ТЕПЕРЬ МОЖЕМ ПРЕДСТАВЛЯТЬ САМЫЕ РАЗЛИЧНЫЕ СИНУСОИДЫ.
Комплексное число (комплексный вектор)
b
A
θ
a
$\dot{A} = a + jb$
$\dot{A} = A(\cos\theta + j\sin\theta)$
$\dot{A} = A\varepsilon^{j\theta}$ и так далее
Синусоида
A
θ
ВИДИТЕ? ЗАПОМНИТЕ ЭТОТ ПРИЕМ: РАСЧЕТЫ ДЛЯ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА МОЖНО ПРОИЗВОДИТЬ С ПОМОЩЬЮ КОМПЛЕКСНЫХ ЧИСЕЛ!


РАЗОБРАВШИСЬ С ЭТИМ СПОСОБОМ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ, МОЖНО ЕГО ИСПОЛЬЗОВАТЬ В САМЫХ РАЗНЫХ ВЫРАЖЕНИЯХ! ЭТО ОРУЖИЕ, КОТОРОЕ ПОМОЖЕТ НАМ СПРАВИТЬСЯ С ЛЮБЫМИ ЗАДАЧАМИ! НИ В КОЕМ СЛУЧАЕ НЕ ЗАБЫВАЙТЕ О НЕМ!
АР-Р-Р-Р!!
У-У!
ХО... ХОРОШО!

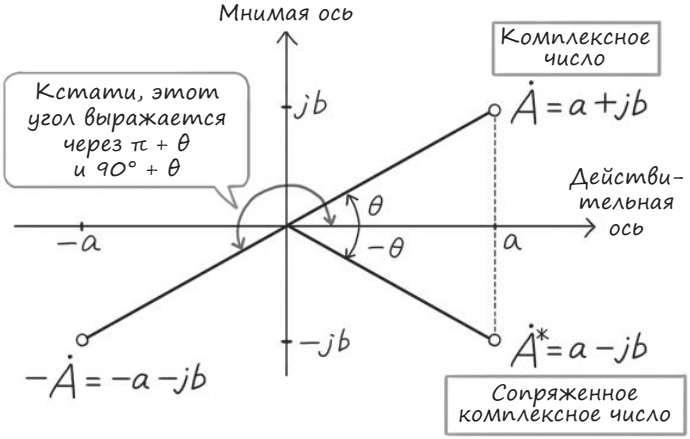
Способы вычислений с комплексными числами

ИТАК, ДАВАЙТЕ ПОГОВОРИМ О НАШЕМ СОЮЗНИКЕ – НАШЕМ СИЛЬНОМ СОЮЗНИКЕ – ВЫЧИСЛЕНИЯХ С КОМПЛЕКСНЫМИ ЧИСЛАМИ! ВОТ КАКИМИ НАВЫКАМИ НАМ НУЖНО ОБЯЗАТЕЛЬНО ОВЛАДЕТЬ:
1. КОМПЛЕКСНЫЕ СОПРЯЖЕННЫЕ ЧИСЛА.
2. АРГУМЕНТ КОМПЛЕКСНОГО ЧИСЛА.
3. НОРМА КОМПЛЕКСНОГО ЧИСЛА.
4. ЧЕТЫРЕ ДЕЙСТВИЯ С КОМПЛЕКСНЫМИ ЧИСЛАМИ.

1 Комплексные сопряженные числа

Если есть комплексное число $\dot{A} = a + jb$,
то комплексно сопряженное число – это $\dot{A}^* = a - jb$

ПОСМОТРИТЕ НА ВЕКТОРНУЮ ДИАГРАММУ НИЖЕ. ГРАФИКИ КОМПЛЕКСНОГО И СОПРЯЖЕННОГО ЧИСЕЛ ОБРАТНЫ ДРУГ ДРУГУ. ОНИ ЗЕРКАЛЬНО ОТРАЖАЮТ ДРУГ ДРУГА ОТНОСИТЕЛЬНО ДЕЙСТВИТЕЛЬНОЙ ОСИ.



УХ ТЫ. И ПРАВДА, ОБРАТНЫ. КАК ПЛЮС И МИНУС, ДЕНЬ И НОЧЬ. ЧТО-ТО ВРОДЕ ГЕРОЯ И АНТИГЕРОЯ В КНИЖКЕ, ДА?

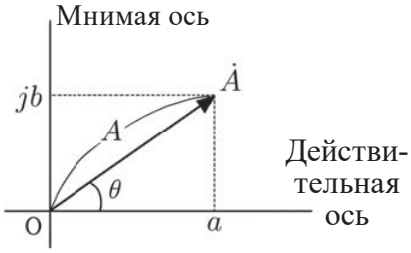
ХОРОШО СКАЗАНО! КСТАТИ, В ВЫЧИСЛЕНИЯХ ЧАСТО ИСПОЛЬЗУЮТСЯ КОМПЛЕКСНЫЕ СОПРЯЖЕННЫЕ ЧИСЛА. КОГДА ГЕРОЙ И АНТИГЕРОЙ ДЕЙСТВУЮТ ВМЕСТЕ, МОЖНО ВЫЧИСЛИТЬ ЧТО УГОДНО! ЭТО ПРЕКРАСНЫЙ ВЗГЛЯД НА ВЕЩИ!

$$\underbrace{(a \oplus jb)}_{\dot{A}}\ \underbrace{(a \ominus jb)}_{\dot{A}^*} = (a \times a) - j^2(b \times b) = a^2 + b^2$$

вместе

Преобразовать в –1

ДАЛЬШЕ ДАВАЙТЕ ПОСМОТРИМ НА ВЕКТОРНУЮ ДИАГРАММУ СПРАВА И РАЗБЕРЕМ ВОТ ЧТО:
2. АРГУМЕНТ КОМПЛЕКСНОГО ЧИСЛА.
3. МОДУЛЬ КОМПЛЕКСНОГО ЧИСЛА (АБСОЛЮТНУЮ ВЕЛИЧИНУ).



2 Аргумент комплексного числа

Если комплексное число $\dot{A} = a + jb$,
то его аргумент (фазовый угол) θ находим как

$$\theta = \arg \dot{A} = \arctan \frac{b}{a} \quad \left(\tan\theta = \frac{b}{a} \qquad \theta = \arctan \frac{b}{a} \right)$$

Обозначение аргумента (читается «арг»)

НАДПИСЬ arg – ЭТО СОКРАЩЕНИЕ ОТ ЛАТИНСКОГО СЛОВА *argument*, ОБОЗНАЧАЮЩЕГО АРГУМЕНТ.

3 Норма (абсолютная величина) комплексного числа

Если комплексное число $\dot{A} = a + jb$,
то его норма (абсолютная величина) равна

$$|\dot{A}| = \underbrace{\sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(a + jb)(a - jb)} = \sqrt{\dot{A}\dot{A}^*}}_{\text{См. вычисления с комплексными сопряженными числами}}$$

УГУ, УГУ. КОМПЛЕКСНЫЕ СОПРЯЖЕННЫЕ ЧИСЛА ЧАСТО ПРИМЕНЯЮТСЯ.

Внимание!

Абсолютная величина (модуль) и норма похожи, но их определения отличаются.

Абсолютная величина (модуль) может относиться только к числам – как комплексным, так и действительным. Когда нам нужно найти величину вектора, мы понимаем модуль как некое число.

Норма может относиться не только к числам, но и к пространству, пространственному представлению. Применительно к вектору норма также может означать не только величину, но и максимальное значение и т. д. Иными словами, понятие «норма» используется гораздо шире, чем понятие «модуль».

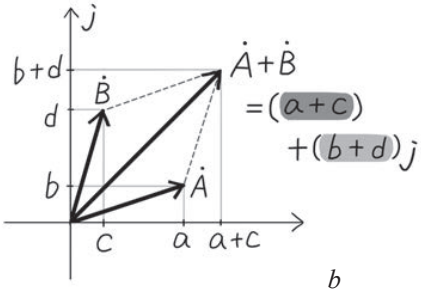
ЧЕТЫРЕ ДЕЙСТВИЯ АРИФМЕТИКИ –
ЭТО СЛОЖЕНИЕ, ВЫЧИТАНИЕ, УМНОЖЕНИЕ И ДЕЛЕНИЕ.

4 Четыре действия арифметики над комплексными числами

$$\dot{A}+\dot{B}=a+jb+c+jd=a+c+j(b+d)$$

$\dot{A}=a+jb$

$\dot{B}=c+jd$



$$\dot{A}-\dot{B}=a+jb-(c+jd)=a-c+j(b-d)$$

$$\begin{aligned}\dot{A}\times\dot{B} &= (a+jb)\times(c+jd)\\ &= ac+jad+jbc+\overset{-1}{j^2}bd\\ &= (ac-bd)+j(ad+bc)\end{aligned}$$

j^2 преобразуется в –1

$$\begin{aligned}\frac{\dot{A}}{\dot{B}} &= \frac{a+jb}{c+jd}=\frac{(a+jb)(c-jd)}{(c+jd)(c-jd)}\\ &= \frac{(ac+bd)+j(bc-ad)}{c^2+d^2}\end{aligned}$$

Используем сопряженные числа

УГУ-УГУ. ТО ЕСТЬ МЫ ПРОИЗВОДИМ ДЕЙСТВИЯ НАД ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫМИ И МНИМЫМИ ЧИСЛАМИ ОТДЕЛЬНО.

СОВЕРШЕННО ВЕРНО! ПРИ РАБОТЕ С КОМПЛЕКСНЫМИ ЧИСЛАМИ ПОМНИТЕ О ТОМ, ЧТО У НИХ ЕСТЬ ДЕЙСТВИТЕЛЬНАЯ И МНИМАЯ ЧАСТИ. РЕЗУЛЬТАТ ВЫЧИСЛЕНИЙ С КОМЛЕКСНЫМИ ЧИСЛАМИ – ЭТО ТОЖЕ КОМПЛЕКСНОЕ ЧИСЛО.

Ответ = Действительная часть + Мнимая часть

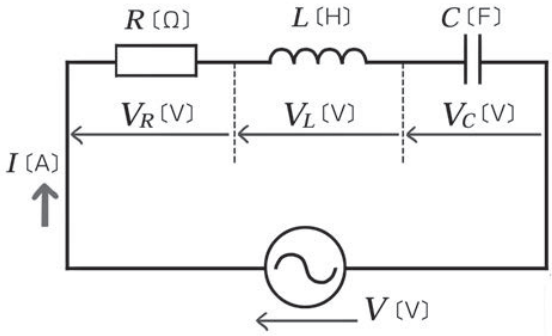
$$\dot{Z}=A+jB$$

Когда в начале стоит j, легко распознать мнимую часть.

ЕСЛИ ВЫ ВСЁ ПОНЯЛИ ПРО ВЫЧИСЛЕНИЯ, ДАВАЙТЕ ПЕРЕЙДЕМ К ЗАДАЧАМ.

3 Примеры с комплексными числами

Задача **Посмотрим, за что нужно благодарить комплексные числа!**



Найдите импеданс для цепи RLC с последовательным подключением, покажите взаимоотношение между напряжением и током на векторной диаграмме. При этом угловая частота переменного тока должна составлять $\omega = 2\pi f$.

Обсуждение **Эту задачу можно решить двумя разными способами.**

Второй способ см. на стр. 175.

НАКОНЕЦ-ТО У НАС ЗАДАЧА С ИСТОЧНИКОМ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА! РЕШАЯ ЗАДАЧИ НА ПЕРЕМЕННЫЙ ТОК, ВАЖНО НЕ ЗАБЫВАТЬ ПРО ФАЗЫ. ПОМНИТЕ, МЫ НАУЧИЛИСЬ ВЫРАЖАТЬ СДВИГ ФАЗ КОМПЛЕКСНЫМ ЧИСЛОМ. КРОМЕ ТОГО, ТУТ У НАС ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЕ ПОДКЛЮЧЕНИЕ, ПОЭТОМУ СИЛА ТОКА I – ПОСТОЯННАЯ. И НЕ ЗАБЫВАЙТЕ ИСПОЛЬЗОВАТЬ ВСЁ, ЧТО МЫ УЖЕ ИЗУЧИЛИ.

А... ДА... ВЫ МНОГО ЧЕГО РАССКАЗЫВАЛИ. СОПРОТИВЛЕНИЕ R, КАТУШКА ИНДУКТИВНОСТИ L, КОНДЕНСАТОР C. ИХ ОСОБЕННОСТИ. (См. стр. 118.)

ВЕРНО. ЕСЛИ ВЫ ЭТОГО НЕ ЗАПОМНИЛИ, ТО НЕ СМОЖЕТЕ РЕШИТЬ ЗАДАЧУ! ВЕКТОРНАЯ ДИАГРАММА В ЦЕЛОМ СТРОИТСЯ ТАК ЖЕ, КАК МЫ ДЕЛАЛИ ЭТО РАНЬШЕ. ⟵ (См. стр. 128.) ДАВАЙТЕ НА ЭТОТ РАЗ ПОПРОБУЕМ ПОСТРОИТЬ КОМПЛЕКСНЫЙ ВЕКТОР.

A. Решение

Прежде всего покажем напряжение $\dot{V}$ на трех элементах цепи. Поскольку сила тока $\dot{I}$ постоянна, то согласно закону Ома

$$\dot{V}_R = \dot{I}R \text{ 、 } \dot{V}_L = j\omega L\dot{I} \text{ 、 } \dot{V}_C = -j\frac{\dot{I}}{\omega C}$$

j и –*j* показывают сдвиг фазы.
Это выражение невозможно использовать, если не помнить о реактивном сопротивлении катушки индуктивности.

$$\dot{V} = \dot{V}_R + \dot{V}_L + \dot{V}_C$$

Импеданс *Z*

$$\dot{Z} = \frac{\dot{V}_R + \dot{V}_L + \dot{V}_C}{\dot{I}}$$

Закон Ома (сопротивление – импеданс Z)

$$= \frac{\dot{I}R + j\omega L\dot{I} - j\dfrac{\dot{I}}{\omega C}}{\dot{I}}$$

$$= R + j\omega L - j\left(\frac{1}{\omega C}\right)$$

$$= R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$$

Поскольку выражение имеет вид $A + jB$, решение закончено.

ТАКИМ ОБРАЗОМ, МЫ НАШЛИ ИМПЕДАНС. НА СЛЕДУЮЩЕЙ СТРАНИЦЕ МЫ ПЕРЕЙДЕМ К ПРЕДСТАВЛЕНИЮ ВЗАИМООТНОШЕНИЯ ТОКА И НАПРЯЖЕНИЯ НА ВЕКТОРНОЙ ДИАГРАММЕ.

Теперь подумаем о взаимоотношении между напряжением $\dot{V}$ и током $\dot{I}$.

• Отношение между напряжением $\dot{V}_R$ и током $\dot{I}$ на сопротивлении R определяется формулой

$$\dot{V}_R = \dot{I}R,$$

поэтому фазы напряжения и тока совпадают (фазовый угол одинаков).

• Отношение между напряжением $\dot{V}_L$ и током $\dot{I}$ на катушке индуктивности L определяется формулой

$$\dot{V}_L = j\omega L\dot{I},$$

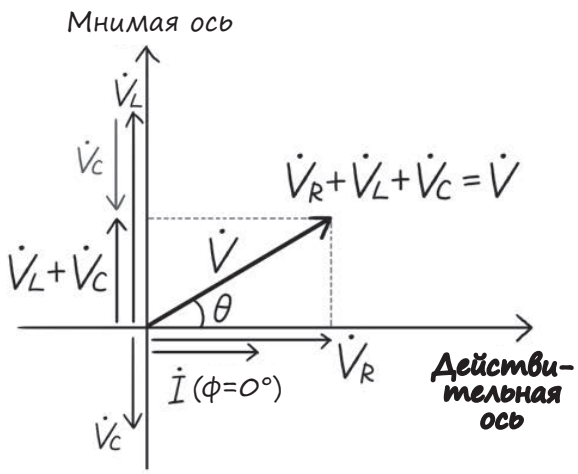
поэтому есть сдвиг фаз: напряжение $\dot{V}_L$ опережает ток $\dot{I}$ на $\pi/2$ (90°).

• Отношение между напряжением $\dot{V}_C$ и током $\dot{I}$ на конденсаторе C определяется формулой

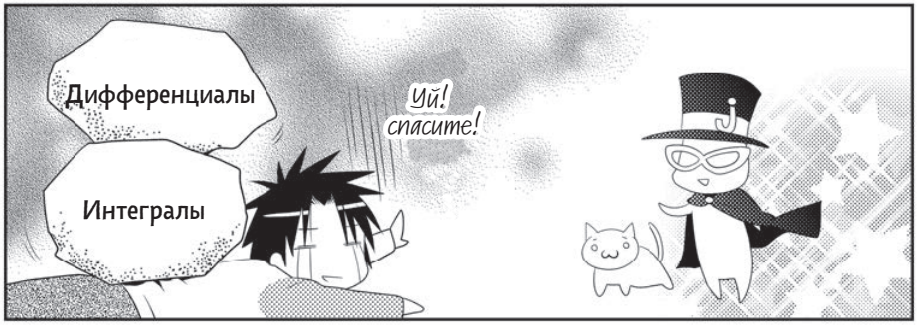
$$\dot{V}_C = -j\frac{\dot{I}}{\omega C},$$

поэтому также имеется сдвиг фаз: напряжение $\dot{V}_C$ запаздывает по сравнению с током $\dot{I}$ на $\pi/2$ (90°).

Вот что получится, если изобразить эти отношения на рисунке:



Преобразуем интегродифференциальные уравнения



НЕТ-НЕТ, ВЫ ЖЕ СОВЕРШЕННО ПРАВИЛЬНО РЕШИЛИ ЗАДАЧУ! НО ЭТУ ЗАДАЧУ МОЖНО РЕШИТЬ И ДРУГИМ СПОСОБОМ. ДЕЛО В ТОМ, ЧТО МЕЖДУ НАПРЯЖЕНИЕМ ИСТОЧНИКА ПИТАНИЯ v И ТОКОМ В ЦЕПИ i СУЩЕСТВУЕТ ВЗАИМОСВЯЗЬ, КОТОРУЮ МОЖНО ВЫРАЗИТЬ ВОТ ТАКИМ ИНТЕГРОДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМ УРАВНЕНИЕМ:

$$v = Ri + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int i\,dt$$

i дифференцируется по времени t

i интегрируется по времени t

ЗАДАЧУ МОЖНО РЕШИТЬ, ИСПОЛЬЗУЯ ЭТО ВЫРАЖЕНИЕ!

ОЙ! НЕТ-НЕТ-НЕТ, БЕСПОЛЕЗНО! Я НЕ УМЕЮ НИ ДИФФЕРЕНЦИАЛЫ, НИ ИНТЕГРАЛЫ. ДА И ВООБЩЕ – ВЫ ЖЕ НА ПЕРВОМ ЗАНЯТИИ ГОВОРИЛИ: "С КОМПЛЕКСНЫМИ ЧИСЛАМИ НАМ НЕ НУЖНЫ ИНТЕГРАЛЫ И ДИФФЕРЕНЦИАЛЫ". И ТЕПЕРЬ ВДРУГ НАДО С НИМИ ЗАДАЧИ РЕШАТЬ!

А ВЫ И ПРАВДА НЕ ЛЮБИТЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЫ И ИНТЕГРАЛЫ. НО У МЕНЯ ЕСТЬ ОДИН ПРИЕМ СПЕЦИАЛЬНО ДЛЯ ВАС. ОН ПОЗВОЛЯЕТ, ИСПОЛЬЗУЯ КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА, ПРЕОБРАЗОВАТЬ ИНТЕГРОДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ В ПРОСТЫЕ ВЫРАЖЕНИЯ. ЕСЛИ ПРЕОБРАЗОВАТЬ СЛОЖНОЕ УРАВНЕНИЕ В ПРОСТОЕ, ТО РЕШАТЬ ЗАДАЧИ СТАНОВИТСЯ ОЧЕНЬ УДОБНО.

ХМ. ПРЕОБРАЗОВАТЬ. А РАЗВЕ ТАК МОЖНО?

ДА. ЕСЛИ ПРЕДСТАВИТЬ ЭТО ИНТЕГРОДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ В ВИДЕ ВЫРАЖЕНИЯ С КОМПЛЕКСНЫМИ ЧИСЛАМИ $\dot{V} = V_{\mathrm{m}} \mathrm{e}^{j\omega t}$, ТО ВОТ КАК ЕГО МОЖНО ПРЕОБРАЗОВАТЬ!

*** В данном случае мы принимаем за данность установившийся режим работы (стабильность изменений силы тока и напряжения).**

$$v = Ri + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int idt$$

$$\Downarrow$$

$$\dot{V} = \left(R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}\right)\dot{I}$$

ЧТО? ЕСЛИ НАЧИНАТЬ С ЭТОГО, ТО ВСЁ ПРОСТО. ТОГДА И Я МОГУ РЕШИТЬ.

Импеданс Z

$$\begin{aligned} \dot{Z} &= \frac{\dot{V}}{\dot{I}} \\ &= R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} \\ &= R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) \end{aligned}$$

← Закон Ома (сопротивление – это импеданс Z)

Поскольку выражение имеет вид $A + jB$, решение закончено.

СОВЕРШЕННО ВЕРНО! ЕСЛИ СДЕЛАТЬ ПОДСТАНОВКУ, ТО ВСЁ ПРОСТО!

ДА. НО КАК МЫ СМОГЛИ СДЕЛАТЬ ПОДСТАНОВКУ В ИНТЕГРОДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ?

ХИ-ХИ-ХИ. ДЕЛО В ТОМ, ЧТО В ЭТО УРАВНЕНИЕ ПОЛУЧИЛОСЬ ПОДСТАВИТЬ ВОТ ТАКИЕ ВЫРАЖЕНИЯ.

d/dt (дифференциал)	$\int dt$ (интеграл)
⇩	⇩
$j\omega$	$1/j\omega$

О, ЗНАЧИТ, МЫ СМОГЛИ ЗАМЕНИТЬ ИНТЕГРАЛЫ И ДИФФЕРЕНЦИАЛЫ НА $j\omega$?! НИЧЕГО СЕБЕ! КАК НАМ ПРИГОДИЛИСЬ j-КУН И КОТИК ОМЕГА!

УДОБНО, ПРАВДА? НО БУДЬТЕ ВНИМАТЕЛЬНЫ. ТАКУЮ ПОДСТАНОВКУ МОЖНО ИСПОЛЬЗОВАТЬ ТОЛЬКО В СЛЕДУЮЩИХ СЛУЧАЯХ:

- ЕСЛИ ФУНКЦИЯ, КОТОРАЯ ИНТЕГРИРУЕТСЯ И ДИФФЕРЕНЦИРУЕТСЯ, ИМЕЕТ ВИД $Ae^{j\omega t}$;
- ЕСЛИ ДИФФЕРЕНЦИРУЕМАЯ ИЛИ ИНТЕГРИРУЕМАЯ ФУНКЦИЯ ЯВЛЯЕТСЯ ФУНКЦИЕЙ ОТ ПОКАЗАТЕЛЯ t (ВРЕМЯ).

РАСПИШЕМ ПОДРОБНО, КАКИМ ОБРАЗОМ ПРОИЗВОДИТСЯ ПОДСТАНОВКА. ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ ПОДОБНОЕ ПОЭТАПНОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ МОЖНО ОПУСТИТЬ.

Почему можно произвести подстановку для дифференциала?

$$\dot{V} = V_m \varepsilon^{j\omega t}$$

Дифференциал

$$\frac{dV}{dt} = V_m \cdot j\omega \varepsilon^{j\omega t}$$

$$\frac{dV}{dt} = j\omega \underbrace{V_m \varepsilon^{j\omega t}}_{\text{равно } \dot{V}}$$

$$\frac{dV}{dt} = j\omega \dot{V}$$

Вот что получается вследствие особенности числа Непера:

$$\varepsilon^{j\omega t} \xrightarrow{\text{дифференциал}} j\omega \varepsilon^{j\omega t}$$

Почему можно произвести подстановку для интеграла?

$$\dot{V} = V_m \varepsilon^{j\omega t}$$

Интеграл

$$\int V dt = \frac{V_m \varepsilon^{j\omega t}}{j\omega}$$

$$\int V dt = \frac{\dot{V}}{j\omega}$$

Вот что получается вследствие особенности числа Непера:

$$\varepsilon^{j\omega t} \xrightarrow{\text{интеграл}} \frac{-j}{\omega} \varepsilon^{j\omega t}$$

$$\frac{1}{j\omega} \varepsilon^{j\omega t}$$

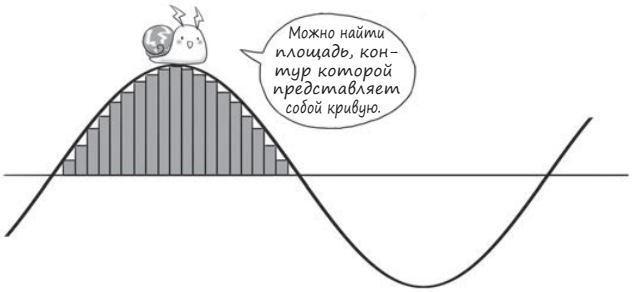
Мы незаметно овладели дифференциалами и интегралами?!

СМОТРИТЕ-КА, А ВЕДЬ Я БЫЛО ИСПУГАЛСЯ, ЕДВА УВИДЕВ ИНТЕГРАЛЫ И ДИФФЕРЕНЦИАЛЫ. Я ЕЩЕ В СТАРШИХ КЛАССАХ ШКОЛЫ НИКАК НЕ МОГ С НИМИ РАЗОБРАТЬСЯ. А ТУТ...

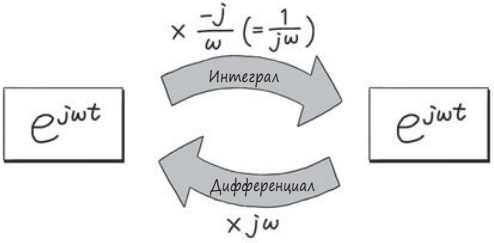
ПОНИМАЮ, О ЧЕМ ВЫ ГОВОРИТЕ. НО ДИФФЕРЕНЦИАЛЫ И ИНТЕГРАЛЫ – ЭТО БАЗОВЫЕ ИНСТРУМЕНТЫ, ЕСЛИ НАМ НУЖНО ОПИСАТЬ ИЗМЕНЕНИЯ. ОНИ НЕРАЗРЫВНО СВЯЗАНЫ С ТАКИМИ ПОНЯТИЯМИ, КАК КРИВАЯ И ВОЛНА. СЕЙЧАС ОБЪЯСНЮ.

- Дифференциал: описывает изменения на отдельных небольших этапах, величину которых можно оценить, исходя из наклона касательной.

- Интеграл: помогает найти общую сумму всех этапов. Позволяет найти площадь и объем.

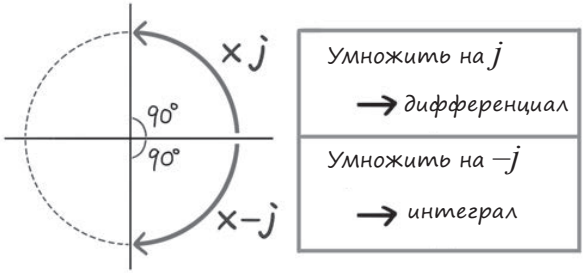


- И еще: дифференциал и интеграл – это две стороны одной медали!



КРИВАЯ, ВОЛНА, ИЗМЕНЕНИЯ. ДА, ПОХОЖЕ, ИНТЕГРАЛЫ И ДИФФЕРЕНЦИАЛЫ И ПРАВДА ВАЖНЫ ДЛЯ ИЗУЧЕНИЯ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ. НО У МЕНЯ С НИМИ ВСЁ РАВНО НЕ ЛАДИТСЯ.

НЕ ВОЛНУЙТЕСЬ! ВЫ И САМИ НЕ ЗАМЕТИТЕ, КАК ОСВОИТЕСЬ. РАССМАТРИВАЯ СДВИГ ФАЗ, МЫ ИСПОЛЬЗОВАЛИ j. НА САМОМ ДЕЛЕ



Умножить на j = «дифференциал» – то же самое, что «сдвиг фазы вперед на 90°». Умножить на $-j$ = «интеграл» – то же самое, что «сдвиг фазы назад на 90°».

О! БЛАГОДАРЯ КОМПЛЕКСНЫМ ЧИСЛАМ Я КАК-ТО НЕЗАМЕТНО НАУЧИЛСЯ СПРАВЛЯТЬСЯ С ДИФФЕРЕНЦИАЛАМИ И ИНТЕГРАЛАМИ, ДА?

ТАКЖЕ ИНОГДА МОЖНО СДЕЛАТЬ СЛЕДУЮЩУЮ ПОДСТАНОВКУ, КАК В УРАВНЕНИИ, КОТОРОЕ МЫ РАЗБИРАЛИ ВЫШЕ.

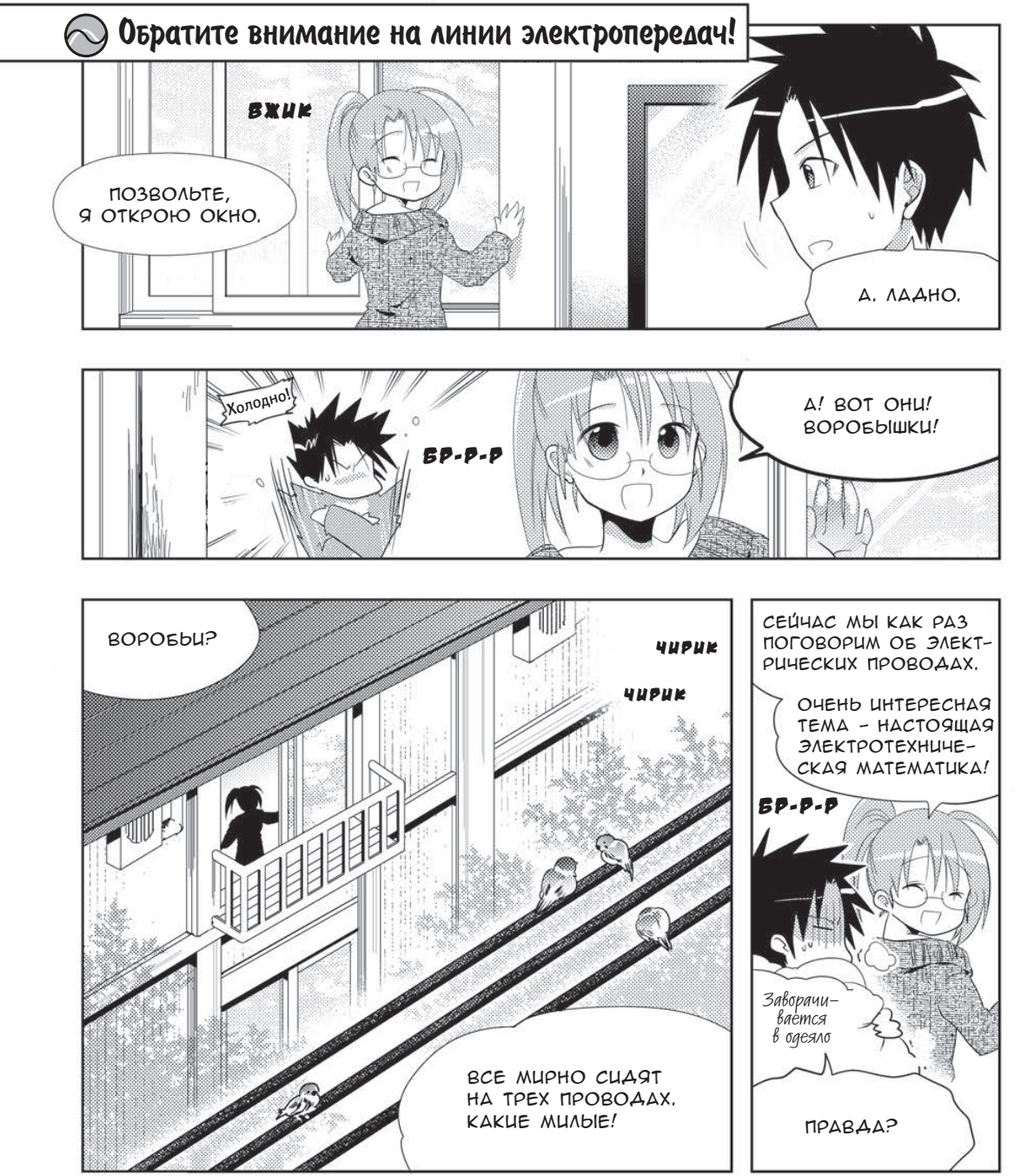
d/dt (дифференциал)	$\int dt$ (интеграл)
⇩	⇩
$j\omega$	$1/j\omega\ (=-j/\omega)$
	$\frac{1\times j}{j\omega\times j}=\frac{j}{j^2\omega}=-j/\omega$

ЗДЕСЬ МЫ УЧИТЫВАЕМ НЕ ТОЛЬКО СДВИГ ФАЗ, НО И ИХ ВЕЛИЧИНУ, ПОЭТОМУ ИСПОЛЬЗУЕМ ω. ИНОГДА "ДИФФЕРЕНЦИИРОВАТЬ" ЗНАЧИТ "ПОВЕРНУТЬ НА 90° И УМНОЖИТЬ АМПЛИТУДУ НА ω".

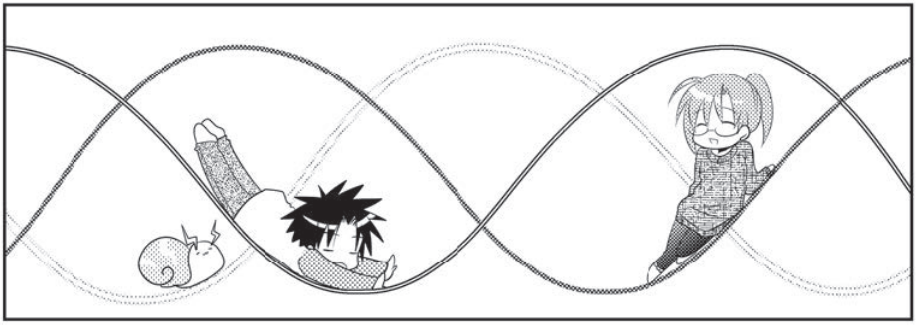
А... КАК БЫ ТО НИ БЫЛО, КОГДА ЕСТЬ СДВИГ ФАЗ – ИСПОЛЬЗУЕМ j И $-j$. ПОЛУЧАЕТСЯ, ЧТО ЕСЛИ В УРАВНЕНИЕ МОЖНО СДЕЛАТЬ ПОДСТАНОВКУ, ТО, ИСПОЛЬЗУЯ j И $-j$ $(=1/j)$, ЛЕГКО ПРОИЗВОДИТЬ ВЫЧИСЛЕНИЯ С ИНТЕГРАЛАМИ И ДИФФЕРЕНЦИАЛАМИ. ОЧЕНЬ УДОБНО!

4 Трехфазная цепь переменного тока

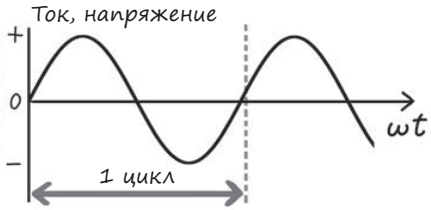
Обратите внимание на линии электропередач!



Однофазный и трехфазный переменный ток



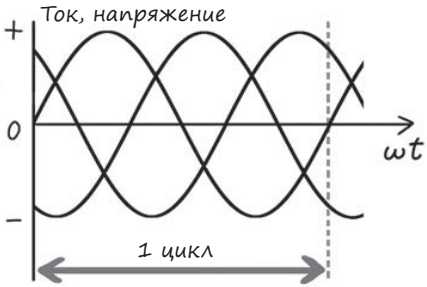
ПРЕЖДЕ ВСЕГО ДАВАЙТЕ РАССМОТРИМ ОДНОФАЗНЫЙ И ТРЕХФАЗНЫЙ ПЕРЕМЕННЫЙ ТОК. В ОБЫЧНОЙ ДОМАШНЕЙ РОЗЕТКЕ ОДНОФАЗНЫЙ ПЕРЕМЕННЫЙ ТОК, ТО ЕСТЬ ВОЛНОВОЙ ГРАФИК ДЛЯ НАПРЯЖЕНИЯ И ТОКА, СОВПАДАЕТ.



Волновой график однофазного переменного тока

УГУ-УГУ. ДО СИХ ПОР МЫ ИМЕННО ЭТО РАЗБИРАЛИ.

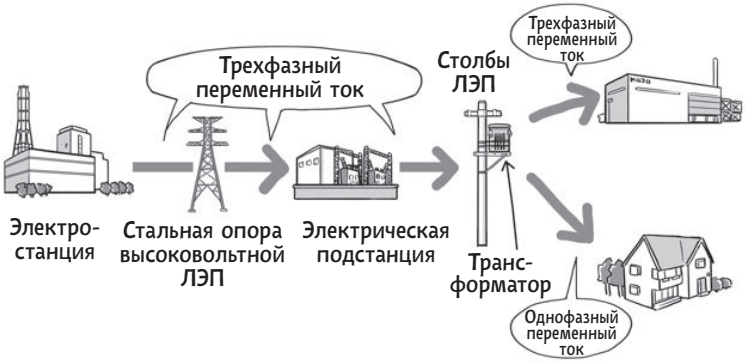
ОДНАКО В ПРОМЫШЛЕННЫХ ИСТОЧНИКАХ ПИТАНИЯ И СТОЛБАХ ЛЭП ПЕРЕМЕННЫЙ ТОК ТРЕХФАЗНЫЙ.



Волновой график трехфазного переменного тока

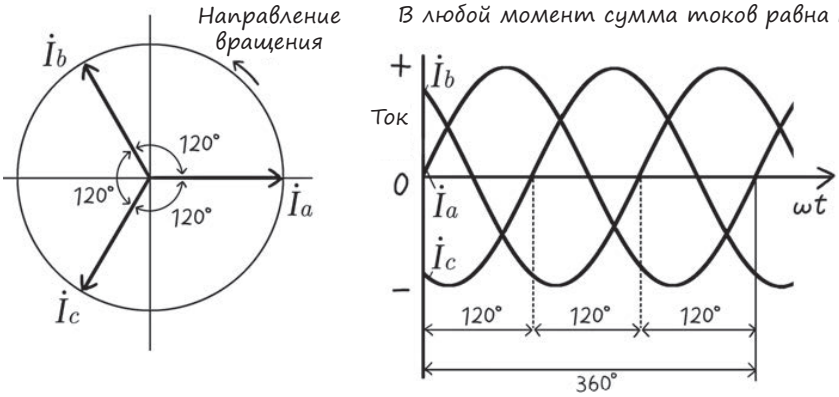
ЧТО? ЦЕЛЫХ ТРИ ВОЛНОВЫХ ГРАФИКА!

ТРЕХФАЗНЫЙ ПЕРЕМЕННЫЙ ТОК ПОЗВОЛЯЕТ ДОБИТЬСЯ БОЛЬШОЙ ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ ПРИ ПОДАЧЕ ЭЛЕКТРОЭНЕРГИИ. ТА ЭЛЕКТРОЭНЕРГИЯ, КОТОРАЯ ИДЕТ В ЖИЛЫЕ ДОМА, В ПРОЦЕССЕ ПЕРЕДАЧИ ТОЖЕ ПРЕДСТАВЛЯЕТ СОБОЙ ТРЕХФАЗНЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК. И ТОЛЬКО ТРАНСФОРМАТОРЫ, УСТАНОВЛЕННЫЕ НА СТОЛБАХ, ПРЕОБРАЗУЮТ ЕГО В ОДНОФАЗНЫЙ.



А! НА ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ СТОЛБЕ СВЕРХУ ЧТО-ТО УСТАНОВЛЕНО. ЗНАЧИТ, ЭТО И ЕСТЬ ТРАНСФОРМАТОР.

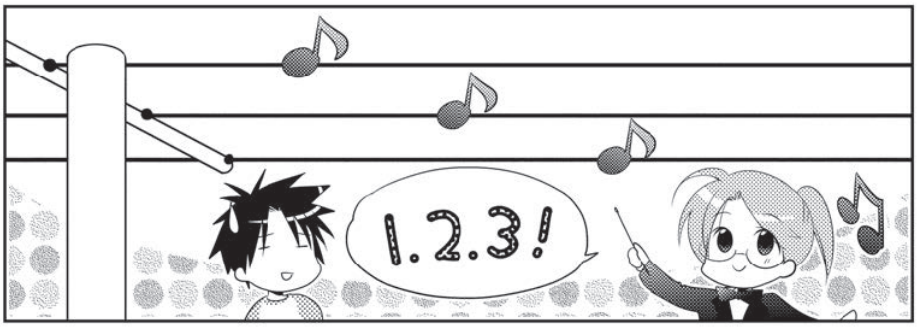
А ЕЩЕ ТАК ЖЕ, КАК ОДНОФАЗНЫЙ ПЕРЕМЕННЫЙ ТОК МОЖНО ПРЕДСТАВИТЬ В ВИДЕ ВРАЩАЮЩЕГОСЯ ВЕКТОРА, ТРЕХФАЗНЫЙ ПЕРЕМЕННЫЙ ТОК МОЖНО ПРЕДСТАВИТЬ В ВИДЕ ТРЕХ ВРАЩАЮЩИХСЯ ВЕКТОРОВ. ВОТ ЧТО ПОЛУЧИТСЯ, ЕСЛИ ИЗОБРАЗИТЬ ЭТИ ВЕКТОРЫ, ОБОЗНАЧЕННЫЕ НА ДИАГРАММЕ КАК $\dot{I}_a$, $\dot{I}_b$ И $\dot{I}_c$.



Представление трехфазного переменного тока в виде трех вращающихся векторов

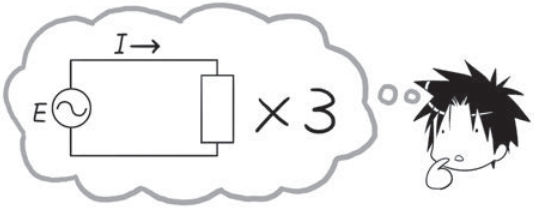
УГУ, УГУ. ПОТОМУ ЧТО СДВИГ ФАЗ МЕЖДУ ТОКАМИ СОСТАВЛЯЕТ 120°.

Схемы трехфазных цепей переменного тока

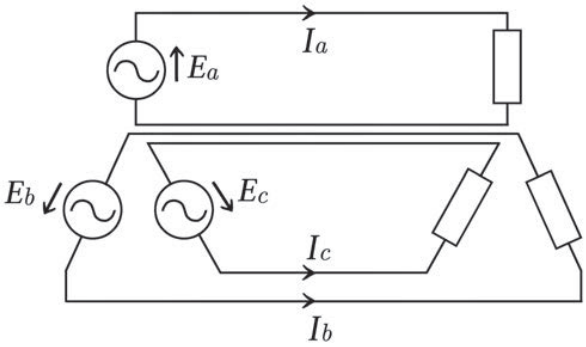


ИТАК, ТЕПЕРЬ ДАВАЙТЕ ПРЕДСТАВИМ СХЕМУ ТРЕХФАЗНОЙ ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА. КАК ВЫ ДУМАЕТЕ, КАК ОНА БУДЕТ ВЫГЛЯДЕТЬ?

НУ. ВОТ СХЕМА ОДНОФАЗНОЙ ЦЕПИ. ЗНАЧИТ, ДЛЯ ТРЕХФАЗНОЙ ЕЩЕ НУЖНО ПОВТОРИТЬ ТРИЖДЫ.

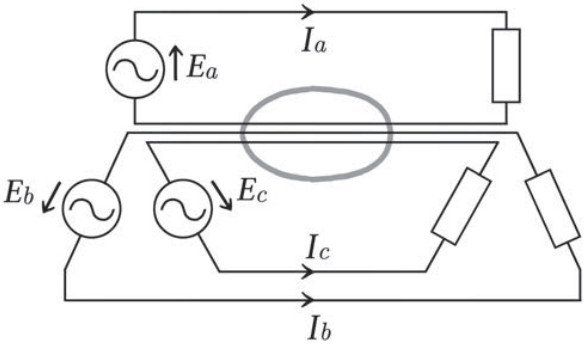


В ЦЕЛОМ ТАК И ЕСТЬ. ДАВАЙТЕ И ПРАВДА ПОПРОБУЕМ СОВМЕСТИТЬ ТРИ ОДНОФАЗНЫЕ ЦЕПИ В ОДНУ.



О, НИЧЕГО СЕБЕ! КАК МНОГО ПРОВОДОВ!

ДА, МНОГО. НО НА САМОМ ДЕЛЕ ИХ КОЛИЧЕСТВО МОЖНО СОКРАТИТЬ! ВО-ПЕРВЫХ, МОЖНО ПРЕВРАТИТЬ ТРИ ПРОВОДА, ИЗОБРАЖЕНИЕ КОТОРЫХ ОБВЕДЕНО КРУЖКОМ, В ОДИН.



ТОКИ $\dot{I}_a$, $\dot{I}_b$ И $\dot{I}_c$ ОДИНАКОВЫ, А ФАЗЫ СДВИНУТЫ ОТНОСИТЕЛЬНО ДРУГ ДРУГА, ПОЭТОМУ НИЧТО НЕ МЕШАЕТ СОВМЕСТИТЬ ТРИ ПРОВОДА В ОДИН.

УГУ-УГУ.
ТОГДА ПРОВОДОВ ОСТАНЕТСЯ ВСЕГО ЧЕТЫРЕ – КАК НА СХЕМЕ НИЖЕ!

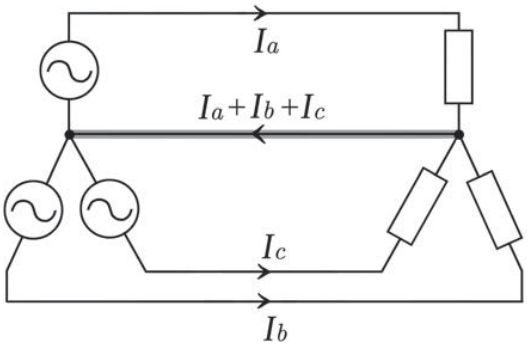


Схема после объединения проводов

ДА! НО СХЕМУ МОЖНО ЕЩЕ БОЛЬШЕ УПРОСТИТЬ. НА САМОМ ДЕЛЕ ЭТОТ ОДИН ОБЪЕДИНЕННЫЙ ПРОВОД МОЖНО УБРАТЬ СОВСЕМ!

ЧТО? УПРОСТИТЬ ЕЩЕ БОЛЬШЕ?

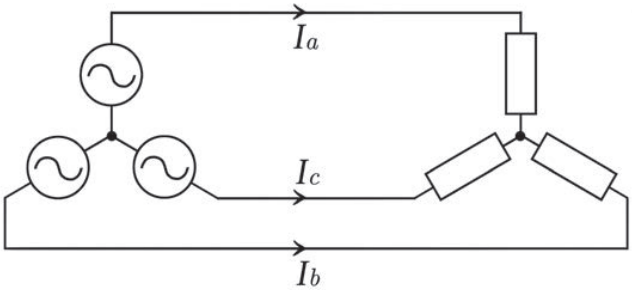


Схема трехфазной цепи переменного тока

ВОТ, ГОТОВО! ЭТО СХЕМА ТРЕХФАЗНОЙ ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА. ЭТИ ТРИ ПРОВОДА – ТЕ ЖЕ САМЫЕ ТРИ ПРОВОДА, КОТОРЫЕ МОЖНО УВИДЕТЬ НА СТОЛБЕ ЛЭП.

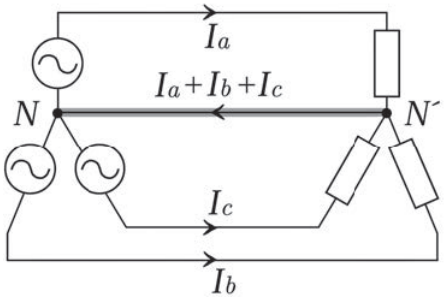
А. И ПРАВДА, НА СТОЛБЕ ВЕДЬ ТРИ ПРОВОДА. НО НИЧЕГО, ЧТО МЫ ТАК УПРОСТИЛИ СХЕМУ? ЕСЛИ ПЕРЕСТАРАТЬСЯ И УБРАТЬ ЛИШНЕЕ, ПОТОМ ВЕДЬ МОГУТ БЫТЬ ПРОБЛЕМЫ.

НЕ БЕСПОКОЙТЕСЬ! С ТОЧКИ ЗРЕНИЯ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКОЙ МАТЕМАТИКИ НИКАКИХ ПРОБЛЕМ НЕТ. ПОМНИТЕ, НА СХЕМЕ ПОСЛЕ ОБЪЕДИНЕНИЯ ПРОВОДОВ (СМ. С. 184) СУММА ТОКОВ $\dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c$ В ПРОВОДАХ РАВНЯЛАСЬ 0.

А! ТО ЕСТЬ В ЭТОЙ ЧАСТИ СХЕМЫ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК НЕ ТЕЧЕТ? ТОГДА, КОНЕЧНО, И ПРОВОДА НЕ НУЖНЫ. НО НЕУЖЕЛИ СУММА ТОКОВ И ПРАВДА РАВНА НУЛЮ? ТРУДНО ПОВЕРИТЬ.

ДА-ДА, ПОВЕРИТЬ ТРУДНО. НО ЭТО МОЖНО ЛЕГКО ДОКАЗАТЬ ВЫЧИСЛЕНИЯМИ. ДАВАЙТЕ ПОПРОБУЕМ РЕШИТЬ ЭТУ ЗАДАЧКУ!

Задача Докажем, что сумма токов будет равна нулю!



Докажем, что ток между точками N и N' на схеме трехфазной цепи переменного тока выше равняется нулю.

Обсуждение

Как вы помните, сдвиг фаз в трехфазной цепи переменного тока составлял 120° (см. стр. 182) . Если представить 120° в виде радианной меры и применить экспоненту, то вот как будут выглядеть эти три тока.

Если выразить

$$\dot{A} = A\varepsilon^{j\theta}$$

через экспоненту:

$$\dot{I}_a = |I|$$

120°

$$\dot{I}_b = |I|\varepsilon^{j\frac{2}{3}\pi}$$

и еще 120°

$$\dot{I}_c = |I|\varepsilon^{j\frac{4}{3}\pi}$$

Также для этой задачи очень важна формула Эйлера. При вычислениях попробуйте воспользоваться таблицей, приведенной ниже.

θ	120°	135°	150°	180°	210°	225°	240°	270°	300°	315°	330°	360°
радиан	$\frac{2}{3}\pi$	$\frac{3}{4}\pi$	$\frac{5}{6}\pi$	π	$\frac{7}{6}\pi$	$\frac{5}{4}\pi$	$\frac{4}{3}\pi$	$\frac{3}{2}\pi$	$\frac{5}{3}\pi$	$\frac{21}{12}\pi$	$\frac{11}{6}\pi$	2π
$\sin\theta$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{1}{2}$	0
$\cos\theta$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1

A. Решение

Ток между точками N и N':

$$
\begin{aligned}
I_{NN'} &= I_a + I_b + I_c \\
&= |I| + |I|\varepsilon^{j\frac{2}{3}\pi} + |I|\varepsilon^{j\frac{4}{3}\pi} \\
&= |I|\{1 + \varepsilon^{j\frac{2}{3}\pi} + \varepsilon^{j\frac{4}{3}\pi}\}
\end{aligned}
$$

Рассмотрим эту часть!

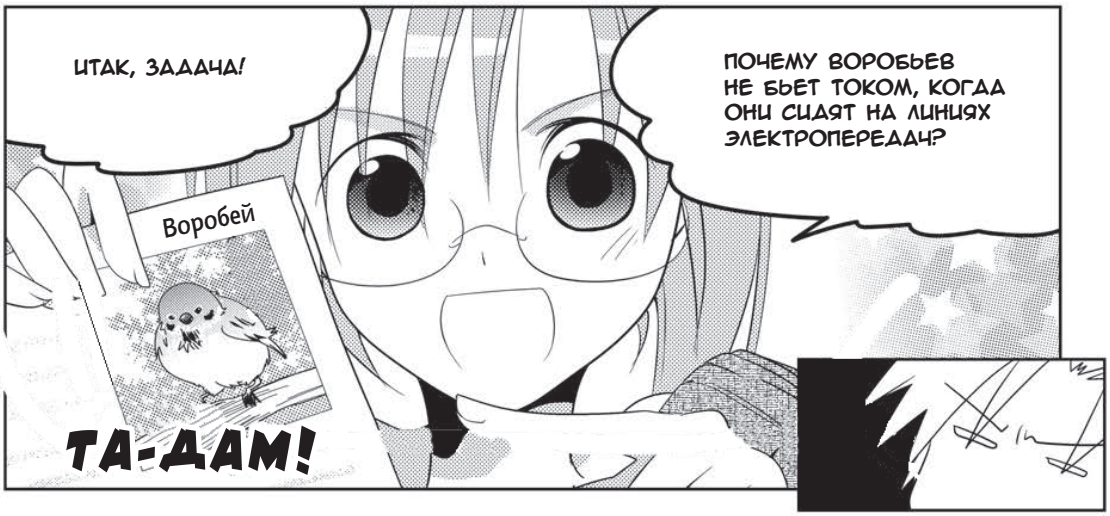
Воспользовавшись формулой Эйлера $\varepsilon^{j\theta} = \cos\theta + j\sin\theta$, получим

$$
\begin{aligned}
\varepsilon^{j\frac{2}{3}\pi} &= \cos\overset{120^\circ}{\boxed{\frac{2}{3}\pi}} + j\sin\overset{120^\circ}{\boxed{\frac{2}{3}\pi}} \\
&= -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \\
\varepsilon^{j\frac{4}{3}\pi} &= \cos\overset{240^\circ}{\boxed{\frac{4}{3}\pi}} + j\sin\overset{240^\circ}{\boxed{\frac{4}{3}\pi}} \\
&= -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}
\end{aligned}
$$

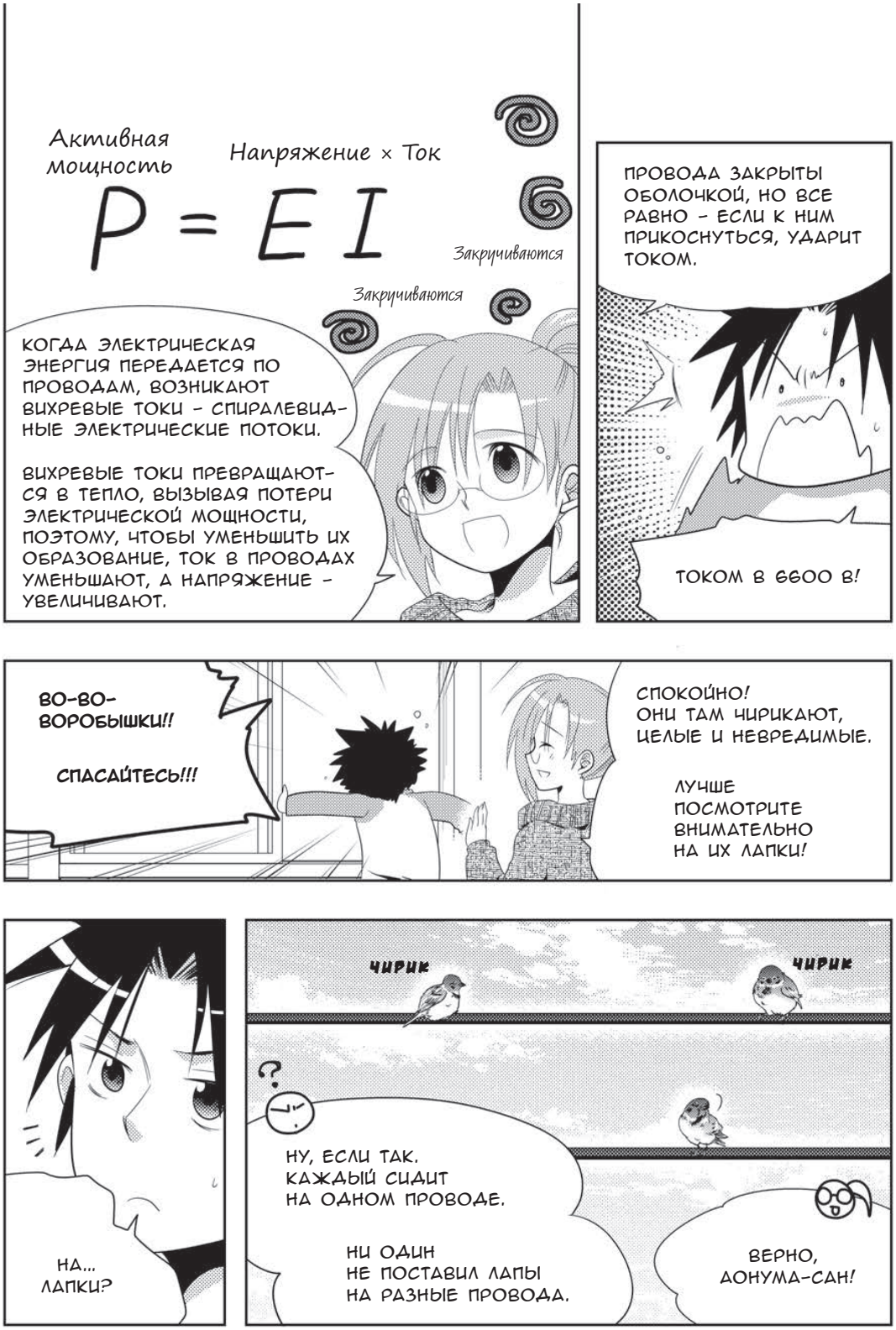
$$
\begin{aligned}
&= |I|\left\{1 + \left(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right\} \\
&= 0
\end{aligned}
$$

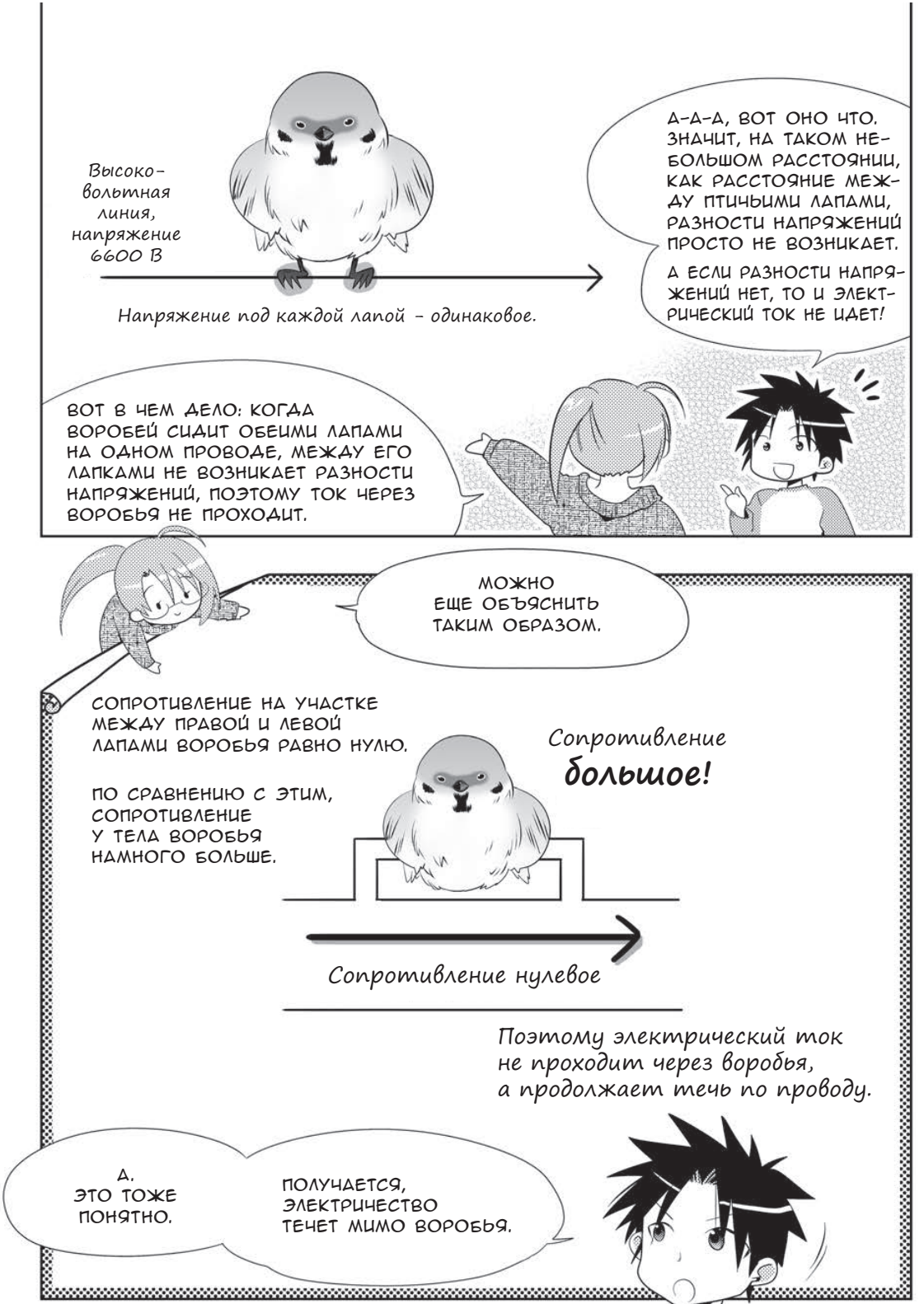
О, и правда – мы доказали то, что собирались! Значит, один провод нам не нужен. Тогда остается всего три провода – как на столбе линии электропередач.

Почему воробьев не бьет током?

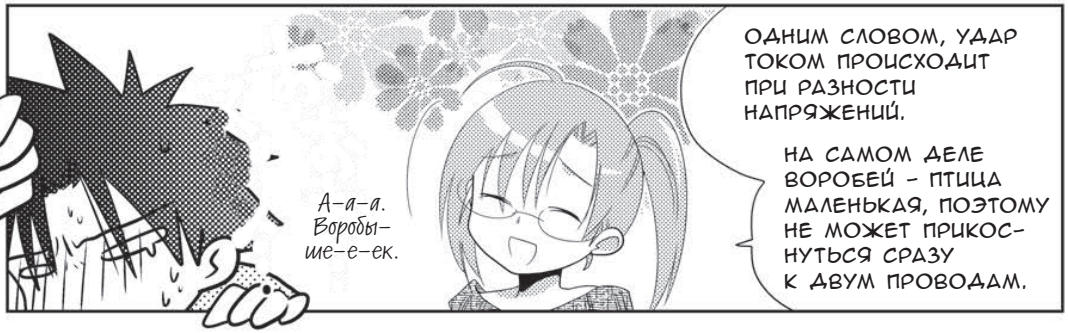


* Применительно к переменному току высоковольтными называются линии с напряжением 600 В и выше.

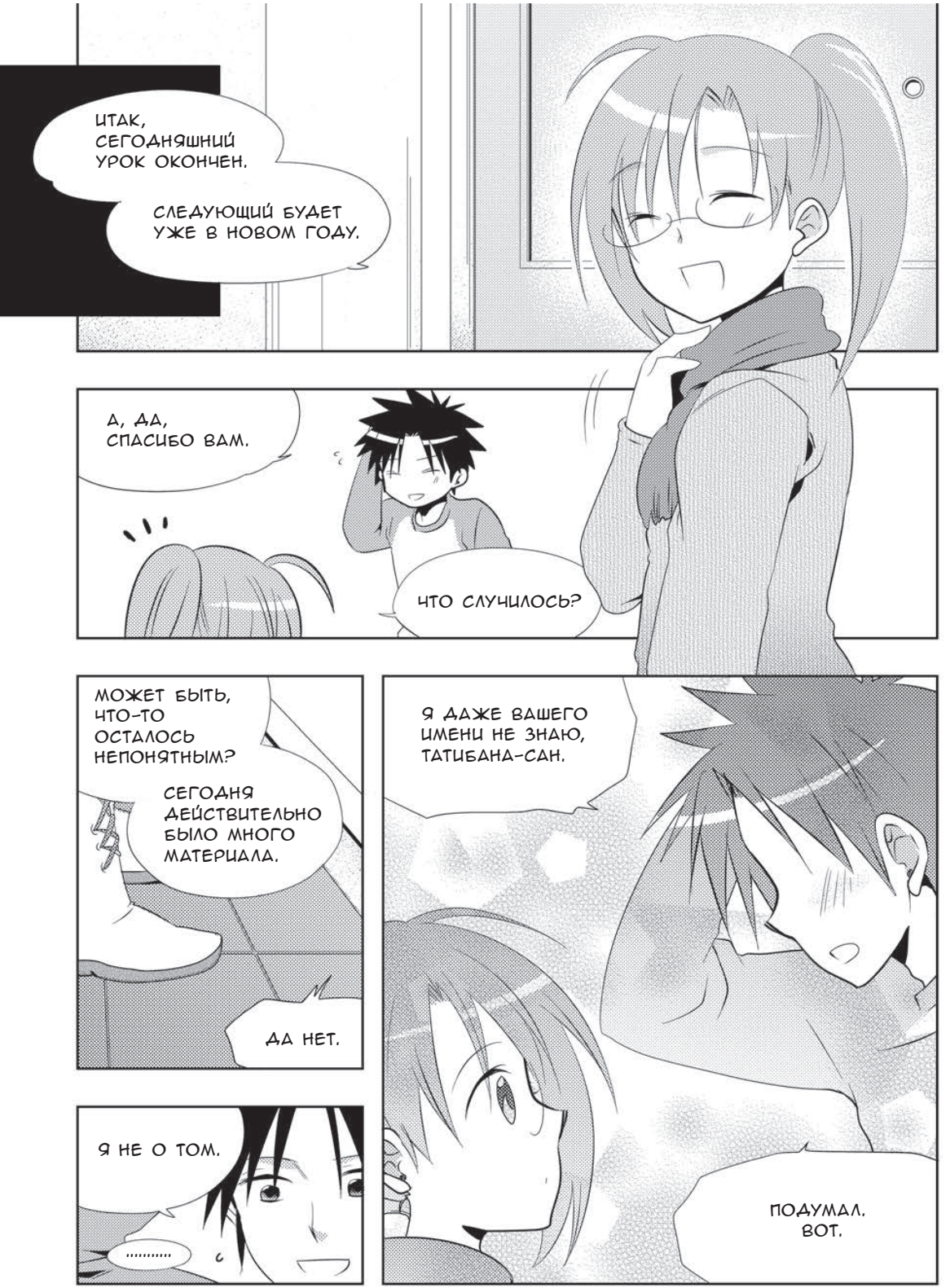

Активная мощность
Напряжение × Ток
P = EI
Закручиваются
Закручиваются
КОГДА ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ЭНЕРГИЯ ПЕРЕДАЕТСЯ ПО ПРОВОДАМ, ВОЗНИКАЮТ ВИХРЕВЫЕ ТОКИ – СПИРАЛЕВИДНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ПОТОКИ.
ВИХРЕВЫЕ ТОКИ ПРЕВРАЩАЮТСЯ В ТЕПЛО, ВЫЗЫВАЯ ПОТЕРИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ МОЩНОСТИ, ПОЭТОМУ, ЧТОБЫ УМЕНЬШИТЬ ИХ ОБРАЗОВАНИЕ, ТОК В ПРОВОДАХ УМЕНЬШАЮТ, А НАПРЯЖЕНИЕ – УВЕЛИЧИВАЮТ.
ПРОВОДА ЗАКРЫТЫ ОБОЛОЧКОЙ, НО ВСЕ РАВНО – ЕСЛИ К НИМ ПРИКОСНУТЬСЯ, УДАРИТ ТОКОМ.
ТОКОМ В 6600 В!
ВО-ВО-ВОРОБЫШКИ!!
СПАСАЙТЕСЬ!!!
СПОКОЙНО! ОНИ ТАМ ЧИРИКАЮТ, ЦЕЛЫЕ И НЕВРЕДИМЫЕ.
ЛУЧШЕ ПОСМОТРИТЕ ВНИМАТЕЛЬНО НА ИХ ЛАПКИ!
НА... ЛАПКИ?
ЧИРИК
ЧИРИК
НУ, ЕСЛИ ТАК. КАЖДЫЙ СИДИТ НА ОДНОМ ПРОВОДЕ.
НИ ОДИН НЕ ПОСТАВИЛ ЛАПЫ НА РАЗНЫЕ ПРОВОДА.
ВЕРНО, АОНУМА-САН!

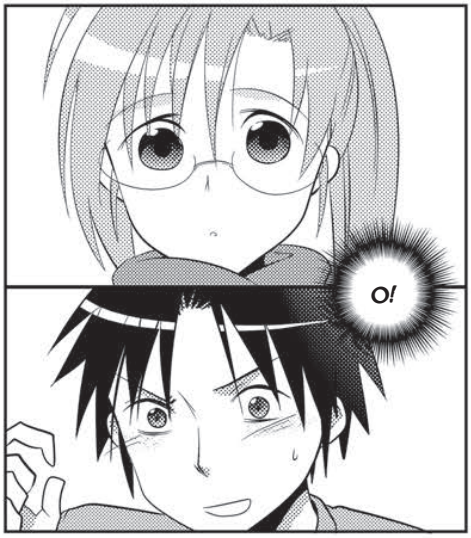


* Очень малыми разностью напряжений и сопротивлением можно пренебречь.

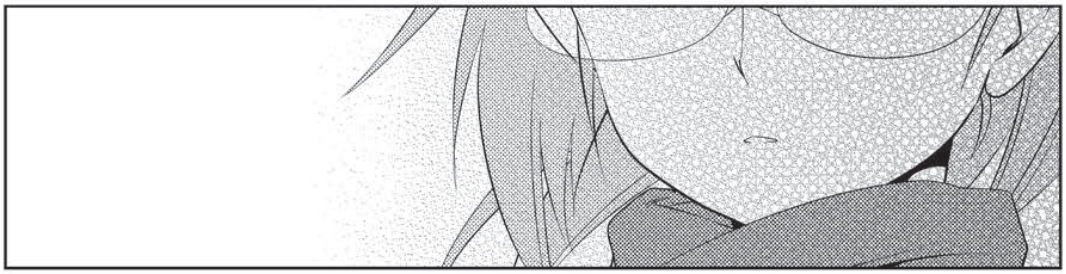


* Изолированные провода – это провода с изоляционной (то есть не обладающей электропроводностью) обмоткой вокруг проводящей электричество металлической части.


ИТАК, СЕГОДНЯШНИЙ УРОК ОКОНЧЕН.
СЛЕДУЮЩИЙ БУДЕТ УЖЕ В НОВОМ ГОДУ.
А, ДА, СПАСИБО ВАМ.
ЧТО СЛУЧИЛОСЬ?
МОЖЕТ БЫТЬ, ЧТО-ТО ОСТАЛОСЬ НЕПОНЯТНЫМ?
СЕГОДНЯ ДЕЙСТВИТЕЛЬНО БЫЛО МНОГО МАТЕРИАЛА.
ДА НЕТ.
Я НЕ О ТОМ.
.....
Я ДАЖЕ ВАШЕГО ИМЕНИ НЕ ЗНАЮ, ТАТИБАНА-САН.
ПОДУМАЛ, ВОТ.


О!

ЧТО Я ТАКОЕ ГОВОРЮ!!
ПРО... ПРОСТИ... ПРОСТИТЕ!! Я НЕ ХОТЕЛ!
Я, КОНЕЧНО, ДУМАЛ ПРО ЭТО, НО ЗАЧЕМ ЖЕ ВСЛУХ-ТО!!
Я НИЧЕГО НЕ ИМЕЛ В ВИДУ, ПРОСТО В ГОЛОВУ ПРИШЛО.



ДА?
НУ ЧТО Ж. УВИДИМСЯ В ПАРКЕ В НОВОМ ГОДУ.
С НАСТУПАЮЩИМ!
ДА! С НАСТУПАЮЩИМ!!

ХМ. ИНТЕРЕСНО, ЧТО ОНА ПОДУМАЛА? "С ЧЕГО ЭТО ОН ВДРУГ СТАЛ ФАМИЛЬЯРНИЧАТЬ"?

ПЕРВЫЙ РАЗ ВИДЕЛ ТАТИБАНА-САН ТАКОЙ ГРУСТНОЙ.

А-А-А.
НЕУЖЕЛИ Я ВСЁ ИСПОРТИЛ?

Глава 5

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ НА ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ С ПОМОЩЬЮ РАВЕНСТВ И НЕРАВЕНСТВ

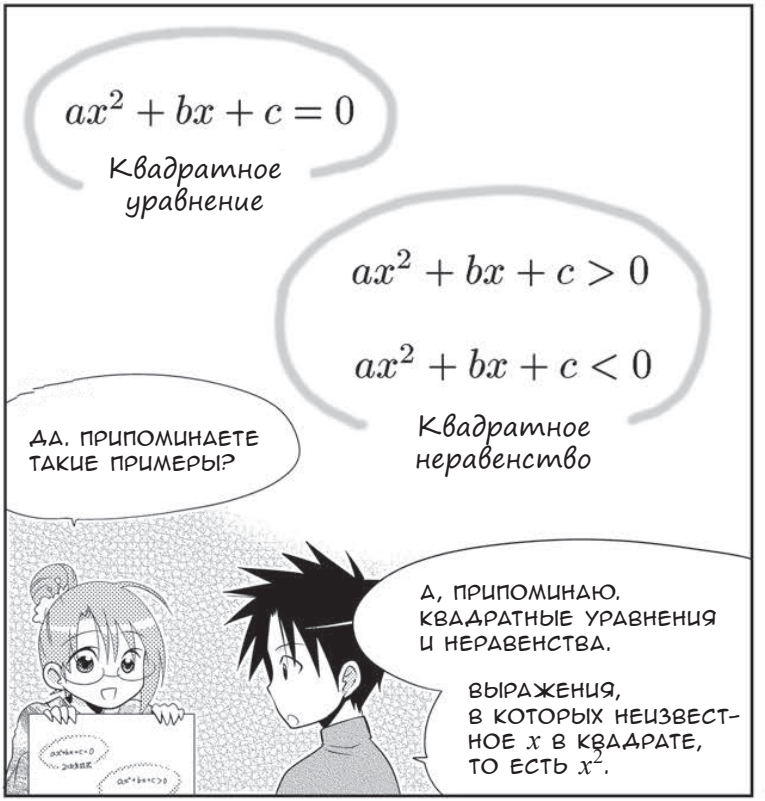
(ЧАСТЬ 2. ПЕРЕМЕННЫЙ ТОК)

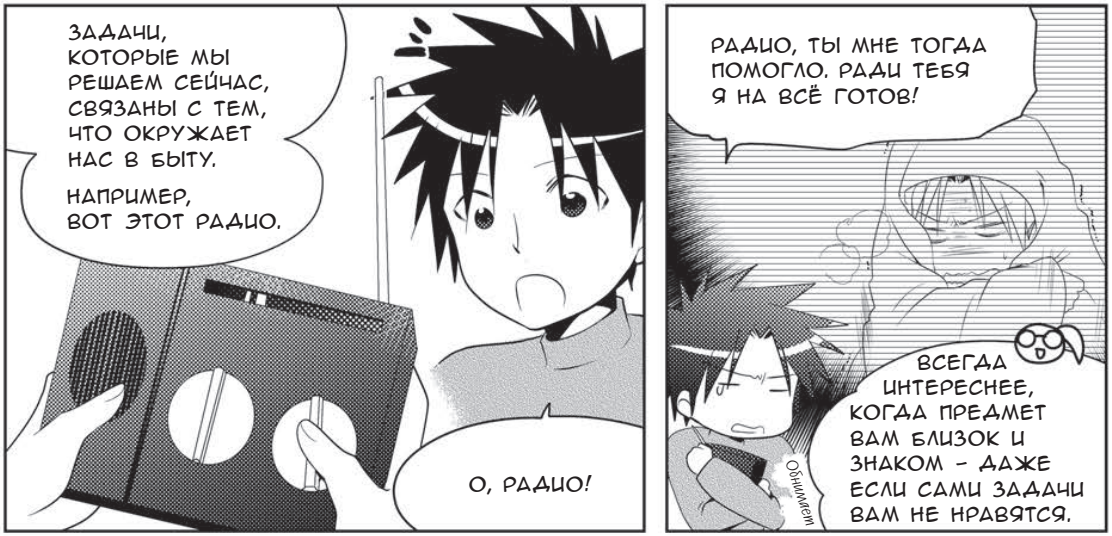
3 января
МУЗЕЙ ЭЛЕКТРОЭНЕР
ОХ.
НОВОГОДНИЕ ПРАЗДНИКИ ПРОЛЕТЕЛИ В МГНОВЕНИЕ ОКА.
БР-Р-Р
МЫ, КОНЕЧНО, ДОГОВАРИВАЛИСЬ, НО ПРИДЕТ ЛИ ТАТИБАНА-САН?
МЫ С НЕЙ ТАК НЕХОРОШО РАССТАЛИСЬ ПЕРЕД НОВЫМ ГОДОМ.
ОНА ВЕДЬ ВСЁ ЭТО ДЕЛАЕТ БЕСПЛАТНО, ПО ДОБРОТЕ ДУШЕВНОЙ. ТАК ЧТО ИМЕЕТ ПОЛНОЕ ПРАВО ОТКАЗАТЬСЯ.
ЕСЛИ НЕ ПРИДЕТ – ТАК ТОМУ И БЫТЬ.
ДОНУМА-САН!
Вздыхает
!!!

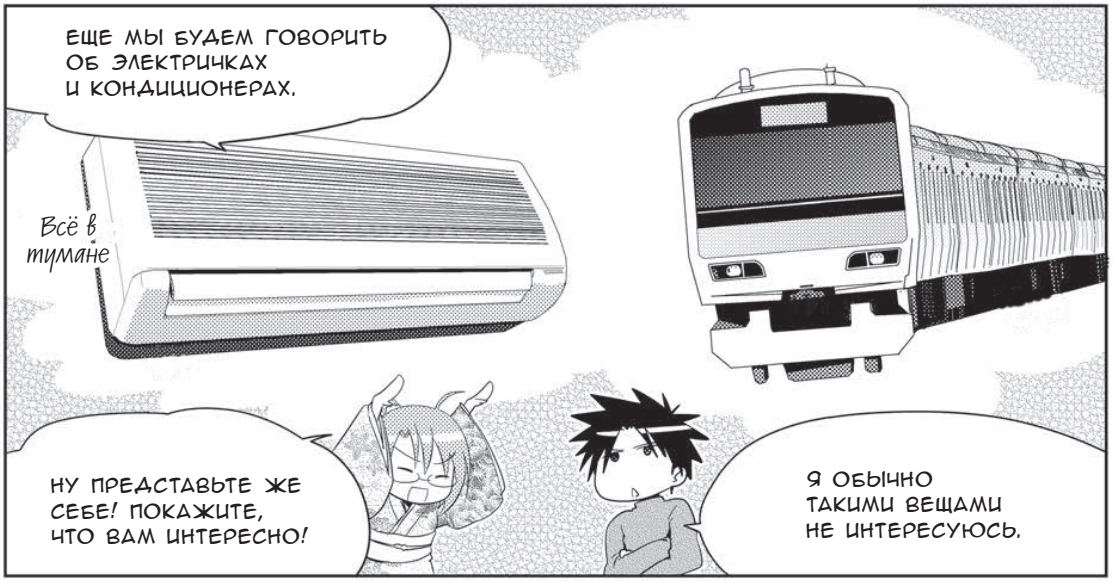
ЭТО... ТУТ...
С НАСТУПИВШИМ НОВЫМ ГОДОМ ВАС!
МАМА УВИДЕЛА, ЧТО Я СОБИРАЮСЬ НА УЛИЦУ СЕГОДНЯ, И БУКВАЛЬНО ЗАСТАВИЛА МЕНЯ ЭТО НАДЕТЬ! ПРЯМО СИЛОЙ!
Я, НАВЕРНОЕ, СЛИШКОМ НЕСЕРЬЕЗНО В КИМОНО ВЫГЛЯЖУ. ПРОСТИТЕ!
Засмотрелся
И ПОЭТОМУ В ТАКОМ ВИДЕ НЕУДОБНО НА УЛИЦЕ ЗАНИМАТЬСЯ. ТАК ЧТО Я ХОТЕЛА СНОВА НАПРОСИТЬСЯ К ВАМ ДОМОЙ.
АОНУМА-САН?
ого!
А, НЕТ.
ТО ЕСТЬ ДА.
ТАТИБАНА-САН ТАКАЯ ЖЕ, КАК ВСЕГДА.
УРА!
А ЕЩЕ ОНА ТАКАЯ КРАСИВАЯ СЕГОДНЯ!
КОНЕЧНО-КОНЕЧНО! БУДУ РАД! ИДЕМТЕ!
ПРОСТИТЕ ЗА БЕСПОКОЙСТВО!

1 Решение квадратных уравнений и неравенств

Квадратные уравнения и неравенства




ЗАДАЧИ, КОТОРЫЕ МЫ РЕШАЕМ СЕЙЧАС, СВЯЗАНЫ С ТЕМ, ЧТО ОКРУЖАЕТ НАС В БЫТУ.
НАПРИМЕР, ВОТ ЭТОТ РАДИО.
О, РАДИО!
РАДИО, ТЫ МНЕ ТОГДА ПОМОГЛО. РАДИ ТЕБЯ Я НА ВСЁ ГОТОВ!
ВСЕГДА ИНТЕРЕСНЕЕ, КОГДА ПРЕДМЕТ ВАМ БЛИЗОК И ЗНАКОМ – ДАЖЕ ЕСЛИ САМИ ЗАДАЧИ ВАМ НЕ НРАВЯТСЯ.
Обнимает


ЕЩЕ МЫ БУДЕМ ГОВОРИТЬ ОБ ЭЛЕКТРИЧКАХ И КОНДИЦИОНЕРАХ.
Всё в тумане
НУ ПРЕДСТАВЬТЕ ЖЕ СЕБЕ! ПОКАЖИТЕ, ЧТО ВАМ ИНТЕРЕСНО!
Я ОБЫЧНО ТАКИМИ ВЕЩАМИ НЕ ИНТЕРЕСУЮСЬ.

А! ПОНЯЛ! ЭЛЕКТРИЧКА-ТО ТОЖЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ!
ПОЭТОМУ ОНА ЭЛЕКТРИЧКОЙ И НАЗЫВАЕТСЯ!
Это даже ребёнок, наверное, знает!
Ужасно!
АОНУМА-САН. ВСЕ-ТАКИ ЛУЧШЕ БЫ ВАМ ИНТЕРЕСОВАТЬСЯ ОКРУЖАЮЩИМ ЧУТЬ ПОБОЛЬШЕ.

Формула для решения

ИТАК, ДАВАЙТЕ СНАЧАЛА ВСПОМНИМ, КАК РЕШАТЬ КВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ. ВОТ КАК БУДЕТ ВЫГЛЯДЕТЬ ФОРМУЛА ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЭТОГО УРАВНЕНИЯ:

Формула решения

$$ax^2 + bx + c = 0 \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

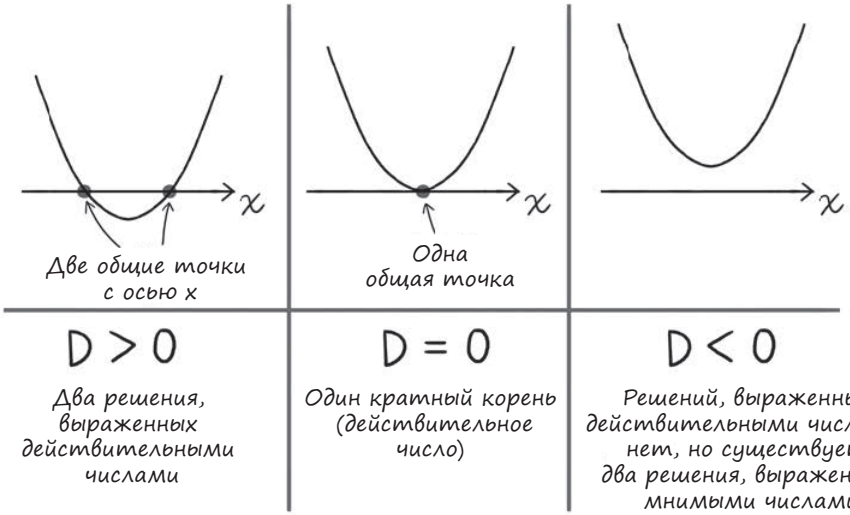
А, ПОМНЮ, КАК МЕНЯ ЗАСТАВЛЯЛИ ТАКОЕ УЧИТЬ НАИЗУСТЬ.

САМОЕ ВАЖНОЕ ЗДЕСЬ – ПОД ЗНАКОМ КОРНЯ!

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Дискриминант D

ДИСКРИМИНАНТ D РАВЕН $b^2 - 4ac$.
ИСХОДЯ ИЗ ЗНАЧЕНИЯ D, МОЖНО ОПРЕДЕЛИТЬ КОЛИЧЕСТВО РЕШЕНИЙ КВАДРАТНОГО УРАВНЕНИЯ. КАК КОЛИЧЕСТВО РЕШЕНИЙ СВЯЗАНО С ДИСКРИМИНАНТОМ, ВИДНО НА ДИАГРАММЕ НИЖЕ.



ПОНЯТНО. КОГДА $b^2 - 4ac < 0$, ТО ЕСТЬ ПОДКОРЕННОЕ ВЫРАЖЕНИЕ ИМЕЕТ ОТРИЦАТЕЛЬНОЕ ЗНАЧЕНИЕ, РЕШЕНИЕ ЯВЛЯЕТСЯ МНИМЫМ ЧИСЛОМ. А ПОСКОЛЬКУ В ФОРМУЛЕ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЕСТЬ ПЛЮС И МИНУС, ТО РЕШЕНИЙ ПОЛУЧАЕТСЯ ДВА.

ВЕРНО! САМО ПОНЯТИЕ МНИМЫХ ЧИСЕЛ ПОЯВИЛОСЬ ПОТОМУ, ЧТО ДИСКРИМИНАНТ $D < 0$ ДЛЯ КВАДРАТНОГО УРАВНЕНИЯ ДОЛЖЕН ДАВАТЬ НЕКИЕ ДВА РЕШЕНИЯ (см. стр. 154). КРОМЕ ТОГО, ЕСЛИ $D < 0$, ТО РЕШЕНИЕ МОЖНО ПРЕДСТАВИТЬ В ВИДЕ КОМПЛЕКСНОГО ЧИСЛА:

$$x = \frac{-b \pm j\sqrt{4ac - b^2}}{2a} = \underbrace{-\frac{b}{2a}}_{\text{Действительная часть}} \pm \underbrace{j\frac{\sqrt{4ac - b^2}}{2a}}_{\text{Мнимая часть}}$$

ОГО! ЗНАЧИТ, ФОРМУЛУ РЕШЕНИЯ ТОЖЕ МОЖНО РАЗДЕЛИТЬ НА ДЕЙСТВИТЕЛЬНУЮ И МНИМУЮ ЧАСТИ.

ТЕПЕРЬ ДАВАЙТЕ ПОПРОБУЕМ РЕШИТЬ ОБЫЧНОЕ КВАДРАТНОЕ УРАВНЕНИЕ. ПРО РАЗЛОЖЕНИЕ НА МНОЖИТЕЛИ Я ЕЩЕ ОБЪЯСНЮ.

Упражнения Математический пример

Решите уравнение $x^2 + 3x + 2 = 0$
Решение:
Левая часть поддается разложению на множители, поэтому давайте разложим ее для поиска решения:

$(x + 2)(x + 1) = 0$

Следовательно, уравнение будет решено, если удовлетворить одно из двух условий: $x + 2 = 0$ или $x + 1 = 0$.
Получаем решения: $x = -2$ и $x = -1$

Что касается квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$, то его разложить на множители трудно, поэтому следует решать другим способом, через формулу решения

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Разложение многочлена на множители

РАЗЛОЖЕНИЕ НА МНОЖИТЕЛИ. КАКИЕ-ТО У МЕНЯ НЕХОРОШИЕ ВОСПОМИНАНИЯ СВЯЗАНЫ С ЭТИМ ПОНЯТИЕМ.

СПОКОЙНО. СНАЧАЛА ДАВАЙТЕ ПОВТОРИМ, ЧТО ТАКОЕ РАЗЛОЖЕНИЕ НА МНОЖИТЕЛИ.

$$(x-2)(x-3) \underset{\text{Разложение на множители}}{\overset{\text{Расширение}}{\rightleftarrows}} x^2-5x+6$$

Множители

РАЗЛОЖЕНИЕМ НА МНОЖИТЕЛИ НАЗЫВАЕТСЯ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ИСХОДНОГО МНОГОЧЛЕНА В ВИДЕ ПРОИЗВЕДЕНИЯ ДВУХ ИЛИ БОЛЕЕ МНОГОЧЛЕНОВ. ЭТИ МНОГОЧЛЕНЫ ТАКЖЕ НАЗЫВАЮТСЯ МНОЖИТЕЛЯМИ.

А, ЗНАЧИТ, РАСКЛАДЫВАЕМ НА МНОЖИТЕЛИ – ПОЭТОМУ ТАК И НАЗЫВАЕТСЯ. А РАСШИРЕНИЕ – ЭТО ПРОСТО ОБРАТНОЕ РАЗЛОЖЕНИЮ ДЕЙСТВИЕ. ТОГДА БОЛЕЕ ИЛИ МЕНЕЕ ПОНЯТНО.

ДА, ПРАВДА ЖЕ? НИЖЕ ДАНЫ ВАЖНЫЕ ФОРМУЛЫ. ВНИМАТЕЛЬНО НА НИХ ПОСМОТРИТЕ, ЧТОБЫ ВСЁ ПОНЯТЬ.

Формулы разложения на множители

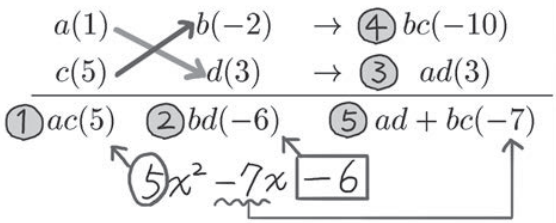
1. $ma + mb = m(a + b)$ ····· вынесение общего множителя за за скобки
2. $x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$ ···· в случае когда имеется сумма $(a + b)$ и произведение ab
3. $x^2 + 2ax + a^2 = (x + a)^2$ ····· если в выражении выше $a = b$
4. $x^2 - 2ax + a^2 = (x - a)^2$ ····· если a – отрицательное число
5. $x^2 - a^2 = (x + a)(x - a)$ ····· разница квадратов
6. $acx^2 + (ad + bc)x + bd = (ax + b)(cx + d)$ ···· обычное разложение на множители
7. $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$
8. $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

НУ ЧТО Ж, ТЕПЕРЬ ДАВАЙТЕ, НЕ ТЕРЯЯ ВРЕМЕНИ, РАЗЛОЖИМ МНОГОЧЛЕН НА МНОЖИТЕЛИ, ВОСПОЛЬЗОВАВШИСЬ ФОРМУЛОЙ (6).

Упражнения Математический пример

Разложите на множители $5x^2 - 7x - 6$

Согласно формуле (6) $ac = 5,\ \ ad + bc = -7,\ \ bd = -6$
Следовательно, необходимо найти значения a, b, c и d.



Порядок нахождения

1. Необходимы такие a и c, чтобы $ac = 5$.
2. Необходимы такие b и d, чтобы $bd = -6$.
3. С помощью перемножения крест-накрест находим ad.
4. С помощью перемножения крест-накрест находим bc.
5. Если $ad + bc = -7$, то ответ верный!

Таким образом, $a = 1$, $b = -2$, $c = 5$, $d = 3$,
следовательно, $5x^2 - 7x - 6 = (x - 2)(5x + 3)$.

УГУ. ВРОДЕ Я ПОНЯЛ ПРО РАЗЛОЖЕНИЕ НА МНОЖИТЕЛИ. НО ДЕЙСТВИТЕЛЬНО ЛИ ОНО НАМ ПРИГОДИТСЯ?

ПОСМОТРИМ. ПРИВЕДУ ПРОСТОЙ ПРИМЕР. ПОПРОБУЙТЕ В УМЕ УМНОЖИТЬ 61×59, ДОНУМА-САН. НУ КАК?

ЧТО? ДА ЭТО ЖЕ НЕВОЗМОЖНО!

ХИ-ХИ-ХИ. А ВЕДЬ ЭТО ФОРМУЛА (5), ИЗ ТЕХ, ПРО КОТОРЫЕ МЫ ГОВОРИЛИ! $x^2 - a^2 = (x + a)(x - a)$. ЕСЛИ ВОСПОЛЬЗОВАТЬСЯ ЕЙ, ТО ОТВЕТ НАЙДЕТСЯ СРАЗУ. $61\times59 = (60 + 1)(60 - 1) = 60\times60 - 1\times1 = 3600 - 1 = 3599$.
ЭТО МОЖНО ПОСЧИТАТЬ ДАЖЕ В УМЕ. ОЧЕНЬ ПРОСТО И УДОБНО.

О, И ПРАВДА! ЖАЛЬ, ЧТО Я НЕ СООБРАЗИЛ.

ЕСЛИ ВЫ ЗНАЕТЕ РАЗЛОЖЕНИЕ НА МНОЖИТЕЛИ, ТО МОЖЕТЕ ПРОИЗВОДИТЬ РАЗНЫЕ ОПЕРАЦИИ С МАТЕМАТИЧЕСКИМИ ВЫРАЖЕНИЯМИ. ВЫ И СМОТРЕТЬ НА НИХ БУДЕТЕ ПО-ДРУГОМУ, И ОБРАЩАТЬСЯ С НИМИ БУДЕТЕ ГОРАЗДО БОЛЕЕ УМЕЛО.

Решение системы неравенств

А ТЕПЕРЬ ДАВАЙТЕ ПОСМОТРИМ, КАК РЕШАТЬ СИСТЕМЫ НЕРАВЕНСТВ. РЕШЕНИЕМ БУДЕТ ОБЛАСТЬ ЗНАЧЕНИЙ, КОТОРАЯ УДОВЛЕТВОРЯЕТ ОБОИМ НЕРАВЕНСТВАМ ОДНОВРЕМЕННО. ЕСЛИ ТАКОЙ ОБЛАСТИ НЕ СУЩЕСТВУЕТ, ТО НЕ СУЩЕСТВУЕТ И РЕШЕНИЯ.

Математический пример

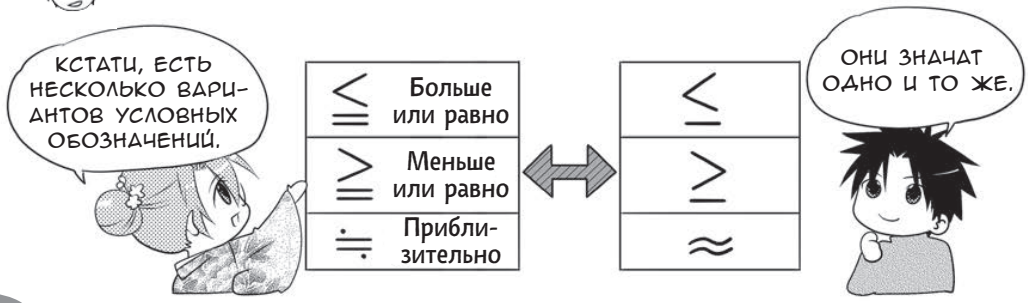
Решите неравенство $\begin{cases} 3x - 2 > 4 \\ x + 2 \leq 7 \end{cases}$

Верхнее неравенство $3x - 2 > 4$ можно преобразовать в $3x > 6$, а затем поделить обе части неравенства на 3, чтобы получить $x > 2$. Нижнее неравенство $x + 2 \leq 7$ преобразуем в $x \leq 5$. Следовательно, решением, удовлетворяющим обоим неравенствам, является $2 < x \leq 5$.

А, ВОТ ЭТО ВОТ – "УДОВЛЕТВОРЯТЬ ОБОИМ УСЛОВИЯМ" – ЭТО И В ЖИЗНИ ЧАСТО ВСТРЕЧАЕТСЯ. КОГДА ИЩУ КВАРТИРУ, ПРЕДЕЛЬНАЯ ПОМЕСЯЧНАЯ ОПЛАТА ДЛЯ МЕНЯ 50 ТЫС. ИЕН. ПРИ ЭТОМ ЦЕНЫ НА КВАРТИРЫ В ОСНОВНОМ НАЧИНАЮТСЯ С 20 ТЫС. ИЕН В МЕСЯЦ. ЗНАЧИТ, Я МОГУ СНЯТЬ КВАРТИРУ С АРЕНДНОЙ ПЛАТОЙ "БОЛЬШЕ 20 ТЫС., НО МЕНЬШЕ 50 ТЫС. ИЕН В МЕСЯЦ".

ДА-ДА. ИМЕННО ТАК ЭТО И РАБОТАЕТ. И ЕСЛИ ВЫЯСНИТСЯ, ЧТО ПРЕДЛОЖЕНИЙ ЗА СУММУ МЕНЬШЕ 60 ТЫС. ИЕН В МЕСЯЦ НЕТ, ТО, ЗНАЧИТ, ЭТА ЗАДАЧА НЕ ИМЕЕТ РЕШЕНИЙ – НЕТ КВАРТИР, КОТОРЫЕ ВЫ МОЖЕТЕ СНЯТЬ.

ДА, ТАКИХ ПРИМЕРОВ СКОЛЬКО УГОДНО.

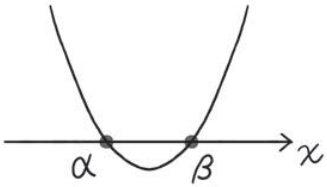


Решение квадратного неравенства

ТЕПЕРЬ ПОГОВОРИМ О РЕШЕНИИ КВАДРАТНЫХ НЕРАВЕНСТВ. ЧТОБЫ РЕШИТЬ КВАДРАТНОЕ НЕРАВЕНСТВО, ВАЖНО ПРЕДСТАВИТЬ СЕБЕ КВАДРАТНОЕ УРАВНЕНИЕ.

$$ax^2 + bx + c = 0$$

ДОПУСТИМ, ЧТО У ЭТОГО УРАВНЕНИЯ ЕСТЬ ДВА РЕШЕНИЯ, ВЫРАЖЕННЫХ ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫМИ ЧИСЛАМИ. НАЗОВЕМ ИХ α И β.



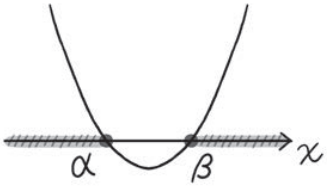
УГУ, УГУ. $\alpha < \beta$, ДА?

ВОТ КАКИМ В ЭТОМ СЛУЧАЕ БУДЕТ РЕШЕНИЕ ДЛЯ КВАДРАТНОГО НЕРАВЕНСТВА.

$ax^2 + bx + c > 0$

Решение:

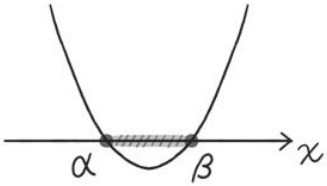
$x < \alpha, \ x > \beta$



$ax^2 + bx + c < 0$

Решение:

$\alpha < x < \beta$

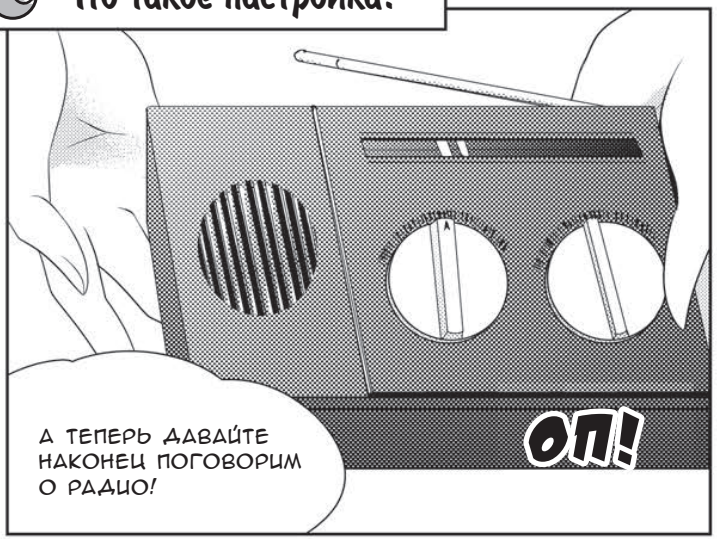


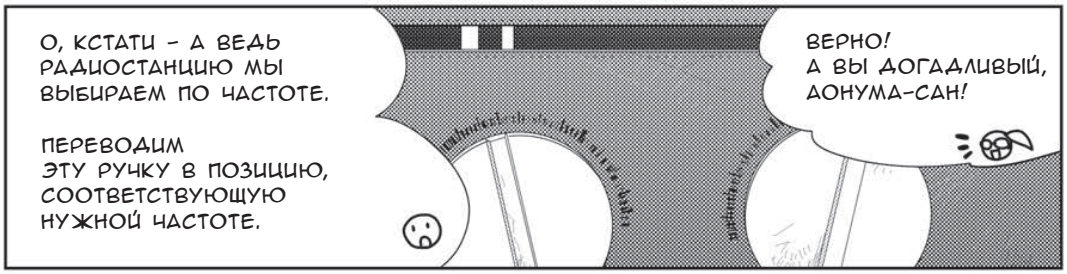
О, РЕШЕНИЕ МЕНЯЕТСЯ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ЗНАКА НЕРАВЕНСТВА.

ДА! ТАК ЧТО НУЖНО ОЧЕНЬ ВНИМАТЕЛЬНО СМОТРЕТЬ НА ТО, В КАКУЮ СТОРОНУ ЭТОТ ЗНАК НАПРАВЛЕН.

1 Задачи по электротехнической математике, касающиеся радио

Что такое настройка?





КАК ВЫ ЗНАЕТЕ, ПО РАДИО ВЕЩАЮТ РАЗЛИЧНЫЕ РАДИОСТАНЦИИ.

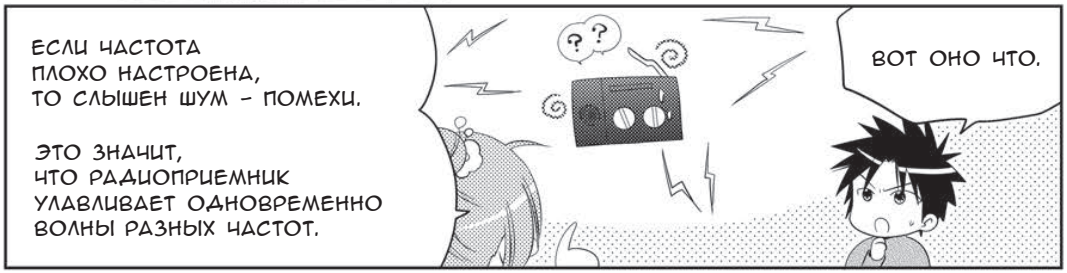
РАДИО – ЭТО СПОСОБ ПЕРЕДАЧИ ЗВУКА С ПОМОЩЬЮ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН.

А МЫ УЛАВЛИВАЕМ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ, КОТОРЫЕ ПЕРЕДАЕТ КАЖДАЯ ИЗ РАДИОСТАНЦИЙ, С ПОМОЩЬЮ НАШЕГО РАДИОПРИЕМНИКА.

Различные радиостанции и их частоты*

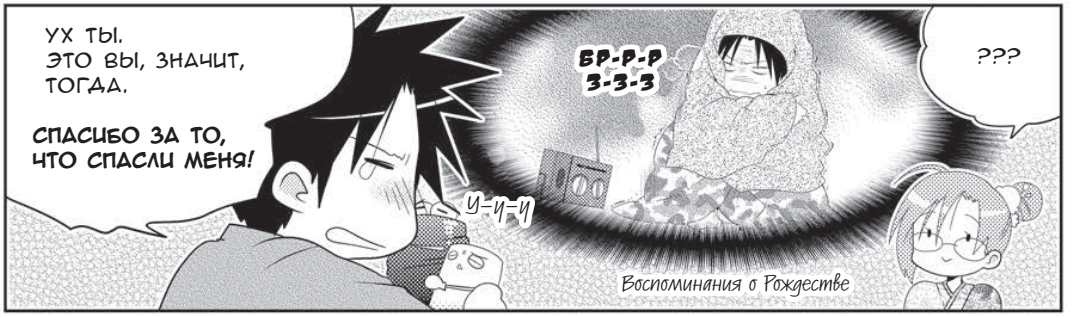
AM		FM	
Радио TBS	954KHz	Токио FM	80.0MHz
Культура	1134KHz	J-WAVE	81.3MHz
Ниппон	1242KHz	Inter FM	76.1MHz
NHK 1	594KHz	NHKFM東京	82.5MHz

* Для Токио и окрестностей.



ВЫБОР ПОТОКА ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН ОПРЕДЕЛЕННОЙ ЧАСТОТЫ – НАПРИМЕР, РАДИОВОЛН, – НАЗЫВАЕТСЯ НАСТРОЙКОЙ.
И ДЛЯ НАСТРОЙКИ НАМ НУЖНЫ...
ОП!
ОП!

О! СНОВА ОНИ.
КАТУШКА ИНДУКТИВНОСТИ И КОНДЕНСАТОР!
КОГДА ВЫ КРУТИЛИ РУЧКУ РЕГУЛЯТОРА, НАСТРАИВАЯ ЧАСТОТУ, ВНУТРИ РАДИОПРИЕМНИКА РАБОТАЛИ НАШИ СТАРЫЕ ЗНАКОМЫЕ – КАТУШКА ИНДУКТИВНОСТИ И КОНДЕНСАТОР.
НАСТРОЙКА ОСУЩЕСТВЛЯЕТСЯ ПУТЕМ СОВМЕСТНОЙ РАБОТЫ КАТУШКИ ИНДУКТИВНОСТИ И КОНДЕНСАТОРА!
ТА-ДА-А-АМ!


УХ ТЫ. ЭТО ВЫ, ЗНАЧИТ, ТОГДА.
СПАСИБО ЗА ТО, ЧТО СПАСЛИ МЕНЯ!
У-У-У
БР-Р-Р З-З-З
???
Воспоминания о Рождестве

Резонансная частота

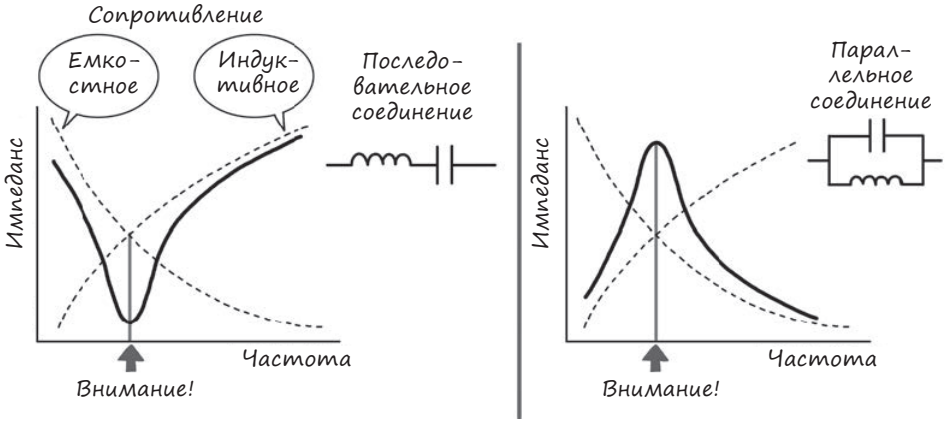
ДАВАЙТЕ РАССМОТРИМ БОЛЕЕ ПОДРОБНО МЕХАНИЗМ, КОТОРЫЙ СТОИТ ЗА ПОНЯТИЕМ "НАСТРОЙКА". ПРЕЖДЕ ВСЕГО ВСПОМНИТЕ ОСОБЕННОСТИ КАТУШКИ ИНДУКТИВНОСТИ И КОНДЕНСАТОРА.

ИНДУКТИВНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ (СОПРОТИВЛЕНИЕ КАТУШКИ ИНДУКТИВНОСТИ ПРИ ПЕРЕМЕННОМ ТОКЕ) ПРЯМО ПРОПОРЦИОНАЛЬНО ЧАСТОТЕ. ЕМКОСТНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ (СОПРОТИВЛЕНИЕ КОНДЕНСАТОРА ПРИ ПЕРЕМЕННОМ ТОКЕ) ОБРАТНО ПРОПОРЦИОНАЛЬНО ЧАСТОТЕ.
(См. стр. 120.)

А, ПРИПОМИНАЮ, МЫ ГОВОРИЛИ ОБ ЭТОМ. У НИХ ПРОТИВОПОЛОЖНЫЕ СВОЙСТВА.

ВОТ ЭТО ВАЖНО! БЛАГОДАРЯ ПРОТИВОПОЛОЖНЫМ СВОЙСТВАМ КАТУШКИ ИНДУКТИВНОСТИ И КОНДЕНСАТОРА МОЖНО, СОЕДИНИВ ИХ, ПОЛУЧИТЬ РЕЗОНАНСНУЮ ЦЕПЬ.

ПОСМОТРИТЕ НА ГРАФИКИ НИЖЕ. ЭТО ДИАГРАММЫ ИНДУКТИВНОГО И ЕМКОСТНОГО СОПРОТИВЛЕНИЙ, ИЗМЕНЯЮЩИХСЯ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ЧАСТОТЫ. ПРИ ПОСТЕПЕННОМ ИЗМЕНЕНИИ ЧАСТОТЫ В ОПРЕДЕЛЕННЫЙ МОМЕНТ, ПРИ ОПРЕДЕЛЕННОЙ ЧАСТОТЕ, ПРОИСХОДИТ ЗНАЧИТЕЛЬНОЕ ИЗМЕНЕНИЕ НА ГРАФИКЕ.



Резонансная цепь из катушки индуктивности и конденсатора (индуктивное сопротивление и емкостное сопротивление меняются в зависимости от частоты)

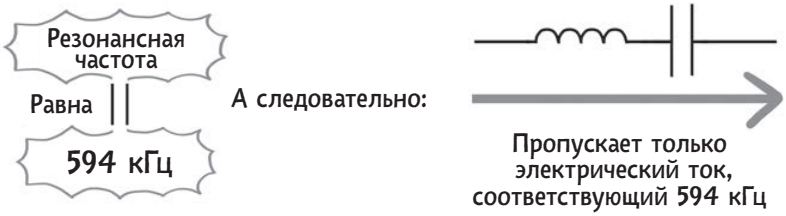
О! КРИВЫЕ ИНДУКТИВНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ И ЕМКОСТНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ ПЕРЕСЕКАЮТСЯ, И В ЭТОЙ ТОЧКЕ ЗНАЧЕНИЕ ИМПЕДАНСА РЕЗКО МЕНЯЕТСЯ.

ДА! ТОЧКА, ГДЕ ПРОИСХОДИТ ЭТО РЕЗКОЕ ИЗМЕНЕНИЕ, НАЗЫВАЕТСЯ ТОЧКОЙ РЕЗОНАНСА, А ЧАСТОТА В ЭТОЙ ТОЧКЕ НАЗЫВАЕТСЯ РЕЗОНАНСНОЙ ЧАСТОТОЙ.

ОБЪЯСНЮ НА ПРИМЕРЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОГО СОЕДИНЕНИЯ. ЧАСТОТА, ПРИ КОТОРОЙ ЗНАЧЕНИЕ ИМПЕДАНСА МИНИМАЛЬНО, ЯВЛЯЕТСЯ РЕЗОНАНСНОЙ ЧАСТОТОЙ.

ТА-А-АК. ЗНАЧИТ, ПРИ РЕЗОНАНСНОЙ ЧАСТОТЕ В ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОМ СОЕДИНЕНИИ ЗНАЧЕНИЕ ИМПЕДАНСА МИНИМАЛЬНО. СОГЛАСНО ЗАКОНУ ОМА, МОЖНО СКАЗАТЬ, ЧТО В ЭТОТ МОМЕНТ СИЛА ТОКА МАКСИМАЛЬНА.

СОВЕРШЕННО ВЕРНО! ВСПОМНИТЕ, КАК НАСТРАИВАЛИ РАДИОПРИЕМНИК НА НУЖНУЮ РАДИОСТАНЦИЮ. ДОПУСТИМ, ВЫ ХОТИТЕ ПОСЛУШАТЬ ПРОГРАММУ. НАПРИМЕР, РАДИОСТАНЦИИ NHK ТОКИО 1 НА ЧАСТОТЕ 594 КГЦ. ЗНАЧИТ, НУЖНО СДЕЛАТЬ ТАК, ЧТОБЫ ЭТА ЧАСТОТА (594 КГЦ) СТАЛА РЕЗОНАНСНОЙ ЧАСТОТОЙ!



СОПРОТИВЛЕНИЕ СТАНОВИТСЯ МИНИМАЛЬНЫМ, СИЛА ТОКА – МАКСИМАЛЬНОЙ, И МЫ ПОЛУЧАЕМ НУЖНУЮ ЧАСТОТУ. ОДНОВРЕМЕННО ДЛЯ ДРУГИХ ЧАСТОТ СОПРОТИВЛЕНИЕ ВОЗРАСТАЕТ, ЧТО ДАЕТ ВОЗМОЖНОСТЬ ИХ БЛОКИРОВАТЬ.

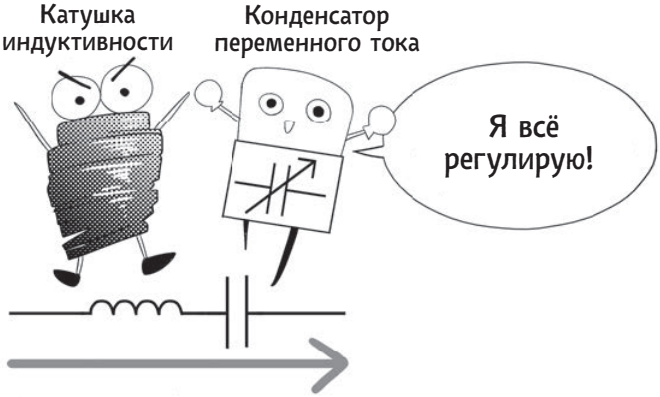
ПОНЯТНО! ЗНАЧИТ, ЭТО И ЕСТЬ НАСТРОЙКА – ВЫБОР ОПРЕДЕЛЕННОГО ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОТОКА. А РАБОТАЮТ ПРИ ЭТОМ КАТУШКА ИНДУКТИВНОСТИ И КОНДЕНСАТОР. ЭТО И ЕСТЬ РЕЗОНАНСНАЯ ЦЕПЬ?

ДА? НО КАК СДЕЛАТЬ ТАК, ЧТОБЫ ОПРЕДЕЛЕННАЯ ЧАСТОТА (НАПРИМЕР, 594 КГЦ) СТАЛА РЕЗОНАНСНОЙ ЧАСТОТОЙ?

ЕСЛИ МЫ ГОВОРИМ О РАДИО, ТО ДЛЯ ТОГО СУЩЕСТВУЕТ КОНДЕНСАТОР ПЕРЕМЕННОЙ ЕМКОСТИ, ТАКЖЕ НАЗЫВАЕМЫЙ "ВАРИКОНД".
КАК И УКАЗЫВАЕТ ЕГО ИМЯ, ОН ПРЕДСТАВЛЯЕТ СОБОЙ ДЕТАЛЬ, СПОСОБНУЮ ИЗМЕНЯТЬ ЕМКОСТЬ (=ЭЛЕКТРИЧЕСКУЮ ЕМКОСТЬ) КОНДЕНСАТОРА.

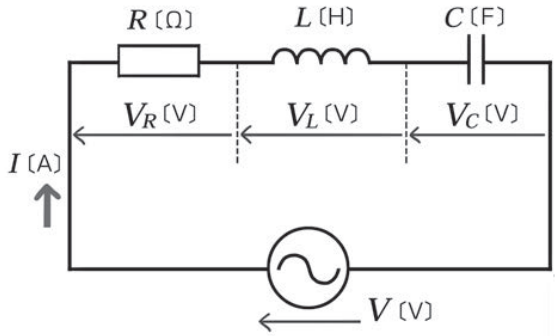
Обозначение на схеме конденсатора переменной емкости

А, КАЖЕТСЯ, Я ПОНЯЛ! КОГДА ЕМКОСТЬ КОНДЕНСАТОРА МЕНЯЕТСЯ, ЕМКОСТНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ТОЖЕ МЕНЯЕТСЯ, И, СООТВЕТСТВЕННО, МЕНЯЕТСЯ РЕЗОНАНСНАЯ ЧАСТОТА. ТО ЕСТЬ БЛАГОДАРЯ КОНДЕНСАТОРУ ПЕРЕМЕННОЙ ЕМКОСТИ МОЖНО СДЕЛАТЬ ТАК, ЧТОБЫ ВЫБРАННАЯ ЧАСТОТА СТАЛА РЕЗОНАНСНОЙ ЧАСТОТОЙ.



ДА-ДА. ПОХОЖЕ, ВЫ ПРЕКРАСНО УСВОИЛИ МАТЕРИАЛ ПРО НАСТРОЙКУ И РЕЗОНАНСНУЮ ЧАСТОТУ. ТЕПЕРЬ ДАВАЙТЕ ПЕРЕЙДЕМ К ЗАДАЧАМ!

Задача Пример. Найдем резонансную частоту!



Найдите резонансную частоту f в цепи RLC с последовательным соединением. Угловую частоту примем за $\omega = 2\pi f$.

Обсуждение

Э-Э-Э. ЧТО ЖЕ НУЖНО СДЕЛАТЬ, ЧТОБЫ НАЙТИ РЕЗОНАНСНУЮ ЧАСТОТУ f?

ВО-ПЕРВЫХ, ВСПОМНИТЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ РЕЗОНАНСНОЙ ЧАСТОТЫ. ДЛЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОГО СОЕДИНЕНИЯ ЧАСТОТА, В КОТОРОЙ ЗНАЧЕНИЕ ИМПЕДАНСА ЯВЛЯЕТСЯ МИНИМАЛЬНЫМ ДЛЯ ДАННОЙ ЦЕПИ, – ЭТО РЕЗОНАНСНАЯ ЧАСТОТА.

ИНЫМИ СЛОВАМИ, НАДО ПОДУМАТЬ, В КАКОМ СЛУЧАЕ ЗНАЧЕНИЕ ИМПЕДАНСА БУДЕТ САМЫМ МАЛЕНЬКИМ.

ЯСНО. ЗАДАЧИ, ГДЕ НАДО БЫЛО НАЙТИ ИМПЕДАНС Z ДЛЯ ЦЕПЕЙ RLC С ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫМ СОЕДИНЕНИЕМ, МЫ УЖЕ РЕШАЛИ. (См. стр. 172.)

ДА. ПОСКОЛЬКУ В ФОРМУЛЕ ИМПЕДАНСА ИСПОЛЬЗУЕТСЯ ω, В ЗАКЛЮЧЕНИЕ ДАВАЙТЕ ВОСПОЛЬЗУЕМСЯ ФОРМУЛОЙ УГЛОВОЙ ЧАСТОТЫ $\omega = 2\pi f$ И НАЙДЕМ f.

A. Решение

Формула импеданса $\dot{Z}$ для данной цепи имеет вид:

$$\dot{Z} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$$

Следовательно, величина модуля импеданса $|Z|$ будет

$$|Z| = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

Поскольку резонансная частота f – это частота, при которой значение $|Z|$ минимально, то

$$\omega L - \frac{1}{\omega C} = 0 \quad \leftarrow$$

В этом случае значение подкоренного выражения будет самым маленьким!

Таким образом, необходимо найти угловую частоту ω, при которой будет выполняться данное равенство, и преобразовать ее в частоту.

Внимание! По условиям задачи на заключительном этапе нам нужно найти f, поэтому на предыдущем этапе будьте внимательны к значению ω. Умножим обе части на ωC и найдем ω:

$$\omega^2 LC - 1 = 0$$

$$\omega^2 = \frac{1}{LC}$$

$$\omega = \pm\frac{1}{\sqrt{LC}}$$

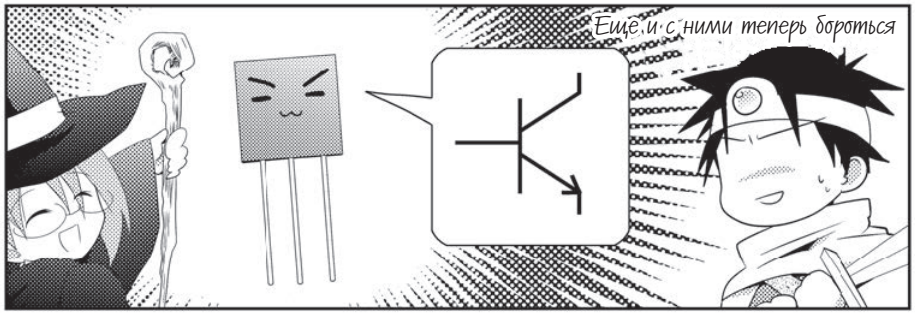
С физической точки зрения значение частоты (включая и угловую) не может быть отрицательным, следовательно,

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Так как $\omega = 2\pi f$, то $\quad f = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

О! КОГДА ВИДИШЬ ЭТУ ФОРМУЛУ, СТАНОВИТСЯ ПОНЯТНО, ПОЧЕМУ РЕЗОНАНСНАЯ ЧАСТОТА ЗАВИСИТ ОТ КАТУШКИ ИНДУКТИВНОСТИ И КОНДЕНСАТОРА.

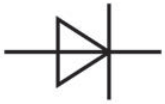
Усиление и транзистор



НУ ЧТО Ж, ПРОДОЛЖИМ РАЗГОВОР О РАДИО.
НА НАСТОЯЩЕМ РАДИО КРОМЕ НАСТРОЙКИ ПРОИЗВОДИТСЯ ЕЩЕ И УСИЛЕНИЕ.
С ЕГО ПОМОЩЬЮ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЙ СИГНАЛ ОПРЕДЕЛЕННОЙ ЧАСТОТЫ, ДОСТИГНУТОЙ НАСТРОЙКОЙ, УСИЛИВАЕТСЯ. ДЛЯ УСИЛЕНИЯ ИСПОЛЬЗУЕТСЯ ТРАНЗИСТОР, А ЕГО ПРИСУТСТВИЕ ДЕЛАЕТ ЦЕПЬ ЭЛЕКТРОННОЙ ЦЕПЬЮ.

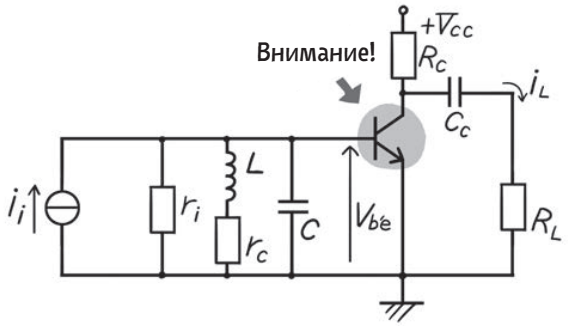
ЧТО? ТРАНЗИСТОР? ЭЛЕКТРОННАЯ ЦЕПЬ? ЭТО НЕ ТО ЖЕ САМОЕ, ЧТО ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ЦЕПЬ, ПРО КОТОРУЮ МЫ ВСЁ ВРЕМЯ ГОВОРИЛИ?

ДА. ТЕПЕРЬ МЫ БУДЕМ РАССМАТРИВАТЬ НЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКУЮ ЦЕПЬ, А БОЛЕЕ СЛОЖНУЮ – ЭЛЕКТРОННУЮ. В СОСТАВ ЭЛЕКТРОННОЙ ЦЕПИ, ПОМИМО RLC, ВХОДЯТ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ, НАЗЫВАЕМЫЕ ДИОДОМ И ТРАНЗИСТОРОМ.

Диод	Транзистор
	
Свойство диода в том, что он пропускает электрический ток в направлении стрелки, и не пропускает в обратном направлении	Выполняет роль усилителя, а также переключателя, пускающего электрический ток

КАКИЕ-ТО ПРЯМО ВЫСОКИЕ ТЕХНОЛОГИИ.
ЭЛЕКТРИЧЕСКОМУ ТОКУ, НАВЕРНОЕ, ТОЖЕ СЛОЖНЕЕ ТЕЧЬ.

НЕ БУДЕМ СЛИШКОМ УСЛОЖНЯТЬ, НАЧНЕМ С ПРОСТОГО.
ВОТ ЭТО – РЕЗОНАНСНЫЙ УСИЛИТЕЛЬ. ЗНАКОМЬТЕСЬ!



Цепь с резонансным усилителем

ОГО-ГО, ВЫГЛЯДИТ УЖАСНО СЛОЖНО. И ТРАНЗИСТОР СРАЗУ ЕСТЬ.

ДА, ВОТ НА НЕГО ОБРАТИТЕ ВНИМАНИЕ, ПОЖАЛУЙСТА – НА ТРАНЗИСТОР! ТРАНЗИСТОР ИМЕЕТ ТРИ ВЫВОДА: Э (ЭМИТТЕР), Б (БАЗА), К (КОЛЛЕКТОР). С ПОМОЩЬЮ ЭТИХ ВЫВОДОВ ОН ВЫПОЛНЯЕТ ФУНКЦИЮ УСИЛЕНИЯ.

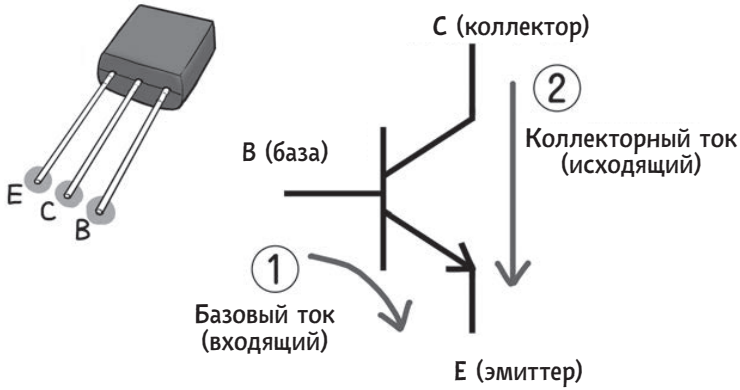


Схема работы транзистора

КАКИМ ЖЕ ОБРАЗОМ ТРАНЗИСТОР ПРОИЗВОДИТ УСИЛЕНИЕ? КОГДА В ЭЛЕКТРИЧЕСКУЮ ЦЕПЬ ПОДАЕТСЯ НАПРЯЖЕНИЕ, ТО МЕЖДУ БАЗОЙ И ЭМИТТЕРОМ НАЧИНАЕТ ТЕЧЬ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК. ЭТО НАЗЫВАЕТСЯ "БАЗОВЫЙ ТОК (1)". КОГДА ЭТО ПРОИСХОДИТ, МЕЖДУ КОЛЛЕКТОРОМ И ЭМИТТЕРОМ ТАКЖЕ НАЧИНАЕТ ТЕЧЬ ТОК. ЭТО НАЗЫВАЕТСЯ "КОЛЛЕКТОРНЫЙ ТОК (2)".

УГУ-УГУ. ТО ЕСТЬ БЛАГОДАРЯ БАЗОВОМУ ТОКУ ОТКРЫВАЕТСЯ КОЛЛЕКТОРНЫЙ ТОК.

ДА, И ВОТ ЧТО ВАЖНО: СИЛА КОЛЛЕКТОРНОГО ТОКА ПРЕВЫШАЕТ СИЛУ БАЗОВОГО ТОКА ВО МНОГО РАЗ – ОТ НЕСКОЛЬКИХ ДЕСЯТКОВ ДО НЕСКОЛЬКИХ СОТ!

ОГО! НИЧЕГО СЕБЕ!

ДА. ИМЕННО ТАК ТРАНЗИСТОР И ВЫПОЛНЯЕТ ФУНКЦИЮ УСИЛЕНИЯ. БАЗОВЫЙ ТОК НАЗЫВАЕТСЯ ВХОДЯЩИМ, КОЛЛЕКТОРНЫЙ – ИСХОДЯЩИМ, А ОТНОШЕНИЕ МЕЖДУ НИМИ – КОЭФФИЦИЕНТОМ УСИЛЕНИЯ ПО ТОКУ. ЭТОТ КОЭФФИЦИЕНТ ПОКАЗЫВАЕТ, НАСКОЛЬКО ВОЗРОСЛА СИЛА ТОКА.

Коэффициент усиления по току

$$A_i = \frac{i_{\text{out}} \text{ (Исходящая сила тока)}}{i_{\text{in}} \text{ (Входящая сила тока)}}$$

Внимание! Если A_i не ниже 1, то происходит усиление, поскольку «исходящая сила тока» > «входящая сила тока».

УГУ-УГУ. УДИВИТЕЛЬНАЯ ШТУКА ТРАНЗИСТОР: БЕРЕТ – И УВЕЛИЧИВАЕТ СИЛУ ТОКА!

ДА. ТРАНЗИСТОР – ЭТО ВЕЛИКИЙ ТРУЖЕНИК. НО ЕСТЬ ОДНА СЛОЖНОСТЬ... ДЕЛО В ТОМ, ЧТО РАБОТУ ЦЕПИ, В КОТОРОЙ ИМЕЕТСЯ ТРАНЗИСТОР, НЕВОЗМОЖНО ОПИСАТЬ МАТЕМАТИЧЕСКИ.

ЕСЛИ В ЦЕПИ ИМЕЕТСЯ ТРАНЗИСТОР И ОНА ЯВЛЯЕТСЯ ЭЛЕКТРОННОЙ, ТО ВЫЧИСЛИТЬ ИМПЕДАНС, АМПЛИТУДНО-ЧАСТОТНУЮ ХАРАКТЕРИСТИКУ*, КОЭФФИЦИЕНТ УСИЛЕНИЯ НЕВОЗМОЖНО.

*** Амплитудно-частотная характеристика – это показатель, увязывающий частоту с неким физическим параметром, – как, например, на диаграмме, показывающей связь изменений с частотой. Более подробно см. на стр. 219.**

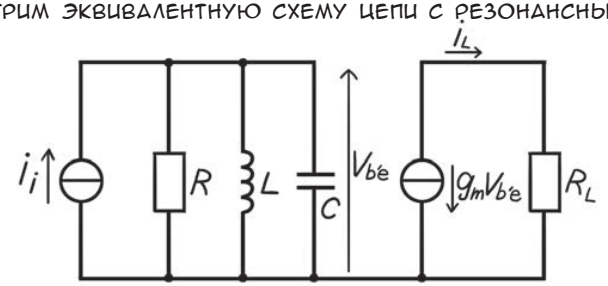
О... НО... ЧТО ЖЕ ДЕЛАТЬ??

ХИ-ХИ-ХИ. ДЛЯ ЭТОГО У НАС СУЩЕСТВУЕТ ЭКВИВАЛЕНТНАЯ СХЕМА.

ЭКВИ...ВАЛЕНТНАЯ СХЕМА?

Эквивалентная схема

Говоря просто, эквивалентная схема – это схема электронной цепи, записанная как схема электрической цепи, то есть такая, в которой элементы электронной цепи – например, как транзисторы, – заменены на RLC и источник питания. Давайте на практическом примере рассмотрим эквивалентную схему цепи с резонансным усилителем!



Цепь с резонансным усилителем в упрощенном виде
(в виде высокочастотной* эквивалентной схемы)

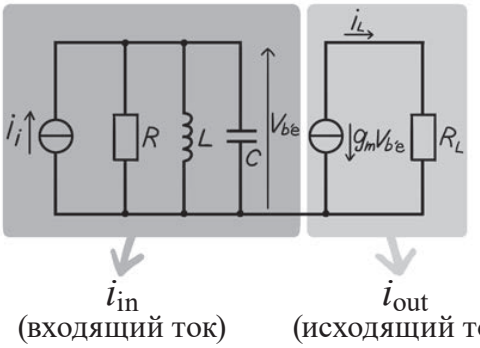
* Термин «высокочастотный» означает частоту настолько высокую, что ее не может воспринять человеческое ухо. И напротив: «низкочастотный» означает частоту, воспринимаемую человеческим слухом.

А и правда, схема стала проще, чем была! Транзистор исчез. Но все равно на ней остались незнакомые обозначения... И непонятные буквы...

Да, выглядит сложновато. Если объяснить упрощенно, получится вот что.

* Идеальный источник электрического тока – это идеальное устройство, вырабатывающее электрический ток в неограниченных объемах. Рассматривайте его как теоретическое понятие, существующее для того, чтобы упростить описание цепи.

Как бы то ни было, на данной схеме для нас важнее всего то, что левая часть – входящая, а правая – исходящая. Попробуем обозначить наглядно.



О! ПОНЯТНОЕ РАЗДЕЛЕНИЕ. ЗНАЧИТ, ЕСЛИ НАЙТИ СИЛУ ТОКА В КАЖДОЙ ЧАСТИ, А ПОТОМ ИХ СООТНОШЕНИЕ, ТО ПОЛУЧИТСЯ КОЭФФИЦИЕНТ УСИЛЕНИЯ ПО ТОКУ?

СОВЕРШЕННО ВЕРНО. ПОДЫТОЖИВАЯ, СКАЖУ, ЧТО КОЭФФИЦИЕНТ УСИЛЕНИЯ ПО ТОКУ ДЛЯ ДАННОЙ ЦЕПИ БУДЕТ ИМЕТЬ СЛЕДУЮЩИЙ ВИД. ПОКА ЧТО МОЖЕТЕ ПРОСТО ПОСМОТРЕТЬ НА НЕГО, ЧТОБЫ ПОНЯТЬ, КАК ОН ВЫГЛЯДИТ:

$$A_i = \frac{-g_m R_L}{1 + jR\left(\omega C - \dfrac{1}{\omega L}\right)} \begin{array}{l} \leftarrow \text{исходящий ток} \\ \leftarrow \text{входящий ток} \end{array}$$

О-О-О... ПРИСМОТРЮСЬ НА ВСЯКИЙ СЛУЧАЙ.

ИТАК, ИСПОЛЬЗУЯ ЭКВИВАЛЕНТНУЮ СХЕМУ, МЫ НАШЛИ КОЭФФИЦИЕНТ УСИЛЕНИЯ ПО ТОКУ ДЛЯ ЦЕПИ С РЕЗОНАНСНЫМ УСИЛИТЕЛЕМ. А ТЕПЕРЬ ЕЩЕ КОЕ-ЧТО! ЕСТЬ ОДНА ВЕЩЬ, КОТОРУЮ ОБЯЗАТЕЛЬНО НУЖНО ЗАПОМНИТЬ.

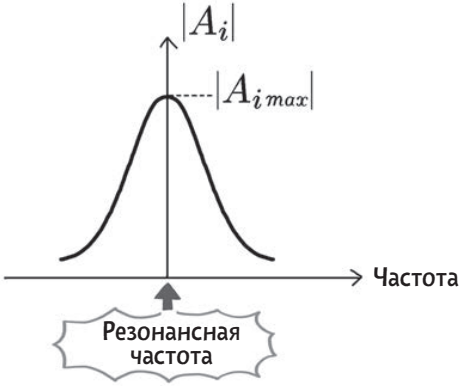
УХ. ЧТО ЖЕ ЕЩЕ?

АОНУМА-САН, ПОМНИТЕ РЕЗОНАНСНУЮ ЧАСТОТУ, ПРО КОТОРУЮ МЫ ТОЛЬКО ЧТО ГОВОРИЛИ? (См. стр. 209.)

НУ... СОВМЕСТНАЯ РАБОТА КАТУШКИ ИНДУКТИВНОСТИ И КОНДЕНСАТОРА. А ЕЩЕ ТАМ БЫЛО ПРО ТО, ЧТО В ТОЧКЕ РЕЗОНАНСНОЙ ЧАСТОТЫ ИМПЕДАНС (СОПРОТИВЛЕНИЕ ПЕРЕМЕННОМУ ТОКУ) МИНИМАЛЬНЫЙ, А СИЛА ТОКА МАКСИМАЛЬНАЯ. ТАК?

ВЕРНО! ДЕЛО В ТОМ, ЧТО МЕЖДУ РЕЗОНАНСНОЙ ЧАСТОТОЙ И КОЭФФИЦИЕНТОМ УСИЛЕНИЯ ПО ТОКУ, ПРО КОТОРЫЙ МЫ СЕЙЧАС ГОВОРИМ, СУЩЕСТВУЕТ ОЧЕНЬ ГЛУБОКАЯ ВЗАИМОСВЯЗЬ.

ПОСМОТРИТЕ-КА НА ГРАФИК НИЖЕ. ГОРИЗОНТАЛЬНАЯ ОСЬ – ЭТО ЧАСТОТА. ВЕРТИКАЛЬНАЯ ОСЬ – ЭТО ЗНАЧЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА УСИЛЕНИЯ ПО ТОКУ:



Амплитудно-частотная характеристика* коэффициента усиления по току в цепи с резонансным усилителем

*** Амплитудно-частотной характеристикой называется показатель, раскрывающий отношение между частотой и другой величиной.**

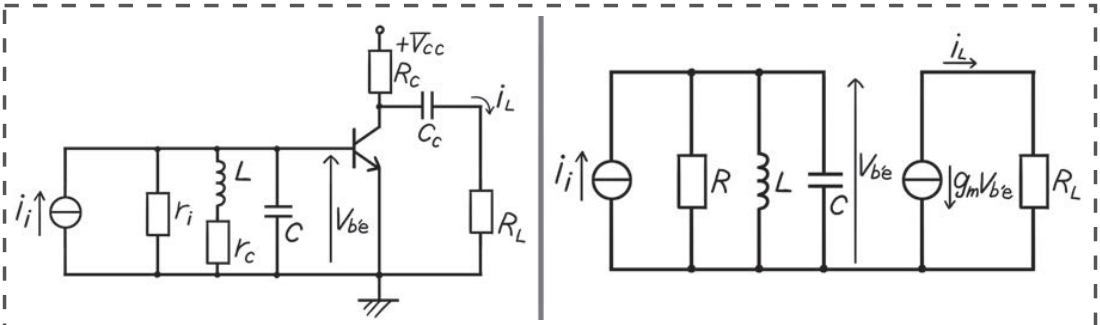
НА ЭТОМ ГРАФИКЕ В ТОЧКЕ РЕЗОНАНСНОЙ ЧАСТОТЫ КОЭФФИЦИЕНТ УСИЛЕНИЯ ПО ТОКУ ИМЕЕТ МАКСИМАЛЬНОЕ ЗНАЧЕНИЕ! УХ ТЫ. ЗНАЧИТ, ЗДЕСЬ РЕЗОНАНСНАЯ ЧАСТОТА ТОЖЕ ВАЖНА.

ВЕРНО! ЗАПОМНИТЕ ХОРОШЕНЬКО ЭТУ ХАРАКТЕРИСТИКУ. А СЕЙЧАС ДАВАЙТЕ ПОДЫТОЖИМ ТО, О ЧЕМ МЫ ГОВОРИЛИ. ЧТО ЖЕ ПРОИЗОШЛО ВНУТРИ РАДИОПРИЕМНИКА, КОГДА ВЫ, ДОНУМА-САН, ПОВЕРНУЛИ РУЧКУ НАСТРОЙКИ, ВЫСТАВИВ ЧАСТОТУ, НА КОТОРОЙ ПЕРЕДАЕТСЯ ВАША ЛЮБИМАЯ ПРОГРАММА?

ТА-АК. СРАБАТЫВАЕТ КОНДЕНСАТОР ПЕРЕМЕННОЙ ЕМКОСТИ, КОТОРЫЙ ДЕЛАЕТ ВЫБРАННУЮ ЧАСТОТУ РЕЗОНАНСНОЙ ЧАСТОТОЙ. ПРИ РЕЗОНАНСНОЙ ЧАСТОТЕ ИМПЕДАНС (СОПРОТИВЛЕНИЕ НА ПЕРЕМЕННОМ ТОКЕ) СТАНОВИТСЯ НАИМЕНЬШИМ, А СИЛА ТОКА – НАИБОЛЬШЕЙ. ОДНОВРЕМЕННО С ЭТИМ МАКСИМАЛЬНЫМ СТАНОВИТСЯ КОЭФФИЦИЕНТ УСИЛЕНИЯ ПО ТОКУ.

СОВЕРШЕННО ВЕРНО, ДОНУМА-САН! А ТЕПЕРЬ ПОПРОБУЕМ ПРИМЕНИТЬ ПОЛУЧЕННЫЕ ЗНАНИЯ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ.

Задача Найдем диапазон емкости для конденсатора переменной емкости!



Для изображенного на левом рисунке резонансного усилителя найдите возможный диапазон конденсатора переменной емкости C, позволяющий принимать радиовещание на АМ-волнах. Эквивалентная схема для цепи на рисунке слева приведена на рисунке справа.
Условия: L=1 мГн, а 540 кГц < f < 1600 кГц.

* Схемы на рисунках слева и справа совпадают со схемами на стр. 215 и 217.

Обсуждение

ТА-АК. МОЖНО ПРИНИМАТЬ РАДИОВЕЩАНИЕ – ЗНАЧИТ, В ЭТОТ МОМЕНТ КОЭФФИЦИЕНТ УСИЛЕНИЯ РЕЗОНАНСНОГО УСИЛИТЕЛЯ МАКСИМАЛЬНО ВЕЛИК.

ДА! ФОРМУЛУ КОЭФФИЦИЕНТА УСИЛЕНИЯ ПО ТОКУ ДЛЯ ЭТОГО РЕЗОНАНСНОГО УСИЛИТЕЛЯ МЫ УЖЕ ВИДЕЛИ:

$$A_i = \frac{-g_m R_L}{1 + jR\left(\omega C - \dfrac{1}{\omega L}\right)}$$

ДАВАЙТЕ ПОДУМАЕМ, КОГДА ЖЕ ЭТОТ КОЭФФИЦИЕНТ БУДЕТ НАИБОЛЬШИМ. ВСПОМНИТЕ ТАКЖЕ УГЛОВУЮ ЧАСТОТУ $\omega = 2\pi f$, $f = 2\pi/\omega$.

УГУ-УГУ. f, КОТОРАЯ ВСТРЕЧАЕТСЯ В УСЛОВИИ ЗАДАЧИ, И ω В ФОРМУЛЕ КОЭФФИЦИЕНТА УСИЛЕНИЯ ПО ТОКУ, КАЖЕТСЯ, МОЖНО СВЯЗАТЬ ДРУГ С ДРУГОМ.

A. Решение

Коэффициент усиления по току для данного резонансного усилителя:

$$A_i = \frac{-g_m R_L}{1 + jR\left(\omega C - \dfrac{1}{\omega L}\right)}$$

Если найти $f = \omega/2\pi$, при котором значение данного выражения будет максимальным, то можно найти также значение принимаемой частоты. Иными словами, вычислить частоту f (угловую частоту ω), при которой значение A_i будет максимальным, можно, исходя из следующей формулы:

$$\omega C - \frac{1}{\omega L} = 0$$

Внимание! Значение A_i будет наибольшим при наименьшем знаменателе. Значение ω, удовлетворяющее данному выражению, равно

$$\omega = \pm\frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Однако так как частота не может быть отрицательной, то

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Найдем значение C, необходимое для такой угловой частоты ω:

$$\omega^2 = \frac{1}{LC}$$

$$\omega^2 L C = 1$$

Следовательно, $C = \dfrac{1}{\underbrace{\omega^2}_{\text{подставляем } \omega = 2\pi f} L} = \dfrac{1}{4\pi^2 f^2 L}$

Внимание! Теперь попробуем подставить значения f и L в формулу C. Согласно условию задачи 540 кГц < f < 1600 кГц:

если f = 540 кГц, то $C \approx 86$ пФ,

если f = 1600 кГц, то $C \approx 10$ пФ.

Таким образом, емкость C конденсатора переменной емкости должна составлять приблизительно 10 пФ < C < 100 пФ.

* Более подробно данное решение разъясняется на следующей странице.

ХМ-М-М-М. ВОТ В КОНЦЕ Я НЕ ОЧЕНЬ ПОНЯЛ.
В РЕЗУЛЬТАТЕ ВЫЧИСЛЕНИЙ У НАС ПОЛУЧИЛОСЬ 86 –
ПОЧЕМУ ЖЕ В ОТВЕТЕ СТОИТ "ПРИБЛИЗИТЕЛЬНО ОТ 10 ДО 100"?
86 – ЭТО ПРИБЛИЗИТЕЛЬНО 100? КАКОЙ-ТО СЛИШКОМ ПРИМЕРНЫЙ ОТВЕТ.

А, ПРОСТИТЕ. НА ЭТО ЕСТЬ ПРИЧИНА!
ДЕЛО В ТОМ, ЧТО ЕМКОСТЬ КОНДЕНСАТОРА
ОПРЕДЕЛЯЕТСЯ СЛЕДУЮЩИМ ОБРАЗОМ.

Ряд E3: 10, 22, 47 – и значения, кратные 10.
Ряд E6: 10, 15, 22, 33, 47, 68 – и значения, кратные 10.

ТО ЕСТЬ САМОЕ БЛИЗКОЕ К 86 ЗНАЧЕНИЕ – ЭТО 100.

О, ТО ЕСТЬ ЭТО МЫ НЕ ПО НЕБРЕЖНОСТИ ТАК ОСТАВИЛИ!

КОНЕЧНО. КОНДЕНСАТОРЫ ПЕРЕМЕННОЙ ЕМКОСТИ УСТРОЕНЫ ТАК,
ЧТО ЭТИ ЗНАЧЕНИЯ МОЖНО СВОБОДНО МЕНЯТЬ.

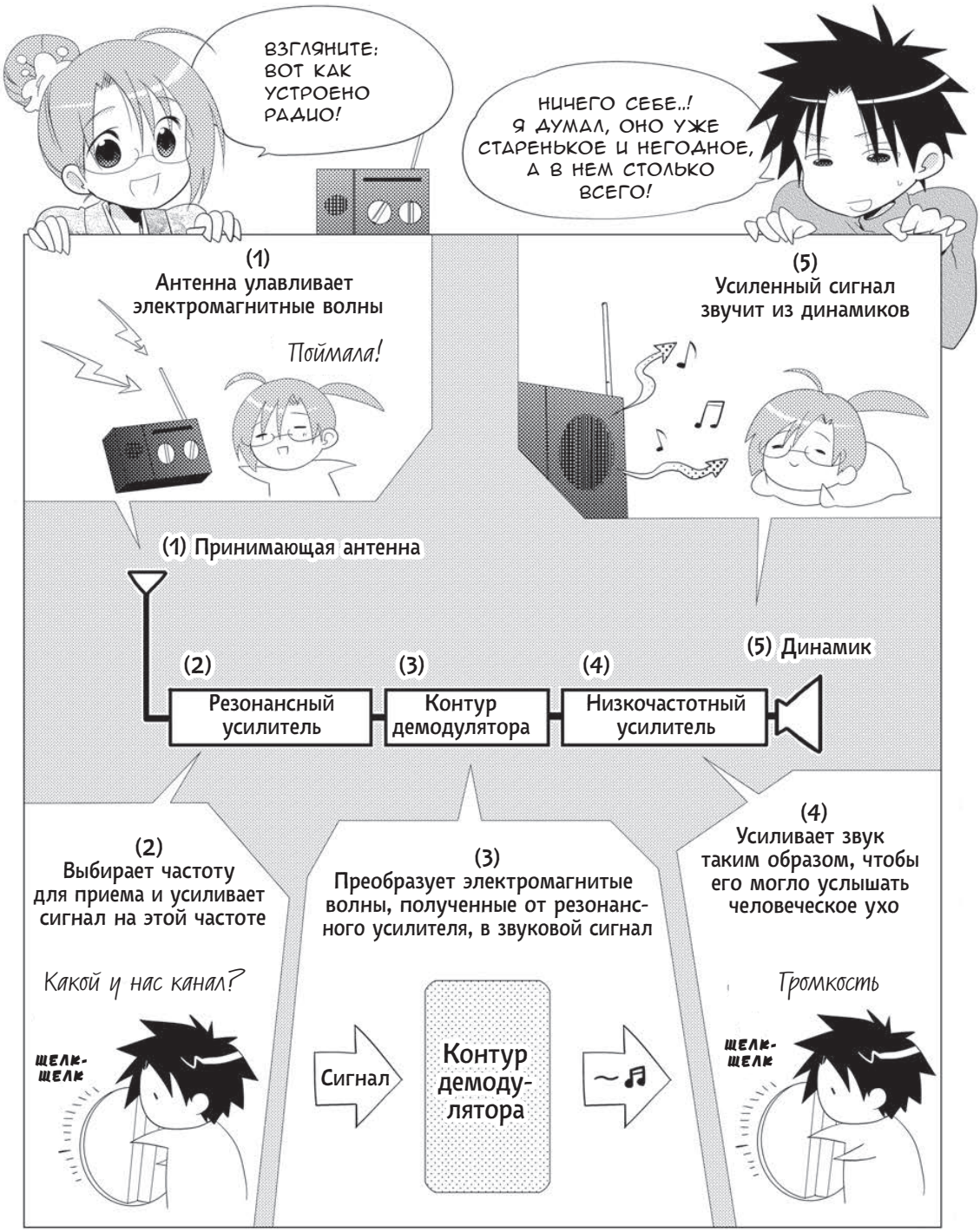
ХМ-ХМ. КАКАЯ КОВАРНАЯ ЗАДАЧА:
ПОД КОНЕЦ ТРЕБУЕТСЯ ЗНАНИЕ КОНДЕНСАТОРОВ ПЕРЕМЕННОЙ ЕМКОСТИ.

КРОМЕ ТОГО, ХОТЯ ОСНОВНАЯ ЕДИНИЦА ИЗМЕРЕНИЯ ЕМКОСТИ –
ЭТО ФАРАД, НА САМОМ ДЕЛЕ ЧАСТО ИСПОЛЬЗУЮТСЯ
ПФ (ПИКОФАРАД) И МКФ (МИКРОФАРАД).

p (пико)	μ (микро)
$10^{-12} = \frac{1}{10^{12}}$ (1 триллионная доля)	$10^{-6} = \frac{1}{10^{6}}$ (1 миллионная доля)

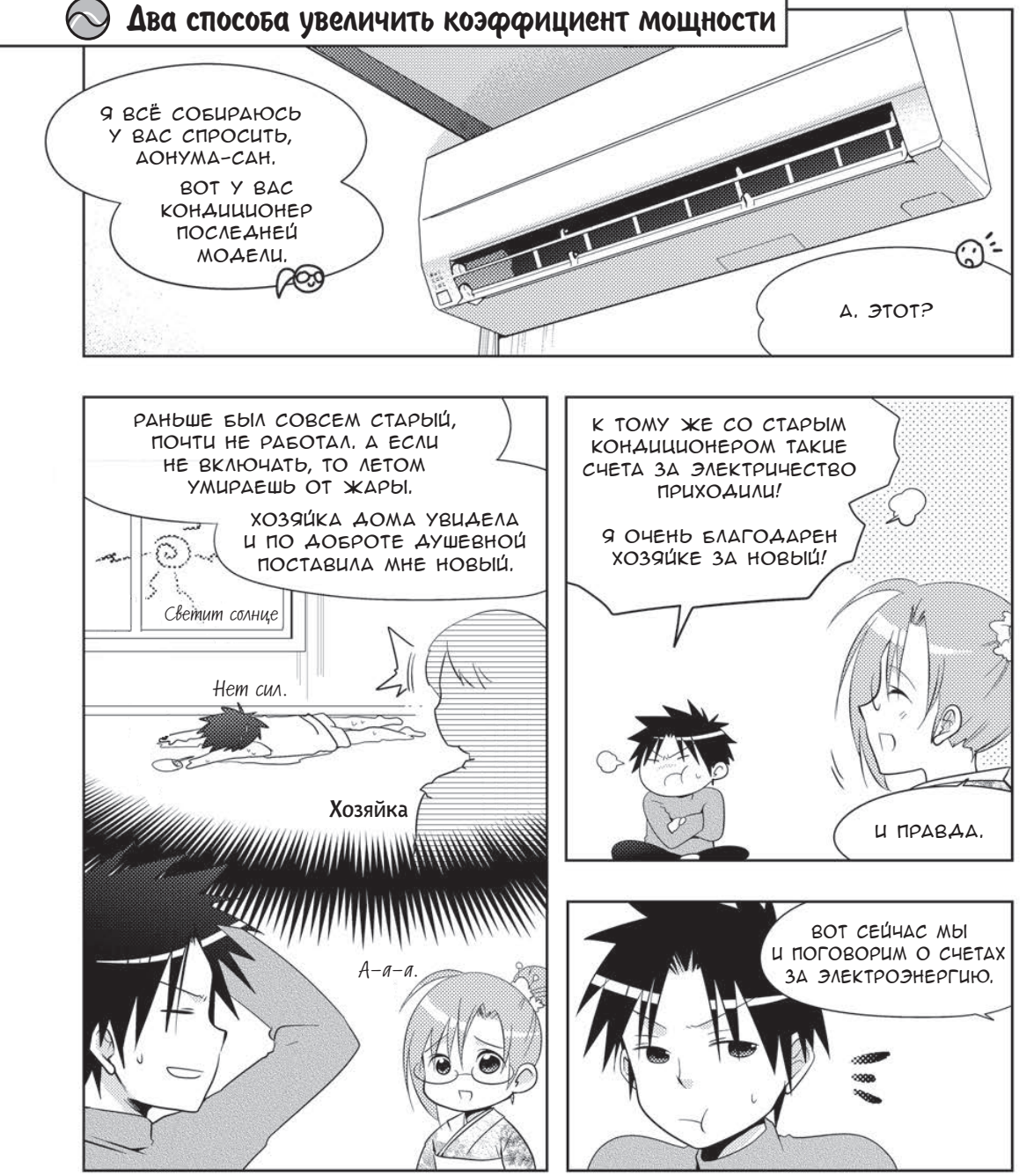
УГУ-УГУ.
ТРУДНАЯ ЗАДАЧА, НО КАКОЕ-ТО ПРЕДСТАВЛЕНИЕ СЛОЖИЛОСЬ.
ЗНАЧИТ, БЛАГОДАРЯ РЕЗОНАНСНОМУ УСИЛИТЕЛЮ
МЫ ИМЕЕМ ВОЗМОЖНОСТЬ СЛУШАТЬ РАДИО!

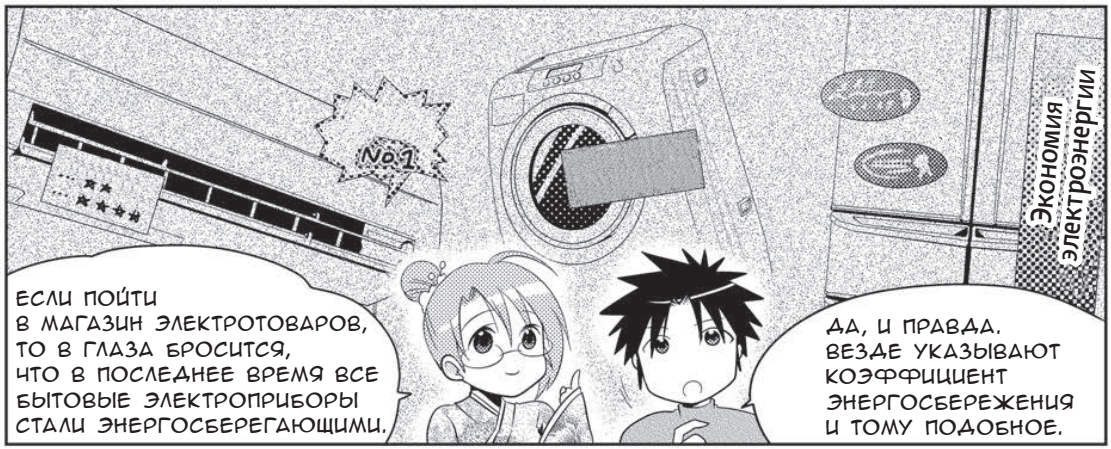
Н-НУ. МНЕ ЖАЛЬ ВАМ ОБ ЭТОМ ГОВОРИТЬ.
НО РЕЗОНАНСНОЕ УСИЛЕНИЕ – ЭТО ТОЛЬКО ПЕРВАЯ СТУПЕНЬ
К ТОМУ, ЧТОБЫ МЫ МОГЛИ СЛУШАТЬ РАДИО! НА САМОМ ДЕЛЕ
РАДИО ОБЪЕДИНЯЕТ В СЕБЕ МНОГО РАЗНЫХ ПРОЦЕССОВ.


ВЗГЛЯНИТЕ: ВОТ КАК УСТРОЕНО РАДИО!
НИЧЕГО СЕБЕ..! Я ДУМАЛ, ОНО УЖЕ СТАРЕНЬКОЕ И НЕГОДНОЕ, А В НЕМ СТОЛЬКО ВСЕГО!
(1) Антенна улавливает электромагнитные волны
Поймала!
(5) Усиленный сигнал звучит из динамиков
(1) Принимающая антенна
(2) Резонансный усилитель
(3) Контур демодулятора
(4) Низкочастотный усилитель
(5) Динамик
(2) Выбирает частоту для приема и усиливает сигнал на этой частоте
Какой у нас канал?
ЩЕЛК-ЩЕЛК
(3) Преобразует электромагнитые волны, полученные от резонансного усилителя, в звуковой сигнал
Сигнал
Контур демодулятора
(4) Усиливает звук таким образом, чтобы его могло услышать человеческое ухо
Громкость
ЩЕЛК-ЩЕЛК

3 Электротехнические задачи на коэффициент мощности

Два способа увеличить коэффициент мощности




Экономия электроэнергии
No.1
Если пойти в магазин электротоваров, то в глаза бросится, что в последнее время все бытовые электроприборы стали энергосберегающими.
Да, и правда. Везде указывают коэффициент энергосбережения и тому подобное.

И не только в бытовых приборах – например, и электрички стали расходовать гораздо меньше энергии по сравнению с тем, что было раньше.
Это всё стало возможным благодаря усилиям множества людей. Но что же такое "энергосбережение"? Почему оно стало считаться достоинством?
Э... И правда, почему?

Энергосбережение означает низкий расход энергии. Если мы говорим об электричестве – то электрической энергии.
Энергосбережение
||
Низкий расход энергии
||
Улучшение коэффициента мощности
А более низкий расход энергии значит, что повышается коэффициент мощности.

Чтобы повысить коэффициент мощности, есть два основных способа:
(1) контроль реактивной мощности;
(2) инверторное управление.
Вот об этом мы сейчас и поговорим.
(1) Контроль реактивной мощности
(2) Инверторное управление

Контроль реактивной мощности

(1) Реактивная мощность

Сначала давайте разберемся с 1) – контролем реактивной мощности

Вспомните треугольник, который мы рассматривали ранее.

У реактивной мощности в этом треугольнике есть один секрет!

$$\text{Коэффициент мощности} = \frac{\text{Активная мощность}}{\text{Полная мощность}} = \cos\theta$$

Хм-мх... Значит, она соответствует высоте треугольника.

На самом деле есть два вида реактивной мощности:

ТА-ДАМ!

Реактивная мощность:

- мощность, расходуемая индуктивным сопротивлением;
- мощность, расходуемая емкостным сопротивлением.

Это мощность, расходуемая индуктивным сопротивлением, и мощность, расходуемая емкостным сопротивлением.

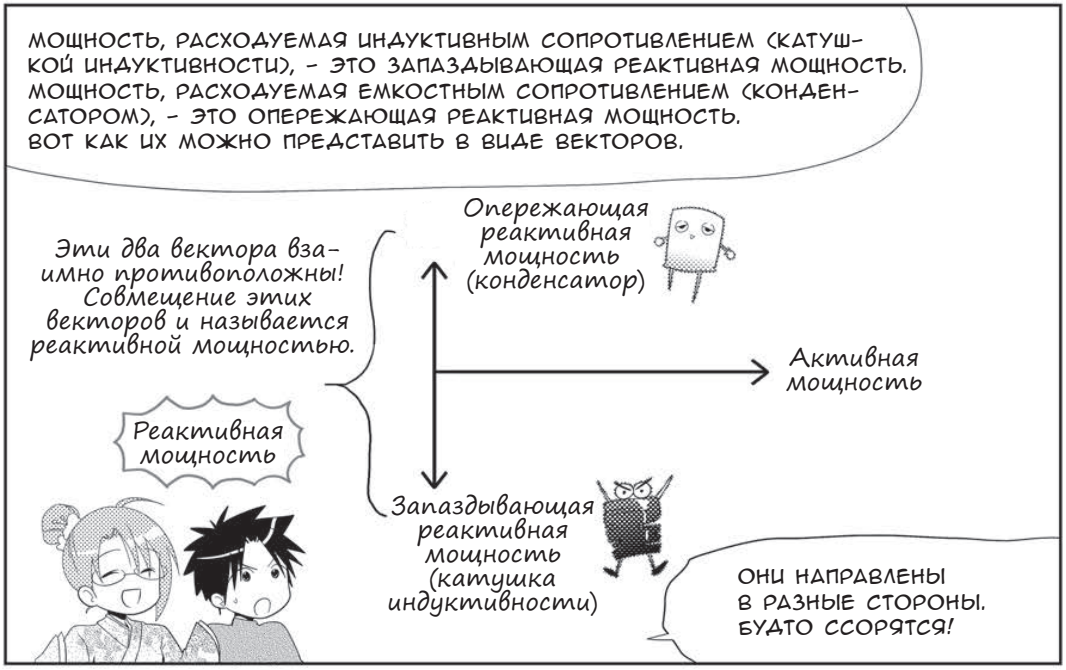
Индуктивное сопротивление и емкостное сопротивление.

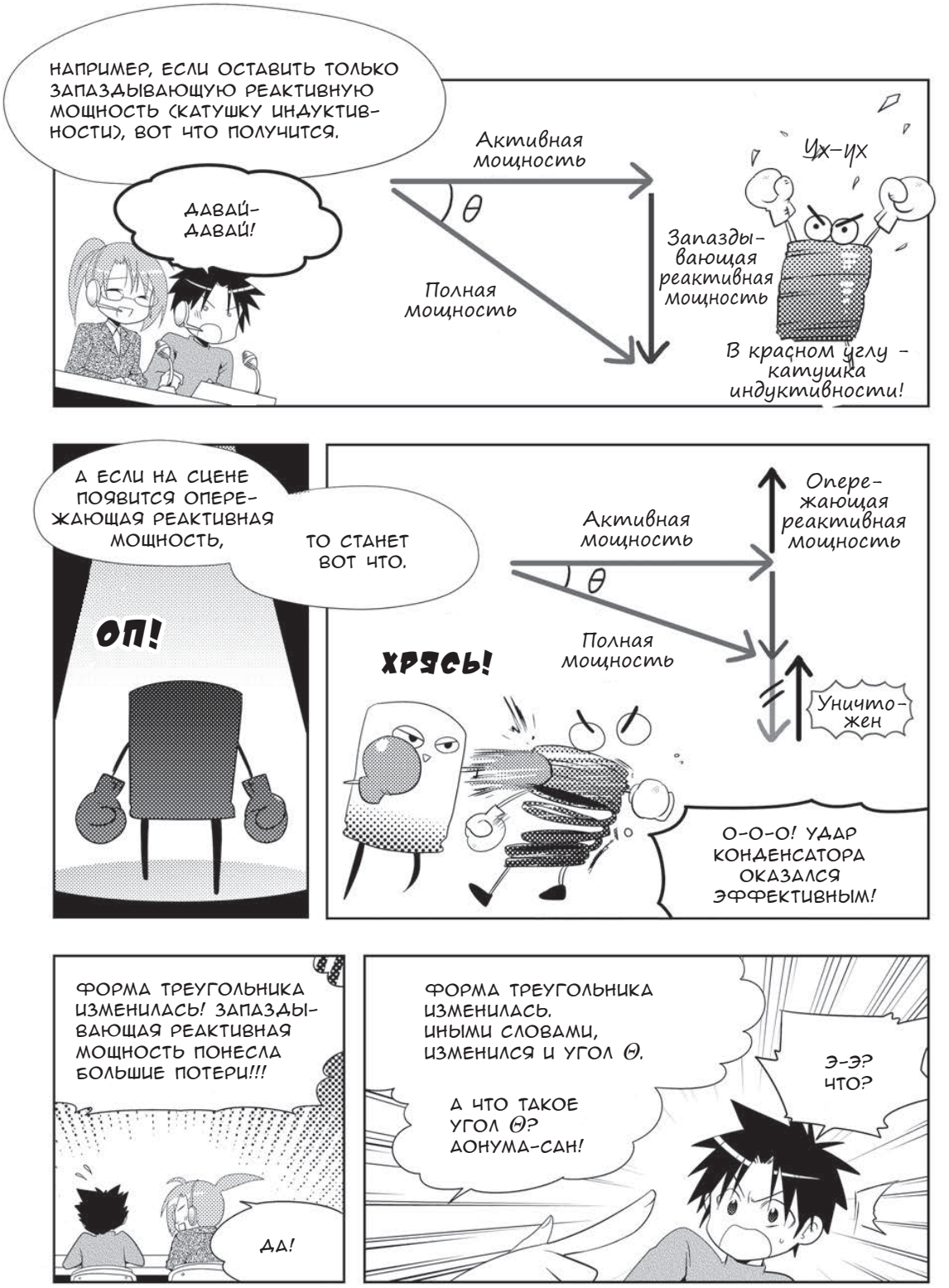
Где-то я уже это слышал.

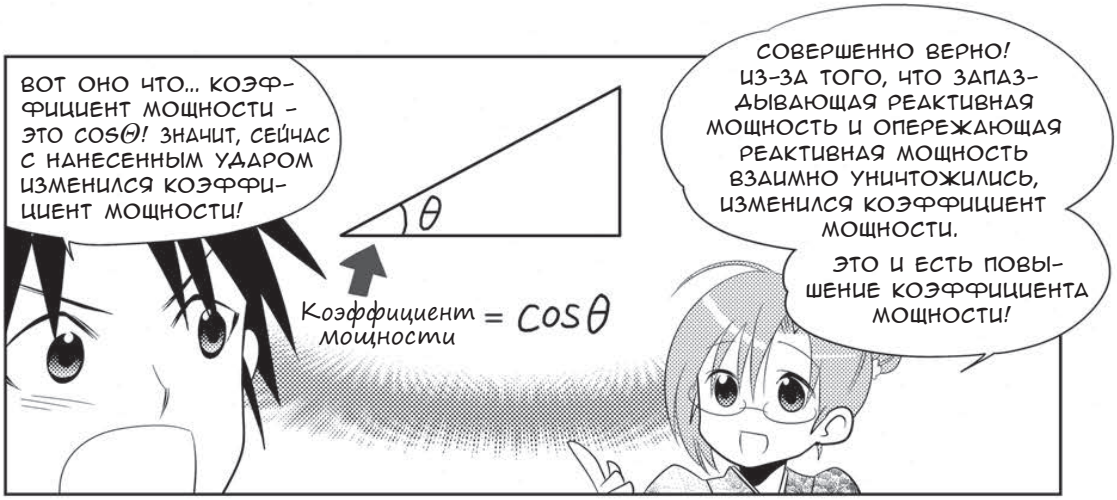
Напряженно думает

Вспомните-ка!

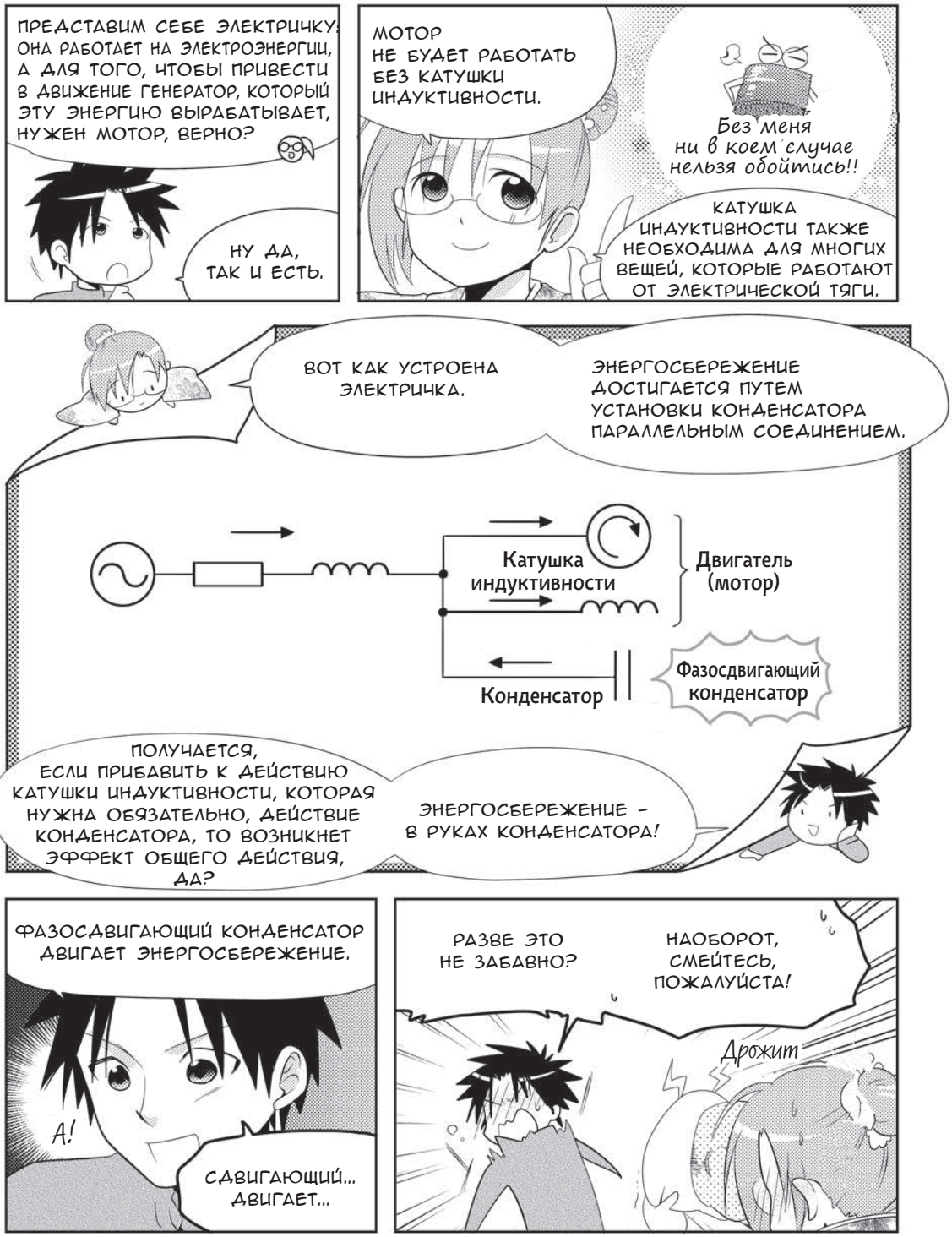
(См. стр. 120 и 122.)




Например, если оставить только запаздывающую реактивную мощность (катушку индуктивности), вот что получится.
Давай-давай!
Активная мощность
θ
Полная мощность
Запаздывающая реактивная мощность
Ух-ух
В красном углу – катушка индуктивности!
А если на сцене появится опережающая реактивная мощность,
то станет вот что.
Оп!
Активная мощность
θ
Полная мощность
Опережающая реактивная мощность
Хрясь!
Уничтожен
О-о-о! Удар конденсатора оказался эффективным!
Форма треугольника изменилась! Запаздывающая реактивная мощность понесла большие потери!!!
Да!
Форма треугольника изменилась. Иными словами, изменился и угол θ.
А что такое угол θ? Аонума-сан!
Э-э? Что?



* Фазосдвигающий конденсатор назван так по функции, которую он выполняет, и не является неким определенным видом конденсатора, как, например, конденсатор переменной емкости.


Представим себе электричку. Она работает на электроэнергии, а для того, чтобы привести в движение генератор, который эту энергию вырабатывает, нужен мотор, верно?
Ну да, так и есть.
Мотор не будет работать без катушки индуктивности.
Без меня ни в коем случае нельзя обойтись!!
Катушка индуктивности также необходима для многих вещей, которые работают от электрической тяги.
Вот как устроена электричка.
Энергосбережение достигается путем установки конденсатора параллельным соединением.
Катушка индуктивности
Двигатель (мотор)
Конденсатор
Фазосдвигающий конденсатор
Получается, если прибавить к действию катушки индуктивности, которая нужна обязательно, действие конденсатора, то возникнет эффект общего действия, да?
Энергосбережение – в руках конденсатора!
Фазосдвигающий конденсатор двигает энергосбережение.
А!
Сдвигающий... двигает...
Разве это не забавно?
Наоборот, смейтесь, пожалуйста!
Дрожит

(2) Инверторное управление

ТЕПЕРЬ ПОГОВОРИМ ЕЩЕ ОБ ОДНОМ СПОСОБЕ ПОВЫСИТЬ КОЭФФИЦИЕНТ МОЩНОСТИ: ОБ ИНВЕРТОРНОМ УПРАВЛЕНИИ.

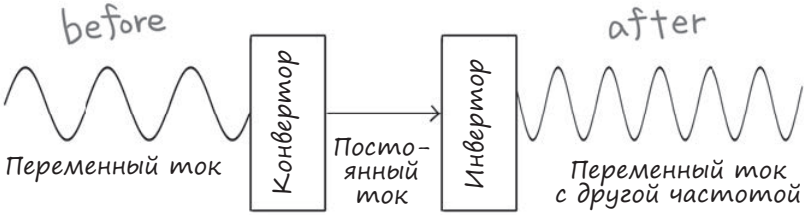
ИНВЕ... А ЭТО ЧТО ТАКОЕ?

ИНВЕРТОР – ЭТО УСТРОЙСТВО И КОНТУР, ПРЕОБРАЗУЮЩИЙ ПОСТОЯННЫЙ ТОК В ПЕРЕМЕННЫЙ. ОН ЕСТЬ ВНУТРИ КОНДИЦИОНЕРОВ И ЭЛЕКТРИЧЕК.

Э-Э-Э... ПОСТОЯННЫЙ ТОК В ПЕРЕМЕННЫЙ? А ЗАЧЕМ? ВРОДЕ БЫ И КОНДИЦИОНЕР, И БЫТОВАЯ ТЕХНИКА СРАЗУ ПИТАЮТСЯ ИЗ РОЗЕТКИ ПЕРЕМЕННЫМ ТОКОМ?

*** Электропоезда могут использовать как постоянный, так и переменный ток.**

ХИ-ХИ-ХИ. НА САМОМ ДЕЛЕ ФУНКЦИЯ ИНВЕРТОРА – ЭТО ПРОИЗВОЛЬНО МЕНЯТЬ ЧАСТОТУ. ВОТ ПОСМОТРИТЕ НА ЭТОТ РИСУНОК.



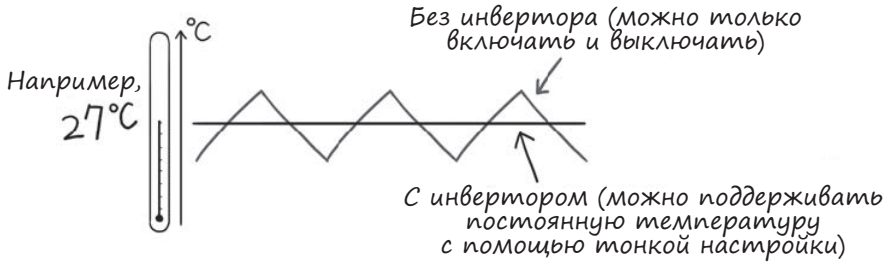
Изменение частоты с помощью конвертора и инвертора

ИНВЕРТОР ИСПОЛЬЗУЕТСЯ ВМЕСТЕ С КОНВЕРТОРОМ. КОНВЕРТОР ПРЕОБРАЗУЕТ ПЕРЕМЕННЫЙ ТОК ИЗ РОЗЕТКИ В ПОСТОЯННЫЙ ТОК, А ЗАТЕМ ИНВЕРТОР ВНОВЬ ПРЕОБРАЗУЕТ ЕГО В ПЕРЕМЕННЫЙ ТОК ДРУГОЙ ЧАСТОТЫ.

УХ ТЫ. ЗНАЧИТ, ЧАСТОТУ МОЖНО МЕНЯТЬ?

ДА. С ПОМОЩЬЮ СВЯЗКИ – ИНВЕРТОР И УПРАВЛЯЮЩЕЕ УСТРОЙСТВО – МОЖНО МНОГО ЧЕГО СДЕЛАТЬ. ВОЗМОЖНОСТЬ ПРОИЗВОЛЬНО МЕНЯТЬ ЧАСТОТУ ОЗНАЧАЕТ ТАКЖЕ ВОЗМОЖНОСТЬ ПРОИЗВОЛЬНО МЕНЯТЬ ЧАСТОТУ ОБОРОТОВ МОТОРА, А ЭТО ОЧЕНЬ ПОЛЕЗНАЯ ФУНКЦИЯ.

НАПРИМЕР, В НЕКОТОРЫХ ЭЛЕКТРИЧКАХ ПУТЕМ ИЗМЕНЕНИЯ ЧАСТОТЫ С ПОМОЩЬЮ ИНВЕРТОРА ОСУЩЕСТВЛЯЕТСЯ УПРАВЛЕНИЕ СКОРОСТЬЮ. В КОНДИЦИОНЕРАХ ИНВЕРТОР ПОЗВОЛЯЕТ РЕГУЛИРОВАТЬ ТЕМПЕРАТУРУ. ДО ИЗОБРЕТЕНИЯ ИНВЕРТОРОВ МОТОР МОЖНО БЫЛО ЛИШЬ ВКЛЮЧИТЬ (НА ПОЛНУЮ МОЩНОСТЬ) ИЛИ ВЫКЛЮЧИТЬ. ИНЫМИ СЛОВАМИ, ПОДДЕРЖИВАТЬ ТЕМПЕРАТУРУ НА ОДНОМ УРОВНЕ БЫЛО НЕВОЗМОЖНО.



Регулирование температуры с помощью инвертора

ПОДДЕРЖАНИЕ ПОСТОЯННОЙ ТЕМПЕРАТУРЫ ТАКЖЕ СНИЖАЕТ ПОТЕРИ ЭЛЕКТРОЭНЕРГИИ. ТАКИМ ОБРАЗОМ, ИНВЕРТОРНОЕ УПРАВЛЕНИЕ НЕ ТОЛЬКО УДОБНО, НО И ЭКОНОМИЧНО.

ПОНЯЛ. К ТОМУ ЖЕ ЕСЛИ ПОСТОЯННО ВКЛЮЧАТЬ И ВЫКЛЮЧАТЬ КОНДИЦИОНЕР, СЧЕТА ЗА ЭЛЕКТРОЭНЕРГИЮ НАВЕРНЯКА БУДУТ ВЫСОКИМИ!

ХОЧУ, ЧТОБЫ ВЫ ЕЩЕ КОЕ-ЧТО ЗАПОМНИЛИ. ДЕЛО В ТОМ, ЧТО ЧАСТОТА И КОЭФФИЦИЕНТ МОЩНОСТИ ТЕСНО СВЯЗАНЫ МЕЖДУ СОБОЙ. ДАВАЙТЕ-КА ВСПОМНИМ, О ЧЕМ ГОВОРИЛИ РАНЬШЕ. ЕМКОСТНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ (КОНДЕНСАТОР) ОБРАТНО ПРОПОРЦИОНАЛЬНО ЧАСТОТЕ. ИНДУКТИВНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ (КАТУШКА ИНДУКТИВНОСТИ) ПРЯМО ПРОПОРЦИОНАЛЬНО ЧАСТОТЕ. **(См. стр. 120.)**

ИНЫМИ СЛОВАМИ, ПРИ ДОСТИЖЕНИИ ОПРЕДЕЛЕННОЙ ЧАСТОТЫ ЕМКОСТНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ СТАНОВИТСЯ СЛАБЕЕ ИНДУКТИВНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ, И В РЕЗУЛЬТАТЕ КОЭФФИЦИЕНТ МОЩНОСТИ ПАДАЕТ.

ОЙ. ЕСЛИ КОЭФФИЦИЕНТ МОЩНОСТИ ПАДАЕТ,
ЧАСТОТУ НЕВОЗМОЖНО ПОМЕНЯТЬ. ЧТО ЖЕ ДЕЛАТЬ? ХМ.

НЕ ВОЛНУЙТЕСЬ! ВОЗЬМЕМ, НАПРИМЕР, ЭЛЕКТРИЧКУ.
ПРИ ИЗМЕНЕНИИ СКОРОСТИ ПУТЕМ ИЗМЕНЕНИЯ ЧАСТОТЫ
ОДНОВРЕМЕННО РЕГУЛИРУЕТСЯ РАБОТА КОНДЕНСАТОРА.
РЕГУЛИРУЯ ЕМКОСТНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ (КОНДЕНСАТОР) В СООТВЕТ-
СТВИИ С ЧАСТОТОЙ, МЫ ПОВЫШАЕМ КОЭФФИЦИЕНТ МОЩНОСТИ.

ОГО! КАКОЙ МОЛОДЕЦ КОНДЕНСАТОР! НИПОЧЕМ НЕ СДАЕТСЯ!

В КОНДИЦИОНЕРЕ ТОЖЕ ЕСТЬ СВОЙ СЕКРЕТ.
КОГДА СТАЛО ВОЗМОЖНО РЕГУЛИРОВАТЬ ТЕМПЕРАТУРЫ, ВЫЯСНИЛОСЬ,
В КАКОМ РЕЖИМЕ КОНДИЦИОНЕР РАБОТАЕТ ДОЛЬШЕ ВСЕГО.
ДОЛЬШЕ ВСЕГО ОН РАБОТАЕТ В РЕЖИМЕ ПОДДЕРЖАНИЯ ДОСТИГНУТОЙ
ТЕМПЕРАТУРЫ НА ОДНОМ УРОВНЕ. ТАК ЧТО ПОВЫШЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА
МОЩНОСТИ ТАКЖЕ ПОМОГАЕТ СНИЗИТЬ РАСХОДЫ НА ЭЛЕКТРОЭНЕРГИЮ.

* Это не единственный фактор снижения расходов на электроэнергию.
Более подробно см. на стр. 241.

ХМ-ХМ. ТО ЕСТЬ С ПОМОЩЬЮ ИНВЕРТОРНОГО УПРАВЛЕНИЯ МЫ
НЕ ТОЛЬКО МОЖЕМ ПРОИЗВОЛЬНО РЕГУЛИРОВАТЬ РАБОТУ МОТОРА,
НО И ОДНОВРЕМЕННО ПОВЫШАЕМ КОЭФФИЦИЕНТ МОЩНОСТИ.

СОВЕРШЕННО ВЕРНО! ДАВАЙТЕ-КА ПОДЫТОЖИМ ВСЕ,
ЧТО МЫ ЗНАЕМ О ЕГО ПОВЫШЕНИИ.

Коэффициент мощности
рассчитывается через R, L, C и f.

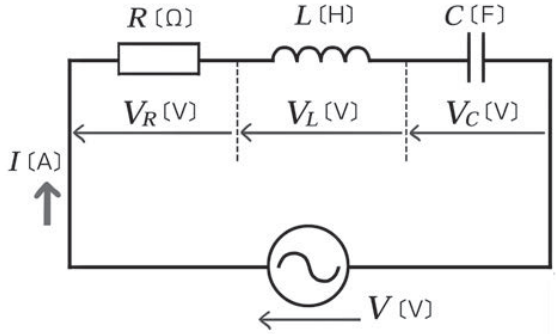
Есть два способа его повысить:
1) регулируя C – контроль реактивной мощности;
2) регулируя f – инверторное управление.

ИНВЕРТОР, ПОЗВОЛЯЮЩИЙ МЕНЯТЬ ЧАСТОТУ f, – ОЧЕНЬ УДОБНАЯ ШТУКА.
И КОНДЕНСАТОР C – ТОЖЕ МОЛОДЕЦ. И ТЕЛУ ПРИЯТНА ПОСТОЯННАЯ
ТЕМПЕРАТУРА, КОТОРУЮ ПОДДЕРЖИВАЕТ КОНДИЦИОНЕР,
И КОШЕЛЬКУ – ЭКОНОМИЯ НА СЧЕТАХ ЗА ЭЛЕКТРИЧЕСТВО.

ДА, ВСЁ ВЕРНО. А СЕЙЧАС У МЕНЯ ДЛЯ ВАС ПОДГОТОВЛЕНЫ
ЗАДАЧКИ НА РАСЧЕТ КОЭФФИЦИЕНТА МОЩНОСТИ!

А ВОТ ЭТО, ПОЖАЛУЙ, НЕ ОЧЕНЬ ПРИЯТНО.

Задача Найдем диапазон частот!



Найдите диапазон частоты f, при котором коэффициент мощности в цепи RLC с последовательным подключением будет не менее 86,6 %. При этом можно считать, что угол между векторами тока и напряжения при коэффициенте мощности 86,6 % будет составлять 30°.

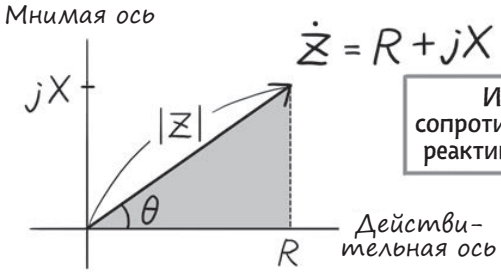
Обсуждение

ХМ... ИЗ ТОГО, О ЧЕМ МЫ ГОВОРИЛИ, Я ПОНЯЛ, ЧТО КОЭФФИЦИЕНТ МОЩНОСТИ И ЧАСТОТА ТЕСНО СВЯЗАНЫ. НО ЧТО-ТО НЕ МОГУ СООБРАЗИТЬ, КАК ПОДОЙТИ К РЕШЕНИЮ ЭТОЙ ЗАДАЧИ.

ДАВАЙТЕ ВСПОМНИМ. КОЭФФИЦИЕНТ МОЩНОСТИ МОЖНО ПРЕДСТАВИТЬ КАК $\cos\Theta$. ЧТОБЫ ПОНЯТЬ, ЧТО СОБОЙ ПРЕДСТАВЛЯЕТ $\cos\Theta$, ПРЕДСТАВЬТЕ ТРЕУГОЛЬНИК СОПРОТИВЛЕНИЙ НА КОМПЛЕКСНОЙ ПЛОСКОСТИ.

ТРЕУГОЛЬНИК СОПРОТИВЛЕНИЙ? ВПЕРВЫЕ СЛЫШУ О ТАКОМ. ЭТО ТРЕУГОЛЬНИК, КОТОРЫЙ ОТОБРАЖАЕТ СОПРОТИВЛЕНИЕ?

СОВЕРШЕННО ВЕРНО. ДОПУСТИМ, У НАС ИМЕЕТСЯ ЦЕПЬ RLC С ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫМ ПОДКЛЮЧЕНИЕМ. СООТНОШЕНИЕ МЕЖДУ СОПРОТИВЛЕНИЕМ R, РЕАКТИВНЫМ СОПРОТИВЛЕНИЕМ X И ИМПЕДАНСОМ Z МОЖНО ВЫРАЗИТЬ С ПОМОЩЬЮ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ТРЕУГОЛЬНИКА.



Импеданс — это сопротивление резистора + реактивное сопротивление

ПРИ ЭТОМ КОЭФФИЦИЕНТ МОЩНОСТИ, ТО ЕСТЬ $\cos\Theta$, РАВЕН $R/|Z|$.

А, ПОНЯТНО! ИМПЕДАНС И РЕАКТИВНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ЦЕПИ RLC С ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫМ ПОДКЛЮЧЕНИЕМ. Я ПОНИМАЮ, ТАКИЕ ЗАДАЧИ У НАС УЖЕ БЫЛИ. ОТСЮДА Я УЖЕ МОГУ САМ РЕШИТЬ, НАВЕРНОЕ.

A. Решение

Импеданс цепи RLC с последовательным подключением равен

$$Z = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$$

Следовательно, коэффициент мощности, выражающийся $\cos\Theta$, будет

$$\cos\theta = \underbrace{\frac{\sqrt{3}}{2}}_{\cos 30^\circ} < \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

Чтобы упростить данное выражение, произведем замену на $\tan\Theta$.

Внимание! Имея представление о свойствах треугольника, можно использовать $\tan\Theta$ вместо $\cos\Theta$.

$$\tan\theta = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} < \underbrace{\frac{1}{\sqrt{3}}}_{\tan 30^\circ}$$

Будьте внимательны: при замене на $\tan\Theta$ знак неравенства меняется на противоположный!

Преобразование данного выражения будет продолжено на следующей странице.

Упорядочим выражение $\tan\theta = \dfrac{\omega L - \dfrac{1}{\omega C}}{R} < \dfrac{1}{\sqrt{3}}$

Умножаем все части выражения на R: $\omega L - \dfrac{1}{\omega C} < \dfrac{R}{\sqrt{3}}$

Умножаем все части выражения на ωC: $\omega^2 LC - 1 < \dfrac{\omega CR}{\sqrt{3}}$

Производим преобразование: $\sqrt{3}\omega^2 LC - \omega CR - \sqrt{3} < 0$ (1)

Таким образом, необходимо найти такое $\omega = 2\pi f$,
чтобы выполнялось неравенство (1).
Допустим, решения $\sqrt{3}\omega^2 LC - \omega CR - \sqrt{3} = 0$ – это α и β, где $\alpha < \beta$.
В этом случае решением неравенства (1) будет $\alpha < \omega < \beta$.

Внимание! Воспользуйтесь формулой решения. (См. стр. 200.)

$$\alpha = \frac{CR - \sqrt{C^2R^2 + 12LC}}{2\sqrt{3}LC} < 0 \qquad \beta = \frac{CR + \sqrt{C^2R^2 + 12LC}}{2\sqrt{3}LC}$$

Следовательно, $\alpha < 0$.

Поскольку частота не может быть отрицательным значением, то

$$0 \le \omega < \frac{CR + \sqrt{C^2R^2 + 12LC}}{2\sqrt{3}LC}$$

Произведя рационализацию знаменателя, получаем

$$0 \le \omega < \frac{\sqrt{3}CR + \sqrt{3(C^2R^2 + 12LC)}}{6LC}$$

Внимание! Действия, позволяющие избавиться от корня в знаменателе дроби, называются рационализацией знаменателя.

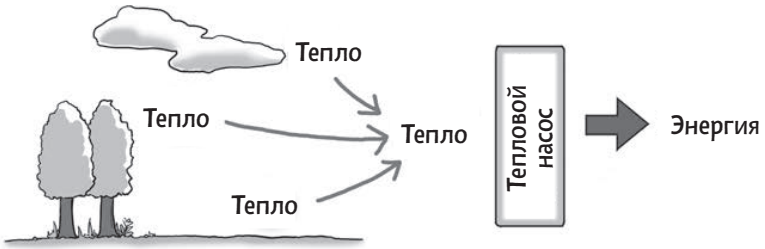
При $\omega = 0$ мы имеем дело с постоянным током. У постоянного тока отсутствуют фазы, поэтому, разумеется, коэффициент мощности составляет $100\,\%$! Не забывайте о значении $\omega = 0$ (постоянном токе), когда вам требуется найти диапазон значений. Также хорошенько запомните треугольник сопротивлений!

Тепловой насос

ЧТО ТАКОЕ ТЕПЛОВОЙ НАСОС?

◆ Два свойства теплового насоса. ◆ Охлаждение и нагревание

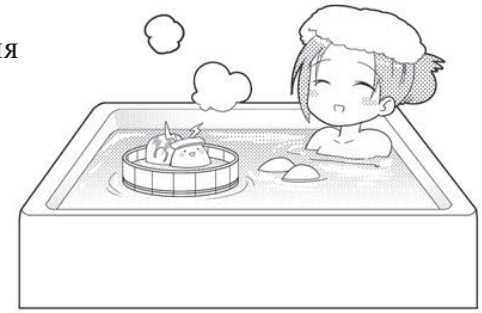
Тепловой насос – это технология получения тепла из воздуха и преобразования его в энергию. Воздух есть везде, так что его использование в качестве источника энергии – это большой прорыв.



Тепловой насос привлек в последние годы большое внимание в качестве одной из технологий энергосбережения. Однако на самом деле он широко использовался еще более 100 лет назад, в качестве средства охлаждения холодильников и кондиционеров.

Почему же именно в последнее время о тепловом насосе так много говорят? Дело в том, что было открыто еще одно его свойство: оказывается, тепловой насос можно использовать не только для охлаждения, но и для нагревания.

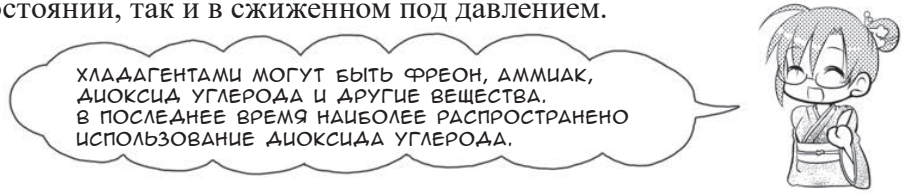
В настоящее время эта технология используется для обогрева помещений и нагревания воды.



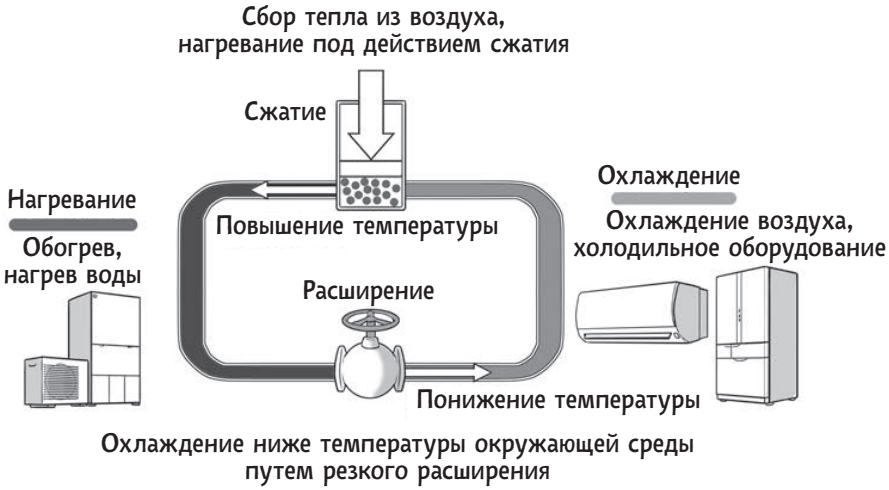
◆ Каким образом можно добывать энергию из воздуха?

Особенность физического вещества в том, что при сжатии и расширении его температура меняется. Это касается и вещества в газообразном состоянии (воздуха): при сжатии оно нагревается, при расширении – охлаждается. Еще одна особенность состоит в том, что тепло передается от тел с более высокой температурой к телам с более низкой температурой. В основе принципа действия теплового насоса лежат эти две особенности.

Внутри теплового насоса находится холодильный агент. Это вещество, которое выполняет необходимую для теплопередачи функцию посредника. Хладагент может находиться как в газообразном состоянии, так и в сжиженном под давлением.

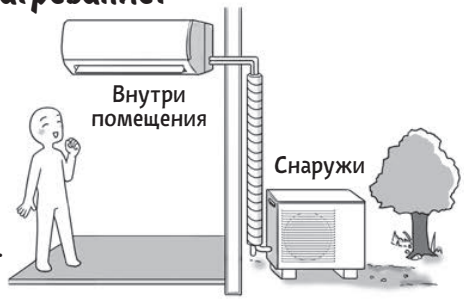


Данный хладагент подвергается сжатию и расширению, отчего его температура меняется. Используя эти изменения температуры, можно производить охлаждение и нагревание.

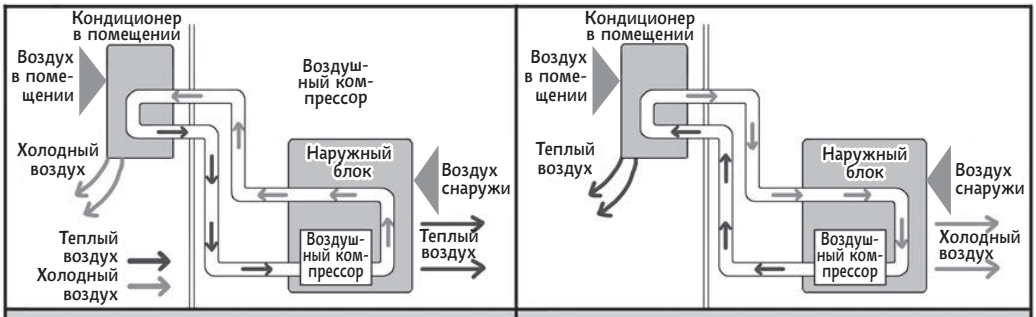


Принцип действия теплового насоса

◆ Почему кондиционер может работать как на охлаждение, так и на нагревание?



Кондиционер может обеспечивать как охлаждение, так и обогрев благодаря изменению направления тока хладагента (изменению направления передачи тепла). У кондиционера есть два блока: один устанавливается внутри помещения, другой – снаружи. Хладагент циркулирует между ними. Тепловой насос еще называют «технологией циркуляции тепла» с помощью хладагента.



Циркуляция хладагента при охлаждении | Циркуляция хладагента при нагревании

Цитирование: «Исследовательская группа: что такое электроэнергия?» // http://www.energia.co.jp/eland/chosatai/index.html (с изменениями).

◆ Почему тепловой насос является энергосберегающим?

Для того чтобы такой удобный тепловой насос работал, необходима электроэнергия. Это может навести на мысль: «Ну и что же в нем такого энергосберегающего?» Однако по сравнению с обычными способами получения тепла тепловой насос сопряжен с гораздо более низким расходом электроэнергии.

При обычных способах получения тепла электроэнергия расходуется в полном объеме, необходимом для нагревания. Однако при использовании теплового насоса электроэнергия расходуется только на работу самого насоса. Остальная используемая энергия – это тепло, собранное из воздуха и перенаправленное. То есть в случае использования теплового насоса отличается сам принцип энергопотребления. Именно это отличие и лежит в основе экономичности насоса.

◆ Почему счета за электричество при использовании кондиционера стали в последнее время гораздо меньше?

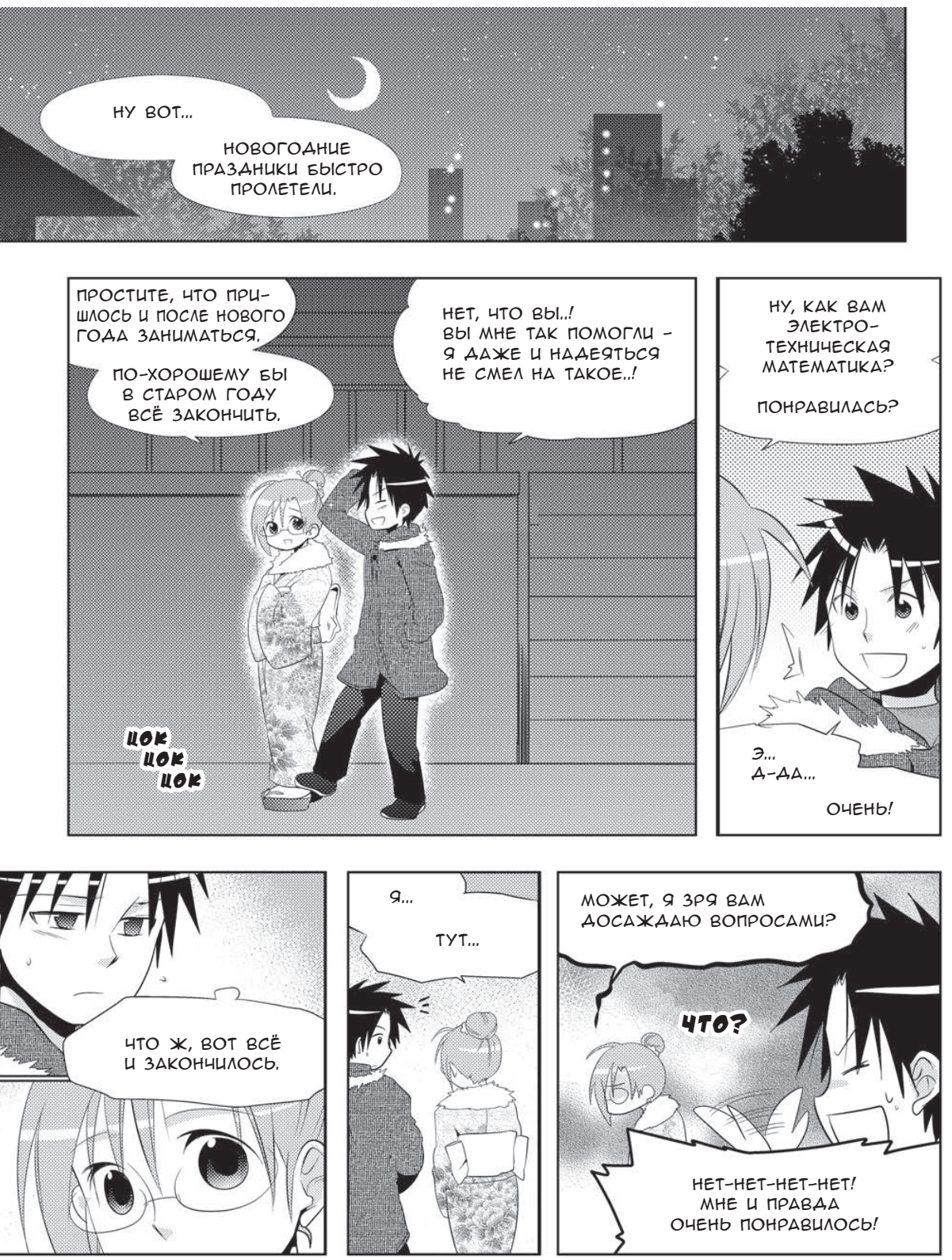
Таким образом, у теплового насоса очень высокая энергоэффективность. Коэффициент эффективности энергопотребления для теплового насоса обозначается как COP:

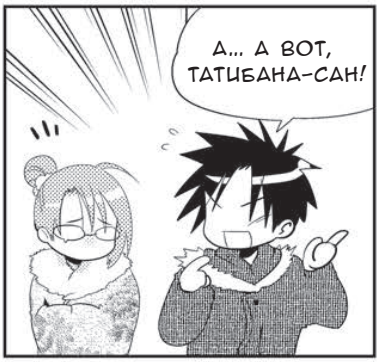
$$\text{COP} = \frac{\text{Мощность охлаждения}}{\text{Потребляемая мощность}}$$

Например, COP = 4 означает, что на потребленный 1 кВт электроэнергии мощность охлаждения составляет 4 кВт.
На использование тепловых насосов возлагаются большие надежды. Давайте и мы беречь электроэнергию.

Q **Вопрос:** Почему сейчас счета за электроэнергию при использовании кондиционера ниже, чем 10 лет назад (при обеспечении той же температуры)?

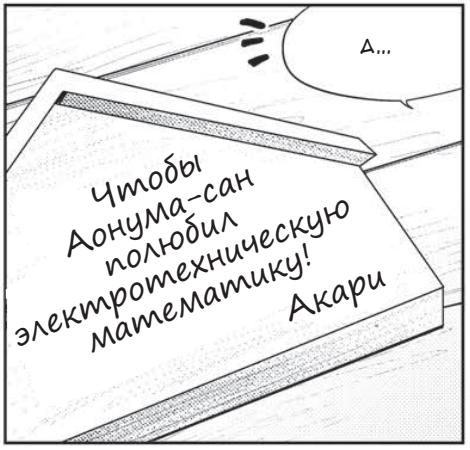
A **Ответ:** Потому, что развиваются технологии энергосбережения (снижения расхода электроэнергии), а именно
– инверторное управление;
– контроль за реактивной мощностью с помощью фазосдвигающего конденсатора;
– тепловой насос.


НУ ВОТ...
НОВОГОДНИЕ ПРАЗДНИКИ БЫСТРО ПРОЛЕТЕЛИ.
ПРОСТИТЕ, ЧТО ПРИШЛОСЬ И ПОСЛЕ НОВОГО ГОДА ЗАНИМАТЬСЯ.
ПО-ХОРОШЕМУ БЫ В СТАРОМ ГОДУ ВСЁ ЗАКОНЧИТЬ.
НЕТ, ЧТО ВЫ..! ВЫ МНЕ ТАК ПОМОГЛИ - Я ДАЖЕ И НАДЕЯТЬСЯ НЕ СМЕЛ НА ТАКОЕ..!
ЦОК ЦОК ЦОК
НУ, КАК ВАМ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКАЯ МАТЕМАТИКА?
ПОНРАВИЛАСЬ?
Э... Д-ДА...
ОЧЕНЬ!
ЧТО Ж, ВОТ ВСЁ И ЗАКОНЧИЛОСЬ.
Я...
ТУТ...
МОЖЕТ, Я ЗРЯ ВАМ ДОСАЖДАЮ ВОПРОСАМИ?
ЧТО?
НЕТ-НЕТ-НЕТ-НЕТ! МНЕ И ПРАВДА ОЧЕНЬ ПОНРАВИЛОСЬ!



*В Японии есть обычай приходить в синтоистские храмы в первые дни нового года; при этом принято бросать монетку в ящик для пожертвований, звонить в храмовый колокол и загадывать желание.

* В синтоистских храмах принято писать на деревянных табличках свои желания и привязывать их к специальному стенду – чтобы божество потом эти желания выполнило.

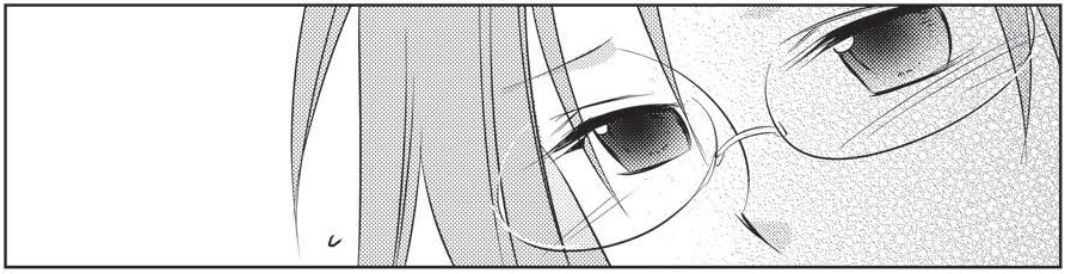


* По-японски имя Акари означает «свет».

ВЫ... ВЫ ВИДЕЛИ?! ВИДЕЛИ?!!
ПРО... ПРОСТИТЕ.
БАБАХ!

Я ПРОСТО НЕДАВНО ОБ ЭТОМ ДУМАЛ. ПЫТАЛСЯ СПРОСИТЬ, НО, ВИДИМО, МОМЕНТ БЫЛ НЕПОДХОДЯЩИЙ.

МНЕ КАЖЕТСЯ, ЭТО КРАСИВОЕ ИМЯ.
АКАРИ-САН.

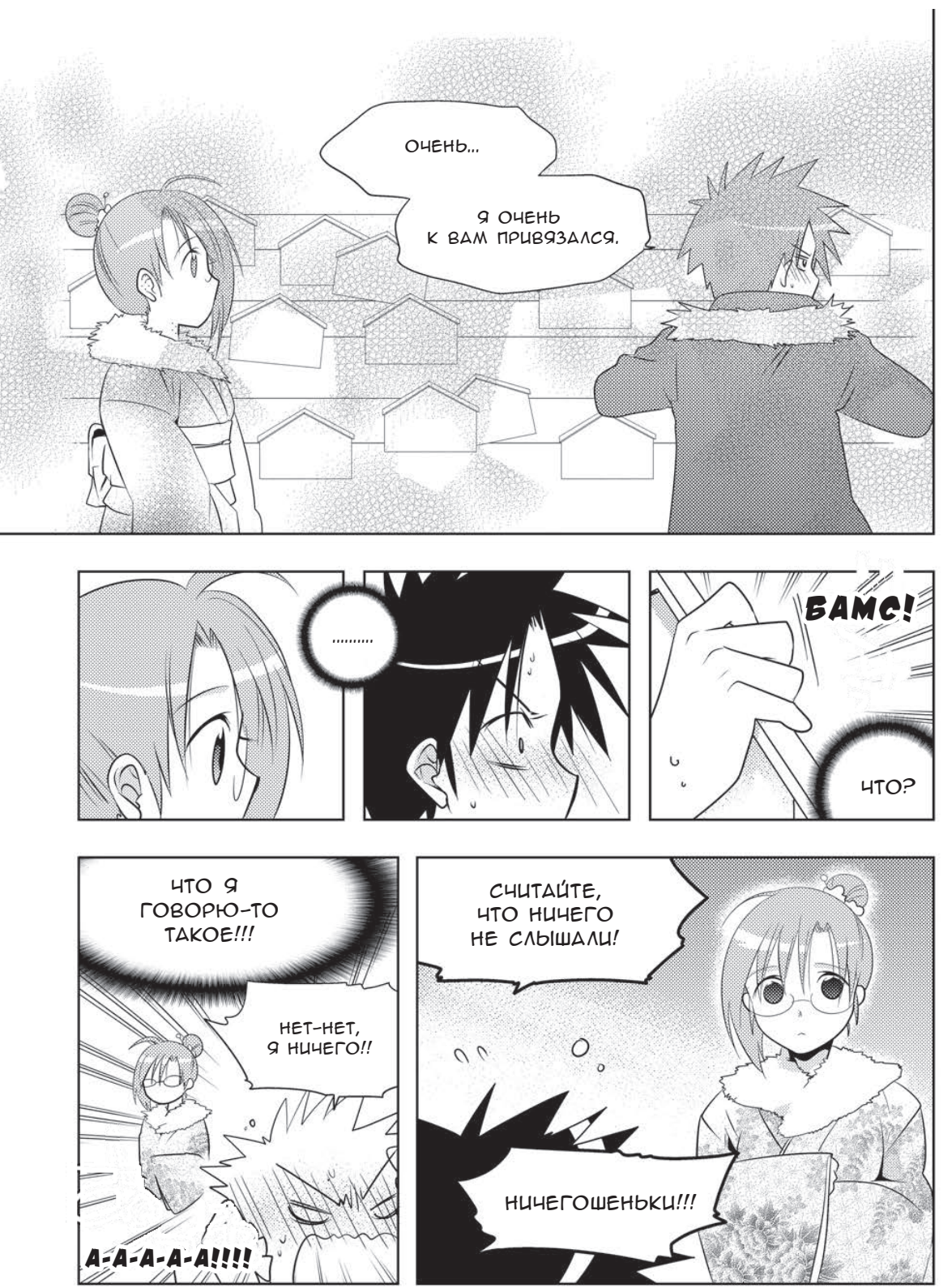


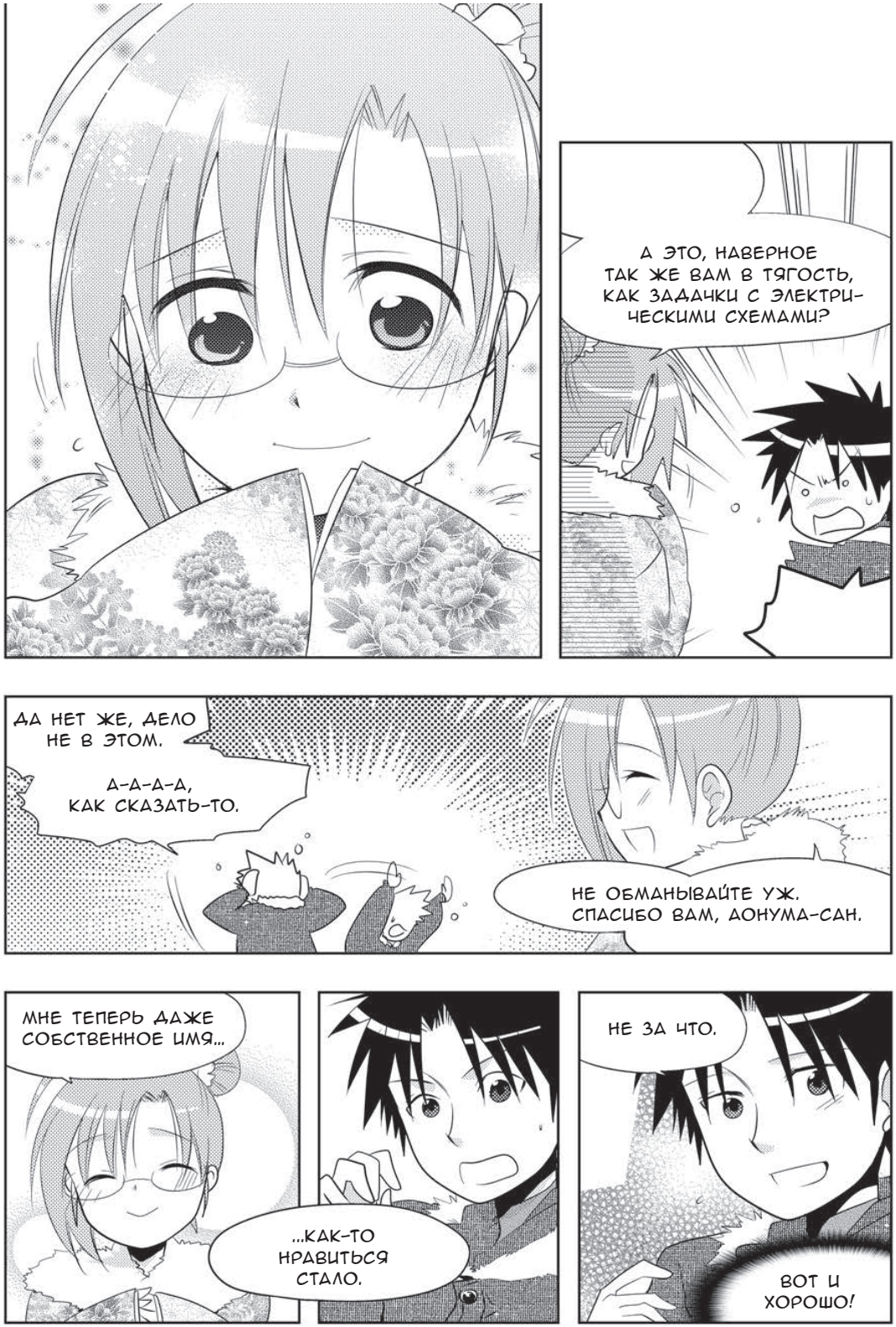
ЗНАЕТЕ, ОТКУДА ЭТО ИМЯ?
У КАТОЛИКОВ ЕСТЬ ТАКОЕ ИЗРЕЧЕНИЕ: "ЛУЧШЕ ЗАЖЕЧЬ СВЕТ, ЧЕМ РУГАТЬ ТЕМНОТУ".

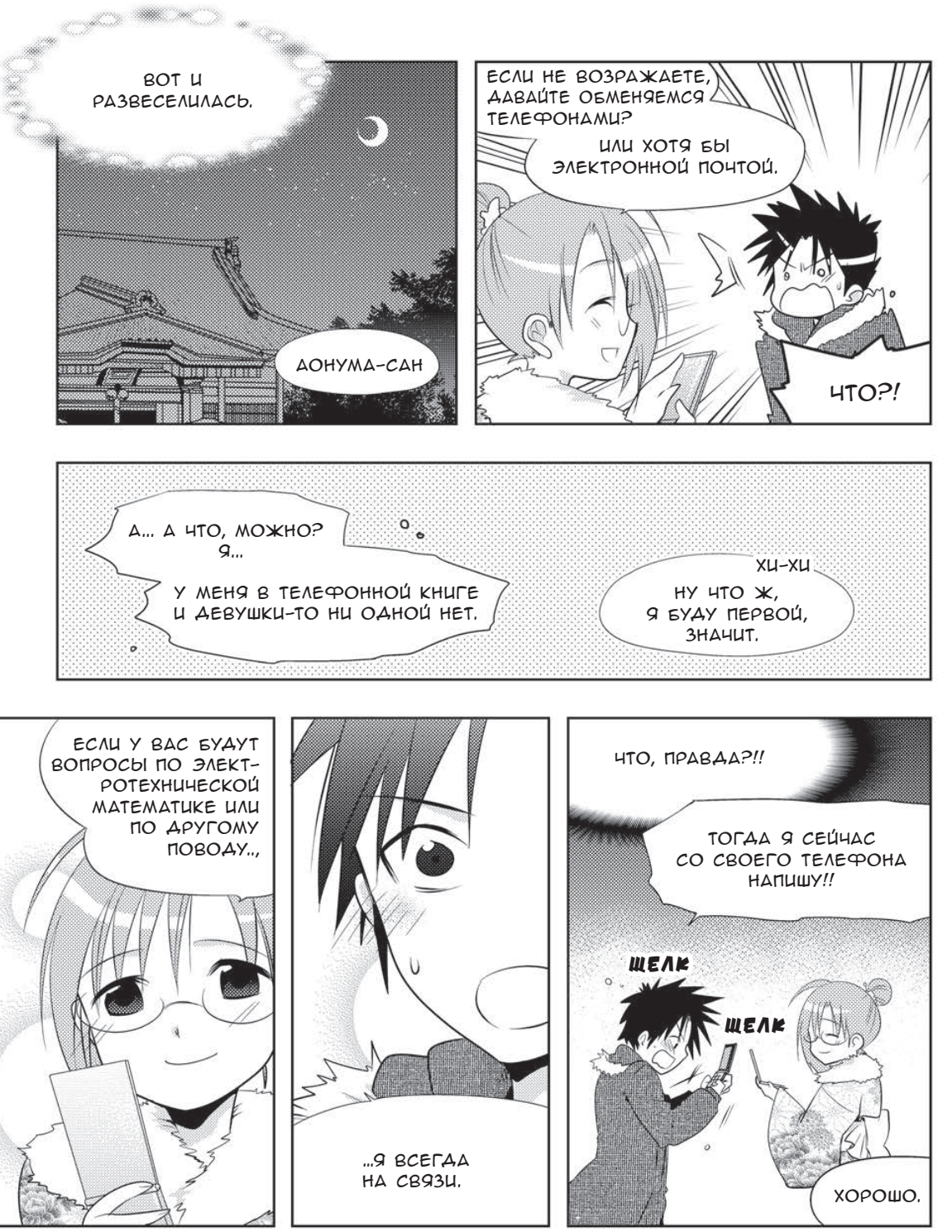
НО У МЕНЯ САМОЙ ТАКОЙ ХАРАКТЕР, ЧТО Я ВСЁ ВИЖУ В ОТРИЦАТЕЛЬНОМ СВЕТЕ, ТАК ЧТО КАК РАЗ БУДУ СИДЕТЬ В ТЕМНОТЕ И ВСЁ РУГАТЬ.
ВОТ И ТОГДА, НА РОЖДЕСТВО. Я ТАК ЗАВИДОВАЛА ДРУГИМ ЛЮДЯМ, ДУМАЛА: "ВОТ БЫ ВСЕМ, КОМУ СЕЙЧАС ХОРОШО, СТАЛО ПЛОХО!" И МНЕ САМОЙ БЫЛО НЕПРИЯТНО ОТ ТОГО, ЧТО Я ТАКАЯ.

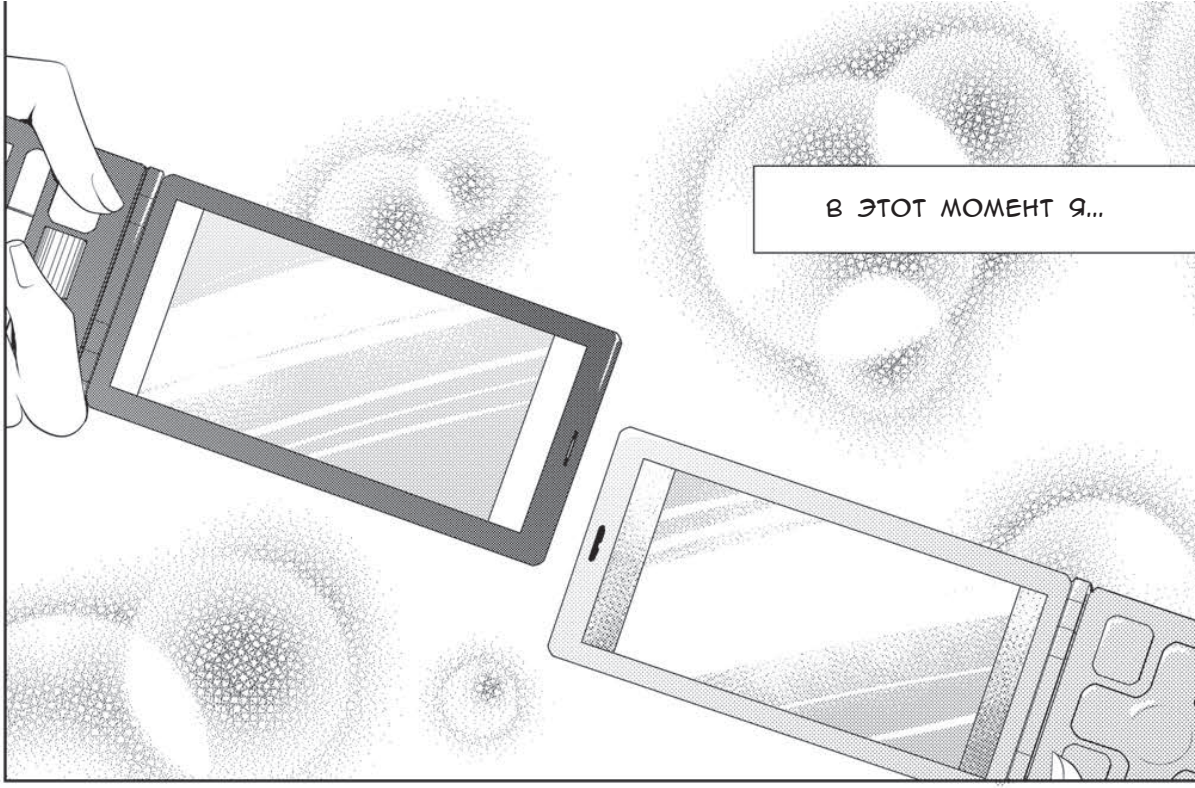
ТАК ЧТО ЭТО ИМЯ...
...МНЕ НОСИТЬ СТЫДНО.
.....
НО ОНО ВАМ ТАК ПОДХОДИТ!
АКАРИ.
САМИ ПОДУМАЙТЕ.
ВСПОМНИТЕ, КАК БЫЛО.
КАК МЫ С ВАМИ ВСТРЕТИЛИСЬ В ПЕРВЫЙ РАЗ.
ВЫ В БУКВАЛЬНОМ СМЫСЛЕ ЗАЖГЛИ СВЕТ В МОЕМ ДОМЕ.

никто другой этого не сделал.
только вы, акари-сан.
тематику обязательно. без опозданий, без прогулов!!
и...
и еще.
я вот недавно думал: вы сами, акари-сан, похожи на электричество.
вы всегда будто то ли по щелчку выключателя, то ли потому, что волна приходит.
то загораетесь, то гаснете.
стук, стук
а еще... да...


ОЧЕНЬ...
Я ОЧЕНЬ К ВАМ ПРИВЯЗАЛСЯ.
.....
БАМС!
ЧТО?
ЧТО Я ГОВОРЮ-ТО ТАКОЕ!!!
НЕТ-НЕТ, Я НИЧЕГО!!
А-А-А-А-А!!!!
СЧИТАЙТЕ, ЧТО НИЧЕГО НЕ СЛЫШАЛИ!
НИЧЕГОШЕНЬКИ!!!


А ЭТО, НАВЕРНОЕ ТАК ЖЕ ВАМ В ТЯГОСТЬ, КАК ЗАДАЧКИ С ЭЛЕКТРИЧЕСКИМИ СХЕМАМИ?
ДА НЕТ ЖЕ, ДЕЛО НЕ В ЭТОМ.
А-А-А-А, КАК СКАЗАТЬ-ТО.
НЕ ОБМАНЫВАЙТЕ УЖ. СПАСИБО ВАМ, АОНУМА-САН.
МНЕ ТЕПЕРЬ ДАЖЕ СОБСТВЕННОЕ ИМЯ...
...КАК-ТО НРАВИТЬСЯ СТАЛО.
НЕ ЗА ЧТО.
ВОТ И ХОРОШО!


ВОТ И РАЗВЕСЕЛИЛАСЬ.
АОНУМА-САН
ЕСЛИ НЕ ВОЗРАЖАЕТЕ, ДАВАЙТЕ ОБМЕНЯЕМСЯ ТЕЛЕФОНАМИ?
ИЛИ ХОТЯ БЫ ЭЛЕКТРОННОЙ ПОЧТОЙ.
ЧТО?!
А... А ЧТО, МОЖНО? Я...
У МЕНЯ В ТЕЛЕФОННОЙ КНИГЕ И ДЕВУШКИ-ТО НИ ОДНОЙ НЕТ.
ХИ-ХИ
НУ ЧТО Ж, Я БУДУ ПЕРВОЙ, ЗНАЧИТ.
ЕСЛИ У ВАС БУДУТ ВОПРОСЫ ПО ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКОЙ МАТЕМАТИКЕ ИЛИ ПО ДРУГОМУ ПОВОДУ..,
...Я ВСЕГДА НА СВЯЗИ.
ЧТО, ПРАВДА?!!
ТОГДА Я СЕЙЧАС СО СВОЕГО ТЕЛЕФОНА НАПИШУ!!
ЩЕЛК
ЩЕЛК
ХОРОШО.



Я ПОДУМАЛ, ЧТО ВСТРЕЧА С АКАРИ-САН
И ПРАВДА ОЗАРИЛА СВЕТОМ МОЮ ЖИЗНЬ.

ОЙ! ТАТИБАНА-САН!
Я ЖЕ ВАС ПРОВОДИЛ ДО ОСТАНОВКИ.
А Я СЕЛА В ЭЛЕКТРИЧКУ И СРАЗУ ЖЕ СТАЛА НАБИРАТЬ СООБЩЕНИЕ.
НАБИРАЛА-НАБИРАЛА...
...И ЧТО ЖЕ - ОНО НЕ ОТПРАВИЛОСЬ!!!
ПОТОМУ ЧТО КТО-ТО НЕ ПЛАТИТ ЗА ТЕЛЕФОН!!!
А-А-А!!!
БАМС!
СКОЛЬКО МОЖНО НЕ ПЛАТИТЬ УЖЕ!!!
А-А-А, ПРОСТИТЕ!
ДЭН-КУН, ФАС!!
НУЖНО ВСЕ-ТАКИ КАК-ТО СОБРАТЬСЯ...
...И НАЧАТЬ РАБОТАТЬ НАД СОБОЙ.

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

Цифры и символы

Δ (дельта) 80, 83, 87
1 цикл 34, 115
1-е правило Кирхгофа 59
2-е правило Кирхгофа 62, 65, 67, 73
3 элемента цепи переменного тока . . 124
COP. 241
cos (график) 31
exp (экспонента). 158
f. 34, 115
Im 47
J. 47, 179
R1R4=R2R3 93
rad (радиан) 110, 113
Re 47
sin (график) 29, 31, 32
sin θ, cos θ, tan θ. 11
ε (эпсилон) 158
π (отношение длины окружности к ее диаметру) 111, 112, 159
ω (омега). 114

А

Абсолютная величина 42, 170
Активная мощность 133, 134
Амплитудно-частотная характеристика 216
Аргумент комплексного числа 170

Б

Базовый ток 215
Бесконечная дробь 157

В

Вариконд 211
Вектор, отображающий сдвиг фаз . . 107
Вектор 39, 41, 50, 107
Взаимосвязь между сдвигом фаз и коэффициентом мощности 137
Вихревой ток 189
Волна 24
Волновая диаграмма переменного тока. 32
Вращающийся вектор. 42, 43, 44, 50, 108, 168
Вращение против часовой стрелки. 109, 147
Входящий ток 216
Высоковольтная ЛЭП 188

Г

График тригонометрической функции. . 27

Д

Движение по окружности 29, 42
Действительная ось 48
Действительная часть. 161, 171
Действительное число 46, 54
Действительный компонент 161
Действующее значение. 35
Декартова система координат . . 163, 164
Диод 214
Дискриминант D. 200
Дифференциал 177, 178, 179

Е

Единичная окружность 30
Емкостное сопротивление. . 122, 209, 227
Емкость 121, 122

З

Закон Ома 22, 71, 176
Закон сохранения напряжения 62
Закон сохранения силы тока . . 59, 62, 64
Замкнутая цепь 20, 68
Запаздывание по фазе 118
Запаздывающая реактивная мощность 227, 228

Знак неравенства 96, 205

И

Идеальный источник
питания 217
Известная величина 79
Измерительный мост 88
Изолированный провод 191
Импеданс 125, 153, 209, 216, 219
Инвертор 231
Инверторное управление . . . . . .
. . . . . 225, 231, 232, 241
Индуктивное сопротивление . . . . . .
. . . . . 120, 209, 227
Индуктивность 119, 122
Интеграл 177, 178, 179
Интегродифференциальное
уравнение 175, 176
Источник переменного тока 21
Источник постоянного тока 21
Исходящий ток 216

К

Катушка индуктивности . . . . . .
. . . . . 21, 116, 117, 123, 208, 209
Квадратное неравенство
(неравенство 2-й степени). . . . 198, 205
Квадратное уравнение
(уравнение 2-й степени) 141
Коллекторный ток. 215
Комплексная плоскость 48, 147, 155, 234
Комплексное сопряженное число . . . 169
Комплексное число. . . 39, 46, 48, 50, 54,
. . . . . 138, 145, 146,
. . . . . 151, 152, 168
Комплексный вектор . . 49, 129, 160, 172
Конвертор 231
Конденсатор. 21, 116, 117, 123,
. . . . . 136, 208, 209
Конденсатор
переменной емкости 211, 220
Контроль реактивной мощности. . . . . .
. . . . . 225, 226, 229, 241
Контур демодулятор. 223
Коэффициент
мощности 134, 135, 229, 233
Коэффициент
усиления по току 216, 218, 219
Кратные значения 222

М

Максимальное значение напряжения 35
Максимальное значение силы тока . . 35
Максимальное значение синусоиды 109
Максимальное значение. 35, 43
Матрица 76
Матричный метод. 78, 84
Мгновенное значение. 35
Мнимая единица. 159
Мнимая ось 48
Мнимая часть 161, 171
Мнимое число 45, 46, 145, 146,
. . . . . 150, 151, 155
Мнимый компонент 161
Мост Уитстона 88, 93
Мотор 130
Мощность электрического тока . . 18, 19, 132

Н

Нагрузка 19
Накапливать заряд 121
Напряжение 18, 40
Напряжение источника питания . . . . .
20, 62, 118
Неизвестная величина 79
Неравенство 1-й степени 100
Неравенство. 96
Низкочастотный усилитель 223
Номинал. 98
Норма комплексного числа 170
Норма 170

О

Объем электроэнергии 240
Однофазный переменный ток . . 181, 182
Опережающая реактивная
мощность 227, 228

Опережающая фаза. 121
Определитель матрицы 78, 79
Основание натурального логарифма. 157, 159
Осциллограф 24
Ось действительных чисел 48
Ось мнимых чисел 48
Отношение произведения к сумме . . 71
Отрицательная мощность 137

П

Падение напряжения 60, 61, 62
Параллельное соединение 23
Параллельный перенос. 90
Переменный синусоидальный ток . 32, 43
Переменный ток . . . . . 11, 25, 39, 106, ... 110, 126, 172
Плоскость Гаусса 155
Повышение коэффициента мощности 136
Повышение коэффициента мощности . 225, 229, 233
Показатель степени в функции 157
Показатель степени 100, 157
Полная мощность 133, 134
Полупроводниковый элемент 214
Полярная система координат . . 163, 164
Последовательное соединение . . 23, 210
Постоянный ток 11, 25, 39
Потеря электрической мощности . . . 189
Потребляемая мощность 225
Правило «крестика» 81, 85
Правило «сумма равна нулю». 66
Правило Саррюса 87, 91, 92
Предохранитель 98, 99
Представление в виде комплексного вектора. 162
Представление в виде комплексного числа. 176
Представление в виде показательной функции 164
Представление в декартовой системе координат 164
Представление в полярной системе координат. 164
Представление тригонометрических функций. . . . 164
Преобразователь частоты 231
Проекция на ось y. 30
Противоэлектродвижущая сила 118
Прямая/обратная пропорциональность частоте 120, 209, 232

Р

Равенство Эйлера 156, 159
Равновесие 95
Радианная мера 110, 112
Радианная мера угла 110, 150, 186
Разложение на множители. 201, 202
Разница между фазами. 43
Разница напряжений 191
Разница потенциалов 18
Расчет цепи 75
Реактивная мощность. 133, 226
Реактивное сопротивление катушки индуктивности. 120
Реактивное сопротивление конденсатора 120
Реактивное сопротивление 119, 122
Регулирование силы тока. 98
Регулирование скорости 232
Резистор 98
Резонансная частота 210, 211, 212, 218, 219
Резонансный усилитель 214, 217, 218, 222, 223

С

Свободный член 81
Сдвиг фаз . . 43, 107, 109, 121, 151, 172, 179
Сила тока 18, 19, 20, 40, 61
Синусоида 32
Система из двух уравнений. . 77, 80, 81, 85
Система из трех уравнений. 77, 85, 91
Система неравенств 204
Система уравнений. 39, 40, 76, 78
Скаляр 41
Сложение векторов. 128
Соотношение сторон треугольника. . 140

Сопротивление . . . . . 19, 20, 21, 40, 61, ... 117, 119, 153
Статическая емкость 211
Статический вектор 108
Сумма векторов 127
Суммарное сопротивление 70, 71
Суммарное сопротивление в параллельном соединении. 70
Суммарное сопротивление последовательного соединения 70
Схема цепи трехфазного переменного тока. 185
Схема цепи. 183

Т

Теорема Пифагора. 140
Теорема прямоугольного треугольника 140
Тепловой насос 237, 238, 241
Точка резонанса. 210
Транзистор. 214
Треугольник сопротивлений. . . 234, 236
Трехфазный переменный ток . . 181, 182
Тригонометрическая функция 11, 27, 39, 41, 140, 157, 168

У

Угловая скорость. 37, 114, 115
Угловая частота. 114, 115
Угол коэффициента мощности. . 135, 136
Удар током 191
Усиление 214, 216
Установившийся режим работы 176

Ф

Ф (фарад) 222
Фазовый угол 109, 136
Фазосдвигающий конденсатор 229, 230, 241
Формула двойного угла 141
Формула мгновенного значения 36
Формула напряжения при переменном токе. 160
Формула половинного угла 141
Формула решения 200
Формула сложения гармонических колебаний. 141
Формула тройного угла 142
Формула Эйлера 142, 154, 156, 158, 160, 186
Формулы суммы углов. 141
Функция. 157

Х

Холодильный агент 239, 240

Ц

Цепь RLC с последовательным подключением 126, 212, 234, 235

Ч

Частота. 18, 34, 115, 207, 209
Четыре действия арифметики над комплексными числами. 171
Число Непера. 157

Э

Эквивалентная схема 209
Экспонента (показательная функция). 156, 157, 158, 186
Электрическая емкость 211
Электрическая цепь 20
Электрическая энергия. 121
Электродвижущая сила 118
Электронная цепь 214
Электротехническая математика 9, 10, 12, 38, 198
Элемент 116
Энергосбережение 225

Книги издательства «ДМК Пресс» можно заказать
в торгово-издательском холдинге «Планета Альянс» наложенным платежом,
выслав открытку или письмо по почтовому адресу:
115487, г. Москва, 2-й Нагатинский пр-д, д. 6А.
При оформлении заказа следует указать адрес (полностью), по которому
должны быть высланы книги; фамилию, имя и отчество получателя.
Желательно также указать свой телефон и электронный адрес.
Эти книги вы можете заказать и в интернет-магазине: **www.a-planeta.ru**.
Оптовые закупки: тел. **(499) 782-38-89**.
Электронный адрес: **books@alians-kniga.ru**.

Кэнъити Танака (автор), Маи Мацусита (художник)

Образовательная манга
Математика для электроинженеров
Манга

Главный редактор *Мовчан Д. А.*
dmkpress@gmail.com
Перевод *Хузиятова Е. Т.*
Научный редактор *Рабодзей А. Н.*
Корректор *Синяева Г. И.*
Верстальщик *Анненков А. Ю.*

Формат 70x90 1/16.
Гарнитура Anime Ace. Печать офсетная.
Усл. п. л. 19,6. Тираж 500 экз.

Веб-сайт издательства www.dmkpress.com